



#### **Bachelorarbeit**

# Entwicklung von Unterrichtsmaterial zum Thema Solarenergie im Rahmen eines interdisziplinären mathematischen Modellierungsprojektes

Vorgelegt von Katja Hoeffer



Erstprüfer Prof. Dr. Martin Frank

Steinbuch Centre for Computing (SCC) Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Zweitprüferin Dr. Ingrid Lenhardt

Fakultät für Mathematik - Abteilung für Didaktik

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Koreferentin Sarah Schönbrodt

Steinbuch Centre for Computing (SCC) Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Karlsruhe, den 16. Oktober 2020

.

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einle	eitung		1		
2.	Didaktischer Hintergrund					
	2.1.		MP	3		
		2.1.1.	Die Idee hinter CAMMP	3		
		2.1.2.	Projektziele	3		
			Veranstaltungsformate	4		
		2.1.4.	Ablauf eines CAMMP days	5		
	2.2.		chulfach IMP	5		
		2.2.1.	Bildungsziele des Fachs IMP	5		
		2.2.2.	Beitrag des Fachs IMP zu den Leitperspektiven des Bildungsplans			
	2.3.		matische Modellierung	9		
		2.3.1.	Mathematisches Modellieren und mathematische Modelle	9		
		2.3.2.	Modellierungskreisläufe	10		
		2.3.3.	Modellierungskompetenzen	12		
		2.3.4.	Ziele des Modellierens	14		
		2.3.5.	Modellieren mit digitalen Werkzeugen	15		
3.	Mat	hemati	scher und Physikalischer Hintergrund	18		
	3.1.	Eigens	schaften der Sonne und der Sonnenstrahlung	18		
		3.1.1.	Spektrum der Sonne	19		
		3.1.2.		20		
	3.2.		hermische Kraftwerke	22		
			Aufbau eines Fresnelkraftwerks	25		
	3.3.	Model	lierung eines Fresnelkraftwerks	26		
		3.3.1.		28		
		3.3.2.	Deklination $\delta$	30		
		3.3.3.	Stundenwinkel $\omega$	32		
		3.3.4.	Beschreibung des Sonnenstands	32		
		3.3.5.	Sonnenaufgang, Sonnenuntergang und Anzahl der Sonnenstunden			
		3.3.6.	Transversaler Einfallswinkel $\alpha_t$	36		
		3.3.7.	Ausrichtung eines Spiegels	38		
		3.3.8.	Solarkonstante $G$	39		
		3.3.9.	Veränderungen der Bestrahlungsstärke	40		
			Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks	40		
		3.3.11.	Einfallende Energie auf das Spiegelfeld eines Kraftwerks	42		
		3.3.12.	Optimaler Standort für ein Fresnelkraftwerk	42		
	3.4.	Verglei	ich realer Messdaten zur Bestrahlungsstärke mit modellierten Daten	45		
		3.4.1.	Das meteorologische Strahlungsmodell (MRM) - Version $1 \ldots$	46		
		3.4.2.	Vergleich der Daten des TMY mit den Daten des MRM Version $5$	51		

4.	Dida	aktisch-methodisches Konzept	57
	4.1. 4.2.	Ziele und curriculare Einbindung des entwickelten Lernmoduls Einsatz des Lernmoduls im Rahmen eines Modellierungstages bei CAMMP Einsatz des Lernmoduls im Rahmen einer Unterrichtseinheit im Schulfach IMP	57 58 60 62 64 64 65 67 69 70 71 72 72 72 73 74 74
5.	<ul><li>5.1.</li><li>5.2.</li><li>5.3.</li><li>5.4.</li><li>5.5.</li></ul>	Rahmenbedingungen	76 76 77 80 81 84
6.	Ausl	blick	85
Ar	hang	5	86
Α.	A.1. A.2. A.3. A.4. A.5.	Einstiegspräsentation	86 90 94 96 99

В.	Arbeitsblätter mit Lösungen	104
	B.1. Arbeitsblatt 1	104
	B.2. Arbeitsblatt 2	111
	B.3. Arbeitsblatt 3	116
	B.4. Arbeitsblatt 4	122
	B.5. Arbeitsblatt 5	126
	B.6. Arbeitsblatt 6	129
	B.7. Arbeitsblatt 7	135
	B.8. Zusatzblatt 1	142
	B.9. Zusatzblatt 2	145
C.	Hilfekarten	148
	C.1. Hilfekarte 1	148
	C.2. Hilfekarte 2	149
	C.3. Hilfekarte 3	150
	C.4. Hilfekarte 4	152
	C.5. Hilfekarte 5	153
	C.6. Hilfekarte 6	154
	C.7. Hilfekarte 7	156
	C.8. Hilfekarte 8	157
	C.9. Hilfekarte 9	158
	C.10.Hilfekarte 10	159
	C.11.Hilfekarte 11	160
	C.12.Hilfekarte 12	161
	C.13. Hilfekarte 13	162
	C.14. Hilfekarte 14	163
	C.15.Hilfekarte 15	165
	C.16.Hilfekarte 16	166
	C.17.Hilfekarte 17	168
	C.18. Wiederholung: Gradnetz	169
	C.19. Wiederholung: Allgemeine Sinusfunktion	170
	C.20.Einführung: Vorzeichenfunktion	172
	C.21.Einführung: for-Schleife	173
D.	Begleitmaterial Schüler	174
	D.1. Antwortblatt 1	174
	D.2. Antwortblatt 2	176
	D.3. Dokumentationsblatt 1	180
	D.4. Dokumentationsblatt 2	182
	D.5. Übersicht über die verwendeten Variablen	
Ε.	Begleitmaterial Dozenten	185
-	E.1. Basic Paper	185
	E.2. Methodic Concept	

	E.3. Musterlösung	205
F.	Fragebogen und Ergebnisse der Evaluation	215
	F.1. Fragebogen	215
	F.2. Ergebnisse der Evaluation der ersten Durchführung	219
	F.3. Ergebnisse der Evaluation der zweiten Durchführung	224
	F.4. Ergebnisse der Evaluation der dritten Durchführung	230
G.	Jupyter Notebooks	237
	G.1. Meteorological Radiation Model - Version 1	237
	G.2. Vergleich der Strahlungsdaten aus TMY und MRM Version 5 $$	243
Ab	oildungsverzeichnis	251
Tal	ellenverzeichnis	253
Lit	ratur	254

# 1. Einleitung

Der Energiesektor befindet sich derzeit in einem großen Wandel. Aufgrund des von der Bundesregierung beschlossenen Ausstiegs aus der Kernenergie bis zum Jahr 2022 und des Kohleausstiegs bis spätestens 2038, stellt sich die Frage, wie diese Energiequellen ersetzt werden können. Neben der Möglichkeit, das Defizit durch konventionelle fossile Kraftwerke, wie beispielsweise Öl- oder Gaskraftwerke, zu ersetzen, rücken erneuerbare Energien immer mehr in den Vordergrund. Die Verbrennung fossiler Energieträger führt zu einer Anreicherung von Kohlendioxid in der Atmosphäre und damit zu einer Erwärmung des Klimas, weshalb fossile Kraftwerke stark in der Kritik stehen (vgl. Umweltbundesamt, 2016). Insofern ist es umso wichtiger sich nach alternativen Energieformen umzuschauen. Zu den regenerativen Energiequellen zählen die Biomasse, Geothermie, Wasserkraft, Sonnenenergie und Windenergie (vgl. Umweltbundesamt, 2020).

Ziel dieser Abschlussarbeit ist es, anknüpfend an das bestehende Lernmodul zur Solarenergieforschung, Lehr- und Lernmaterial zum Stand der Sonne und der Stärke der Sonnenstrahlung zu entwickeln. In dem bereits erprobten Lernmodul beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler¹ mit sogenannten Fresnelkraftwerken. Diese zählen zu den solarthermischen Kraftwerken, auch Sonnenwärmekraftwerke genannt, welche die Wärme der Sonne als primäre Energiequelle nutzen. In Fresnelkraftwerken wird mithilfe von Spiegeln die Sonnenstrahlung auf ein Rohr, das eine Flüssigkeit enthält, gebündelt. Die Flüssigkeit wird durch die konzentrierte Sonnenstrahlung erhitzt, verdampft und treibt eine Dampfturbine an, sodass die Sonnenwärme in elektrische Energie umgewandelt wird. Die Schüler entwickeln in dem bestehenden Lernmodul ein Modell für die Ausrichtung der Spiegel und für die Leistung, die ein Kraftwerk an einem vorher festgelegten Ort auf der Erde liefern würde. Außerdem optimieren sie verschiedene Kraftwerkparameter. In diesem Zusammenhang beschäftigen sich die Schüler allerdings noch nicht mit physikalischen Aspekten zum Stand der Sonne und Stärke der Sonnenstrahlung.

Beim Bau solarthermischer Kraftwerke soll möglichst wirtschaftlich vorgegangen werden. Daher muss im Vorfeld entschieden werden, welche Orte sich besonders als Standorte eignen. Um dies zu bewerten, wird die Leistung bzw. die Energie modelliert, die ein Kraftwerk an einem beliebigen Ort der Erde theoretisch liefern würde. Dazu wird, im Gegensatz zum bestehenden Material, nicht die am Absorberrohr ankommende Leistung, sondern die Leistung, die auf das gesamte Kraftwerkareal zu einer bestimmten Tages- und Jahreszeit einfällt, betrachtet. Diese ist von der Richtung, aus der die Sonnenstrahlen einfallen, abhängig. Daher modellieren die Schüler im ersten Teil des entwickelten Lernmoduls den Sonnenstand und im zweiten Teil die Bestrahlungsstärke. Mithilfe der einfallenden Leistung bzw. Energie soll abschließend ein optimaler Stand-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nachfolgend werden Schülerinnen und Schüler unter der Bezeichnung "Schüler" zusammengefasst. Analog wird mit den Personengruppen Lehrerinnen und Lehrer, Betreuerinnen und Betreuer u. a. verfahren.

ort für ein Fresnelkraftwerk gefunden werden. Das Material wurde so konzipiert, dass es sich gut für den Einsatz im Schulfach IMP<sup>2</sup> eignet und es sich beliebig mit dem bereits vorhandenen Lernmaterial zum Solarkraftwerk verknüpfen lässt. Um die Verbindung der beiden Lernmodule zu erleichtern, wurde an manchen Stellen auf die bereits bestehenden Materialien zurückgegriffen. Im Folgenden werden Inhalte und Materialien, die nicht von mir selbst entwickelt, sondern an bestehendes Material angelehnt sind, immer kenntlich gemacht.

Die Abschlussarbeit ist so aufgebaut, dass im zweiten Kapitel zunächst der didaktische Hintergrund erläutert wird. Hierzu wird zum einen das Projekt CAMMP sowie das Schulfach IMP vorgestellt und zum anderen näher auf die mathematische Modellierung eingegangen. Im Anschluss wird in Kapitel drei der mathematische und physikalische Hintergrund des Lernmoduls erläutert. Zusätzlich werden die modellierten Daten zur Bestrahlungsstärke mit realen Messdaten verglichen. Im nächsten Kapitel folgt das didaktisch-methodische Konzept. Dabei werden zunächst die Ziele und die curriculare Einbindung des entwickelten Lernmaterials vorgestellt. Anschließend wird sowohl der Ablauf des Lernmoduls im Rahmen eines CAMMP days als auch im Rahmen einer Unterrichtseinheit im Schulfach IMP erläutert. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die Vorstellung des digitalen Werkzeugs Julia und aller entwickelten Materialien. In Kapitel fünf wird die Durchführung des Lernmoduls im Rahmen eines Modellierungstages beschrieben sowie die Beobachtungen und Schülerevaluation ausgewertet. Am Ende der Arbeit wird ein kurzer Ausblick in weitere Möglichkeiten zur Verbesserung und zum Ausbau des erstellten Lernmoduls gegeben.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>IMP ist ein Profilfach am Gymnasium, das ab Klassenstufe 8 belegt werden kann.

# 2. Didaktischer Hintergrund

In diesem Kapitel werden zunächst das Projekt CAMMP und das Schulfach IMP vorgestellt. Bei den Projekten von CAMMP und damit auch bei dem im Rahmen dieser Arbeit erstellten Lernmodul steht die mathematische Modellierung im Vordergrund. Daher werden im letzten Teil dieses Kapitels didaktische Theorien zur mathematischen Modellierung erläutert.

## **2.1. CAMMP**

Die Abkürzung CAMMP bezeichnet ein Schülerlabor der RWTH Aachen sowie ein Projekt des Karlsruher Instituts für Technologie und steht für Computational and Mathematical Modeling Program (Computergestütztes Mathematisches Modellierungsprogramm) (vgl. CAMMP, 2019b). Entwickelt wurde das Projekt an der RWTH Aachen vom Lehrstuhl Mathematik CCES (Prof. Dr. Martin Frank), dem Lehrstuhl für Molekulare Simulation und Transformation (Prof. Dr. Ahmed Ismail) und der Graduiertenschule AICES (Dr. Nicole Faber) (vgl. CAMMP, 2020d). Seit Januar 2018 gibt es CAMMP auch am KIT. Die unterschiedlichen Lernmodule und Veranstaltungsformate vom CAMMP bieten sowohl Schülern als auch Lehrern die Möglichkeit, realen Problemen aus Alltag, Industrie und Forschung mithilfe von mathematischer Modellierung und Computereinsatz nachzugehen (vgl. CAMMP, 2019b).

#### 2.1.1. Die Idee hinter CAMMP

Das Projekt CAMMP möchte es Schülern ermöglichen, in die Rolle eines Wissenschaftlers zu schlüpfen und die Grundlagen der mathematischen Modellierung kennenzulernen. Die Schüler arbeiten in kleinen Teams an herausfordernden realen Problemen, nutzen zur Lösung dieser Probleme mathematische Methoden und Computersimulationen (wie beispielsweise die numerische und mathematische Modellierung) und werden dabei von Wissenschaftlern unterstützt. Durch die längere und intensivere Auseinandersetzung mit Fragestellungen aus verschiedenen Bereichen, wie Finanzen, Luft- und Raumfahrt, Videospiel-Design, medizinischer Bildgebung sowie Ökologie, lernen die Schüler die Berufswelt eines Mathematikers, Informatikers, Physikers und Ingenieurs kennen (vgl. CAMMP, 2020c).

#### 2.1.2. Projektziele

CAMMP hat es sich zum Ziel gesetzt, der Allgemeinheit die gesellschaftliche Relevanz von Mathematik und Simulationswissenschaften aufzuzeigen. Gleichzeitig möchte das Projekt die Schüler bei der Berufs- und Studienorientierung unterstützen und sie für ein Studium der Mathematik oder eines mathematiknahen Studiengangs begeistern. Darüber hinaus sollen die Lernmodule von CAMMP die Schüler an das mathematische Modellieren heranführen und ihre Kompetenzen in diesem Bereich ausbauen. Dabei ist CAMMP nicht als ein aus der Schule ausgelagerter Unterricht zu verstehen, sondern

vielmehr als ein Programm, das es ermöglicht, neue didaktische Methoden und Prinzipien zu erproben und zu erforschen. Ferner können auch die Lehrkräfte einen Nutzen aus dem Projekt CAMMP ziehen. Zum einen wird die Motivation und das Interesse der Schüler am Fach Mathematik durch das Bearbeiten von realen Problemstellungen gesteigert und zum anderen werden Lehrkräfte zu einer Einbindung anwendungsorientierter Aufgaben in ihren Unterricht inspiriert. Hierzu stellt CAMMP den Lehrern auch Materialien für konkrete Projekte zur Verfügung (vgl. CAMMP, 2019a).

#### 2.1.3. Veranstaltungsformate

Das Projekt CAMMP bietet hauptsächlich zwei verschiedene Veranstaltungsformate an, die CAMMP week und den CAMMP day. Diese werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Die CAMMP week ist eine Modellierungswoche, in der sich mathematikinteressierte Schüler der Oberstufe mit realen Problemen, die aus der aktuellen Forschung von Firmen oder Universitäten stammen, beschäftigen. Die Schüler arbeiten innerhalb der fünf Tage in kleinen Gruppen an individuellen Problemstellungen und werden dabei stets von einem Wissenschaftler betreut. Beispielsweise wurden folgende Fragestellungen bereits behandelt:

- Wie können Initialen in Buchdrucken automatisch erkannt werden? (Arbeitsgruppe DEM, Karlsruher Institut für Technologie)
- Wie lassen sich Windparks optimieren? (Vattenfall GmbH)

Am Ende der Woche findet eine Abschlussveranstaltung statt, in deren Rahmen die Schülerteams ihre Ergebnisse den Vertretern der Firmen und Universitäten präsentieren (vgl. CAMMP, 2020b).

Als *CAMMP day* wird ein mathematischer Modellierungstag bezeichnet, an dem sich Schüler mit praxisorientierten Fragestellungen beschäftigen. Dabei werden die Schüler von Wissenschaftlern unterstützt und in die Grundlagen der mathematischen Modellierung eingeführt. In kleinen Gruppen arbeiten die Schüler an einer Problemstellung, die vorab didaktisch-methodisch ausgearbeitet wurde. Aktuell werden beispielsweise die folgenden Lernmodule angeboten<sup>3</sup>:

- Wie funktionieren eigentlich Animationsfilme und was hat das mit Mathe zu tun?
- Musik Streamingdienste Datenkomprimierung am Beispiel von Liedern
- Wie funktioniert GPS und was hat das mit Mathe zu tun?

Zur Lösung der Problemstellungen nutzen die Schüler sowohl beim CAMMP day als auch bei der CAMMP week mathematische Methoden und Computersimulationen (vgl. CAMMP, 2020a).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Weitere Lernmodule und genauere Erklärungen sind auf der Internetseite von CAMMP (www.cammp.online/116.php, letzter Aufruf: 19.09.2020) zu finden.

#### 2.1.4. Ablauf eines CAMMP days

Die CAMMP days werden abhängig vom behandelten Lernmodul mit Schülergruppen der Mittel- und Oberstufe durchgeführt<sup>4</sup>. Meistens handelt es sich dabei um Schulklassen eines allgemeinbildenden Gymnasiums. Zusätzlich werden ausgewählte Lernmodule für einzelne mathematikinteressierte Schüler auch als Ferienuni oder im Rahmen von sogenannten freien CAMMP days angeboten. Durchgeführt werden die CAMMP days vor Ort am KIT bzw. der RWTH oder mithilfe verschiedener Kommunikationstools online. Die Bearbeitung der Lernmodule erfolgt meistens in Partnerarbeit oder in kleinen Gruppen. Dabei stehen den Schülern zum einen Laptops zur Verfügung und zum anderen werden sie von mehreren Wissenschaftlern (meist Studierende des Lehramts Mathematik) betreut und unterstützt.

Zu Beginn jedes CAMMP days erhalten die Schüler nach einer kurzen Begrüßung einen Vortrag zur mathematischen Modellierung. Durch diesen Vortrag erlangen die Schüler einen Einblick in die Welt des Modellierens und die Bedeutung der mathematischen Modellierung und Simulation für Industrie und Forschung. Hierzu wird ein anschauliches Beispiel vorgestellt. Im weiteren Tagesverlauf arbeiten die Schüler an dem jeweiligen Lernmodul. Am Ende eines jeden CAMMP days werden die bearbeiteten Aufgaben besprochen und gesichert.

#### 2.2. Das Schulfach IMP

Zum Schuljahr 2018/2019 wurde an 56 allgemeinbildenden Gymnasien in Baden-Württemberg das neue Profilfach "Informatik, Mathematik, Physik" (IMP) eingeführt. Ziel dieses neuen Faches ist es, die Naturwissenschaften zu stärken und die Schüler auf die Herausforderungen einer digitalen Gesellschaft vorzubereiten. Langfristig soll so der Bedarf an Fachkräften in den Bereichen Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik gesichert werden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018b).

Im Folgenden werden zum einen die Bildungsziele des Fachs IMP und zum anderen die Beiträge des Fachs zu den Leitperspektiven des Bildungsplans vorgestellt. Inwieweit das entwickelte Lernmodul zu diesen Zielen beiträgt und welchen Leitperspektiven es begegnet, wird in Kapitel 4 diskutiert.

#### 2.2.1. Bildungsziele des Fachs IMP

Das Profilfach IMP verfolgt zusammen mit den regulären Unterrichtsfächern Informatik, Mathematik und Physik das Ziel, den Schülern ein fachliches Fundament zu vermitteln (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a,

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die Module bauen auf unterschiedlichem Vorwissen auf, sodass nicht jedes Modul für jede Jahrgangsstufe geeignet ist.

S. 3). Dieses soll die Schüler dazu befähigen, "sich konstruktiv-kritisch an der gesellschaftlichen Kommunikation und Meinungsbildung über informatische Entwicklungen und naturwissenschaftliche Forschung zu beteiligen und verantwortungsvoll Entscheidungen zu treffen" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 3).

Inhaltlich baut das Fach auf den Kompetenzen, die in den Fächer Mathematik und Physik bis Klasse 7 und dem Aufbaukurs Informatik vermittelt wurden, auf, vertieft und erweitert diese. In den Klassenstufen 8 bis 10 sind die Inhalte von IMP auf die Inhalte des Mathematik- und Physikunterrichts abgestimmt. Der Unterricht im Fach IMP strebt die folgenden, in Abbildung 1 dargestellten, fachspezifischen und übergeordneten Ziele an (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 3f.).

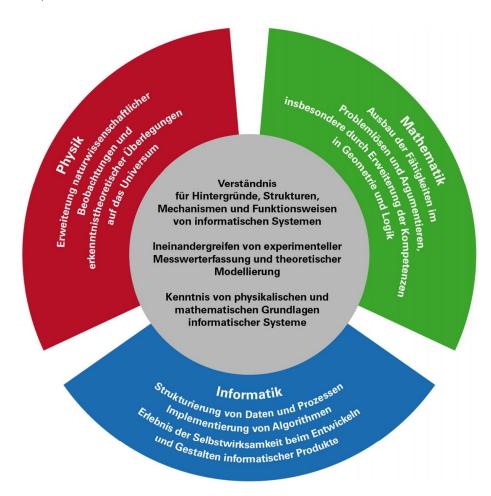


Abbildung 1: Ziele des IMP-Unterrichts (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4)

## 2.2.2. Beitrag des Fachs IMP zu den Leitperspektiven des Bildungsplans

Im Bildungsplan 2016 des Landes Baden-Württembergs sind sechs Leitperspektiven, die in allgemeine und themenspezifische Leitperspektiven unterteilt werden, zu finden:

- Allgemeine Leitperspektiven:
  - Bildung für nachhaltige Entwicklung
  - Bildung für Toleranz und Akzeptanz von Vielfalt
  - Prävention und Gesundheitsförderung
- Themenspezifische Leitperspektiven:
  - Berufliche Orientierung
  - Medienbildung
  - Verbraucherbildung

Diese Leitperspektiven legen die allgemeinen Bildungs- und Erziehungsziele fest (Pant, o. J.).

Im Folgenden wird kurz erläutert, welchen Beitrag das Fach IMP gemäß des Bildungsplans zu diesen Leitperspektiven leisten soll.

#### Bildung für nachhaltige Entwicklung:

"Physikalisch-technisches Wissen ist zum Verständnis sowie zur Lösung vieler globaler Entwicklungs- und Umweltfragen unabdingbar" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4). Somit wird vor allem im physikalischen Fachbereich ein großer Beitrag zu dieser Leitperspektive geleistet. Im Fach IMP soll das bereits im Physikunterricht erlernte Grundwissen zu Energie und Leistung, zur Energieübertragung auf thermischen Wegen und zu Strahlungsbilanzen weiter ausgebaut werden. Ziel ist es beispielsweise, eine "Simulation zum Treibhauseffekt durchzuführen und deren Ergebnisse mit komplexeren wissenschaftlichen Szenarien zu vergleichen" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4). Dadurch werden die Grundkenntnisse für das globale Denken und lokale Handeln entsprechend Agenda 21 erweitert (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4).

#### Bildung für Toleranz und Akzeptanz von Vielfalt:

Der Einfluss digitaler Systeme auf das gesellschaftliche Leben nimmt immer mehr zu. Technische Neuerungen implizieren einerseits viele Chancen, bringen aber andererseits auch Missbrauchsmöglichkeiten mit sich. Besonders das Internet birgt unzählige Gefahren, wie beispielsweise die Manipulation von Meinungen und Ansichten. Daher ist es von großer Bedeutung, dass den Schülern "die Strukturen des Internets und die dahinter stehenden technischen Möglichkeiten" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5) aufgezeigt werden. Nur dadurch können sie

zu einer bewussten und angemessenen Bewertung von Informationen befähigt werden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4f.).

#### Prävention und Gesundheitsförderung:

Die Schüler sollen vor allem im Bereich der Informatik einen gewissenhaften, bewussten und selbstständigen Umgang mit Endgeräten lernen. Durch die Nutzung mobiler Endgeräte und Informatiksysteme als digitale Werkzeuge werden die Schüler dazu befähigt, "von der Rolle des reinen Konsumenten in die Rolle des bewusst Handelnden und Gestaltenden zu treten" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5). Durch diesen Rollenwechsel soll das Selbstwertgefühl und Selbstvertrauen gestärkt und damit zur Persönlichkeitsentwicklung der Schüler beigetragen werden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5).

#### **Berufliche Orientierung:**

Die Berufswelt befindet sich derzeit aufgrund der informations- und messtechnischen Entwicklungen in einem großen Wandel. Dabei rücken klassische Berufe immer weiter in den Hintergrund während neue Berufsfelder vor allem im MINT-Bereich entstehen. In vielen Ausbildungs- und Studiengängen gewinnen daher MINT-Fächer zunehmend an Bedeutung. Durch das Fach IMP soll es den Schülern ermöglicht werden, sich mit Anwendungsfeldern der Informatik, Mathematik und Physik zu beschäftigen und so die neuen Arbeitsfelder der Berufswelt kennenzulernen. Dabei sollen auch (geschlechts-) stereotypische Sichtweisen auf MINT-Berufe abgebaut werden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5).

#### Medienbildung:

"Der durch den IMP-Unterricht angeregte verantwortungsvolle Umgang mit Daten [soll] [...] die Schülerinnen und Schüler [sensibilisieren], die Rechte anderer zu wahren und ihre eigenen Daten zu sichern" (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5). Zum einen soll durch das naturwissenschaftliche Experimentieren sowie die zugehörige Datenerfassung und -auswertung mithilfe digitaler Geräte und zum anderen durch die Nutzung fachspezifischer Anwendungs- und Simulationssoftware ein Beitrag zu dieser Leitperspektive geleistet werden. Darüber hinaus soll den Schülern die Funktionsweise dieser Systeme näher gebracht und dadurch ein bewusster Umgang mit digitalen Werkzeugen gefördert werden. Erst durch diese Kenntnisse kann ein produkt- und versionsunabhängiges Konzeptwissen aufgebaut werden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 5).

#### Verbraucherbildung:

Im IMP-Unterricht sollen Schüler die Wirkungsweisen hinter Datenerhebungen, die beispielsweise eine personalisierte Werbung ermöglichen, kennenlernen und dadurch zu unabhängigen Konsumentenentscheidungen befähigt werden. Des Weiteren soll der Unterricht die kritische Auseinandersetzung der Schüler mit Aussagen in Werbung, Marketing und Produktgestaltung durch das Bewusstmachen mathematisch-naturwissen-

schaftlicher Zusammenhänge fördern (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 6).

## 2.3. Mathematische Modellierung

Im Folgenden wird der didaktische Hintergrund der mathematischen Modellierung erläutert. Beim Einsatz von Modellierungsaufgaben im Unterricht und bei der Durchführung eines Modellierungstages im Rahmen von CAMMP werden die Winter'schen Grunderfahrungen adressiert. Diese sind auch bei den Zielen des Modellierens von Bedeutung und werden daher kurz vorgestellt. Laut Winter (1995, S. 37) soll der Mathematikunterricht die folgenden Grunderfahrungen ermöglichen und dadurch zur Allgemeinbildung beitragen:

- 1. "Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- 2. mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- 3. in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben."

Bei dem Einsatz von Modellierungsaufgaben werden also die erste und dritte Grunderfahrung in besonderem Maße angesprochen.

#### 2.3.1. Mathematisches Modellieren und mathematische Modelle

Das mathematische Modellieren ist ein Teilbereich der angewandten Mathematik und beschreibt den Prozess des Lösens von Problemen aus der Realität (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 11).

Im Zuge der Modellierung werden mathematische Modelle entwickelt. Unter einem mathematischen Modell versteht man eine vereinfachende Darstellung der Realität, "auf die mathematische Methoden angewandt werden können, um mathematische Resultate zu erhalten" (Greefrath et al., 2013, S. 12). Bei der Darstellung der Realität werden nur hinreichend objektivierbare Teilaspekte berücksichtigt. Formal kann ein mathematisches Modell durch ein Tripel (R, M, f) beschrieben werden, dabei ist R ein gewisser Ausschnitt der Realität, M eine Teilmenge der mathematischen Welt und f eine Abbildung von der Realität R in die mathematische Welt M. Die Beschreibung und Bearbeitung eines realen Problems durch mathematische Methoden und Modelle wird dadurch begrenzt, dass die komplexe Realität nicht vollständig durch ein Modell dargestellt werden kann. Eine detaillierte Darstellung der Realität ist meist auch nicht

erwünscht, denn Modelle sollen für eine überschaubare Verarbeitung realer Daten geeignet sein (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 12f.).

#### 2.3.2. Modellierungskreisläufe

Der Kern des mathematischen Modellierens liegt in der Übersetzung eines mathematischen Problems aus der Realität in die Mathematik, der Arbeit mit mathematischen Methoden und der Übertragung der mathematischen Lösung auf das reale Problem. Um diesen Modellierungsprozess zu beschreiben werden daher oft Kreisläufe genutzt (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S. 3).

Im Rahmen des DISUM-Projekts wurde von Blum und Leiß der in Abbildung 2 dargestellte, siebenschrittige Modellierungskreislauf entwickelt. In diesem Kreislauf wird zum einen die Erstellung des mathematischen Modells und zum anderen der Prozess des Individuums, welches das Modell erstellt, illustriert. Es werden also die einzelnen Schritte, die zur Lösung von Modellierungsaufgaben idealerweise durchlaufen werden, dargestellt. Dieser Modellierungskreislauf ist somit für eine genaue, individuelle Analyse des Modellierungsprozesses nützlich (vgl. Stender, 2016, S. 32). Auf die einzelnen Teilschritte dieses Modellierungskreislaufs wird im nächsten Abschnitt, bei der Erläuterung der Teilkompetenzen des Modellierens, genauer eingegangen.

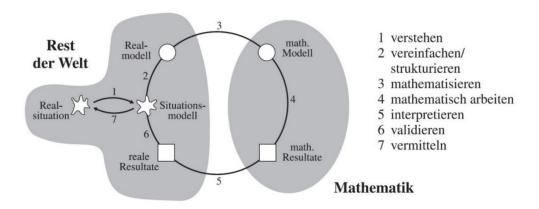


Abbildung 2: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (Greefrath et al., 2013, S. 18)

Der Modellierungskreislauf von Blum und Leiß bietet den Schülern die Möglichkeit, die einzelnen Schritte, die bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben von Bedeutung sind, nachzuvollziehen und den gesamten Modellierungsprozess zu reflektieren. Allerdings stellt auch jeder Schritt eine potentielle kognitive Hürde für Schüler dar (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 31). Daher scheint es sinnvoll, den Schülern einen weniger komplexen Modellierungskreislauf als Orientierung zur Hand zu geben. Ein solcher Modellierungskreislauf ist beispielsweise der im Rahmen von Veranstaltungen

von CAMMP genutzte, vierschrittige Kreislauf (s. Abb. 3). Dieser knüpft an den von Blum (1985) entwickelten Modellierungskreislauf an.

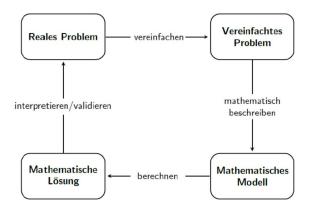


Abbildung 3: Von CAMMP genutzter Modellierungskreislauf

Auch in diesem Modellierungskreislauf wird im ersten Schritt das reale Problem vereinfacht, strukturiert und präzisiert. Das dadurch gewonnene vereinfachte Problem wird anschließend in ein mathematisches Modell übersetzt (Schritt 2). Mit diesem mathematischen Modell werden im dritten Schritt Berechnungen durchgeführt mit dem Ziel, eine mathematische Lösung zu finden. Im letzten Schritt wird die gefundene Lösung in Bezug auf das reale Problem interpretiert und validiert. Falls die mathematische Lösung kein zufriedenstellendes Ergebnis liefert, wird der Modellierungskreislauf (ganz oder teilweise) erneut durchlaufen.

Das in der didaktischen Diskussion bekannte Bild des Modellierungskreislaufs wird in der von der Initiative Computer-Based Math eingeführten *Solution Helix of Math* (s. Abb. 4) um den Aspekt der Annäherung an eine optimale Lösung durch die Wiederholung der Modellierungsschritte erweitert (vgl. Frank et al., 2018, S. 139).

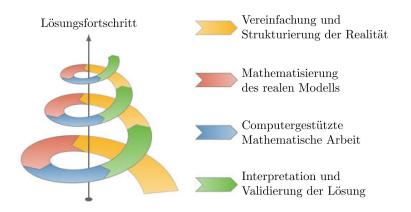


Abbildung 4: Computergestützte Modellierungsspirale (Frank et al., 2018, S. 140)

Die einzelnen Modellierungsschritte der Modellierungsspirale orientieren sich auch hier, abgesehen von der Einbindung des Computereinsatzes, an den Schritten des von Blum (1985) entwickelten Modellierungskreislaufs. Die Modellierungsspirale beschreibt die folgenden Schritte:

- 1. Vereinfachung und Strukturierung der Realität bezüglich der realen Problemstellung bzw. später Präzisierung des realen Modells;
- 2. Mathematisierung des realen Modells;
- 3. Computergestützte Arbeit mit dem mathematischen Modell;
- 4. Interpretation und Validierung der mathematischen Lösung in Bezug auf das reale Problem (vgl. Frank et al., 2018, S. 139).

Auf den Einsatz digitaler Werkzeuge im Modellierungsprozess und welche Vorteile dies mit sich bringt, wird in Abschnitt 2.3.5 genauer eingegangen.

#### 2.3.3. Modellierungskompetenzen

Der Kompetenzbegriff wird nach Weinert (2001, zitiert nach Stender, 2016, S. 36f.) folgendermaßen definiert:

"Dabei versteht man unter Kompetenzen die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können."

Mathematisches Modellieren gehört neben Mathematisch argumentieren, Probleme mathematisch lösen, Mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen und Mathematisch kommunizieren zu den sechs zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife aufgeführt werden (vgl. Kultusministerkonferenz, 2012, S. 11). Auch im Bildungsplan des Gymnasiums für Mathematik des Landes Baden-Württembergs zählt Modellieren zu den fünf prozessbezogenen Kompetenzen, die die Schüler im Laufe ihrer Schullaufbahn im Fach Mathematik erwerben sollen (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016, S. 13). Auch im Bildungsplan des Fachs IMP ist die prozessbezogene Kompetenz Modellieren und Implementieren im Teilbereich Informatik und die prozessbezogene Kompetenz Modellieren im Teilbereich Mathematik zu finden (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 7ff.).

Das mathematische Modellieren erfordert eine große Anzahl an unterschiedlichen Kompetenzen, die für die selbstständige Bearbeitung von Modellierungsaufgaben in einem

gewissen Umfang schon vorhanden sein und daher zuvor in der Schule erlernt werden müssen. Diese Kompetenzen werden während des Modellierungsprozesses und bei der Bearbeitung der Fragestellungen weiterentwickelt und vertieft (vgl. Stender, 2016, S. 35). In den Bildungsstandards wird die Kompetenz *Mathematisch modellieren* durch den Wechsel zwischen Realsituation und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden charakterisiert. Dazu zählt zum einen das Erstellen passender mathematischer Modelle und zum anderen das Verstehen und Bewerten bereits bestehender Modelle (vgl. Kultusministerkonferenz, 2012, S. 15).

Die Modellierungskompetenz lässt sich in sieben Teilkompetenzen aufteilen, die die einzelnen Teilschritte des Modellierungskreislaufs in Abbildung 2 darstellen. Im Folgenden sollen diese kurz erläutert werden.

#### 1. Verstehen:

Ausgehend von der *Realsituation* (Problemstellung, Aufgabenstellung) entwickeln die Schüler ein eigenes mentales Modell, das sogenannte *Situationsmodell*. Um dieses mentale Modell der Ausgangssituation konstruieren zu können, müssen die Schüler die Problemsituation *verstehen* (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6).

#### 2. Vereinfachen:

Das Situationsmodell, das der Lernende zuvor entwickelt hat, enthält meist noch viele überflüssige und irrelevante Informationen. Um aus dem Situationsmodell ein Realmodell zu entwickeln, müssen die Schüler wichtige Angaben identifizieren und strukturieren. Darüber hinaus müssen vereinfachende oder idealisierende Annahmen getroffen werden, um die Komplexität des Problems zu verringern (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6).

#### 3. Mathematisieren:

Bei dieser Teilkompetenz übersetzen die Schüler durch Mathematisierungen das Realmodell in ein mathematisches Modell. Sie stellen also einen Zusammenhang zwischen der Realität und der Mathematik her (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6).

#### 4. Mathematisch arbeiten:

Die Schüler arbeiten nun mit dem zuvor entwickelten mathematischen Modell. Dabei nutzen sie ihre mathematischen Kenntnisse und geeignete Verfahren um zu einem mathematischen Resultat zu gelangen (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6). Hierzu zählen beispielsweise die mathematischen Tätigkeiten "Folgerungen ziehen, Zusammenhänge herausarbeiten, verschiedene Fälle unterscheiden, konkrete Beispiele durchrechnen, Alternativen simulieren, bekannte mathematische Methoden und Resultate anwenden usw." (Blum, 1985, zitiert nach Stender, 2016, S. 25). Bei dieser Teilkompetenz des Modellierens spielen häufig auch digitale Werkzeuge eine wichtige Rolle. Auf den Einsatz digitaler Werkzeuge im Modellierungsprozess wird in Abschnitt 2.3.5 noch genauer eingegangen.

#### 5. Interpretieren:

Die Schüler übertragen die im mathematischen Modell gewonnenen Resultate in die Realsituation. Durch Interpretation der Ergebnisse in der Ausgangssituation bzw. Anwendung der Resultate auf die reale Situation erhalten die Schüler ein reales Resultat (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6).

#### 6. Validieren:

Das erhaltene reale Resultat wird von den Schülern mithilfe des Situationsmodells beurteilt. Außerdem können in diesem Schritt auch, falls vorhanden, verschiedene mathematische Modelle zu einer Realsituation verglichen und bewertet werden (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S. 6).

#### 7. Vermitteln:

Erscheint das reale Resultat im Situationsmodell angemessen, so transferieren die Schüler die Resultate auf die Realsituation. Die Schüler haben nun eine Lösung für die reale Problemstellung gefunden. Falls das Resultat noch nicht als angemessen betrachtet wird, müssen die Teilschritte 2 bis 6 erneut durchlaufen werden. Hierzu werden die getroffenen Annahmen auf ihre Gültigkeit hin überprüft, verworfen oder angepasst (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S.6).

Bei der Förderung der Modellierungskompetenz ist es sinnvoll, sowohl einzelne Teilkompetenzen zu fördern (atomistischer Ansatz) als auch Modellierungsaufgaben in ihrer ganzen Komplexität von den Schülern bearbeiten zu lassen (holistischer Ansatz). Der atomistische Ansatz bietet die Möglichkeit, die Komplexität für Lehrende und Lernende zu reduzieren. Insbesondere bei Schülern mit geringer Modellierungserfahrung ist so ein weniger zeitaufwändiger Einstieg in die Behandlung von Modellierungsaufgaben im Unterricht und eine Fokussierung auf den Lernprozess möglich. Allerdings ist dabei zu beachten, dass es für die Entwicklung der Kompetenzen im Bereich der Strukturierung einer komplexen Fragestellung nicht ausreicht, dass Schüler nur mit vorstrukturierten Problemen arbeiten. Beim holistischen Ansatz steht das vollständige Durchlaufen des Modellierungsprozesses für den Erwerb von Modellierungskompetenzen im Vordergrund. Blomhøj und Højgaard vermuten, dass dieser Ansatz für Schüler grundsätzlich motivierender ist, da der Grad an Authentizität durch das vollständige Durchlaufen des Modellierungsprozesses erhöht wird. Demgegenüber steht das Problem, dass die Realisierung eines vollständigen Modellierungsprozesses im Unterricht sehr zeitaufwändig sein kann und daher oft nicht durchgeführt wird (vgl. Stender, 2016, S. 39f.).

#### 2.3.4. Ziele des Modellierens

Beim Einsatz von Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht werden unterschiedliche Ziele verfolgt. Im Folgenden werden vier dieser Ziele kurz erläutert.

#### • Allgemeine Ziele:

Ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts ist die Vermittlung eines angemessenen Bildes der Mathematik als Wissenschaft. Zu diesem Bild zählt auch die Anwendung von Mathematik, der Prozess der Entwicklung von Lösungen und der Stellenwert der erreichten Lösung (vgl. Stender, 2016, S. 17). Zusätzlich soll der kritische Umgang mit Mathematik gefördert werden. Dies umfasst das kritische Handeln im privaten und öffentlichen Leben, wie beispielsweise die Bewertung von verwendeten Modellen (z. B. Steuermodell) (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 20). Des Weiteren sollen die Schüler dazu befähigt werden, den Stellenwert der Mathematik in der Gesellschaft zu erkennen, zu verstehen und zu bewerten (vgl. Stender, 2016, S. 16f.).

#### • Inhaltsorientierte Ziele:

Durch die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben beschäftigen sich die Schüler mit Problemstellungen aus ihrer realen Umwelt. Ziel ist es, die Schüler zu befähigen ihren Lebensraum mit mathematischen Mitteln zu erforschen und Erscheinungen unserer Welt wahrzunehmen und zu verstehen. Diese Ziele entsprechen der ersten der drei Winter'schen Grunderfahrungen, die die Schüler im Laufe ihrer Schullaufbahn im Mathematikunterricht erleben sollen (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 20).

## • Prozessbezogene Ziele:

Durch die Beschäftigung mit realen Problemen und Anwendungen im Mathematikunterricht sollen auch allgemeine mathematische Kompetenzen, wie zum Beispiel Problemlösefähigkeit, Kommunikation und Argumentation gefördert werden. Außerdem können zentrale heuristische Strategien des Problemlösens wie beispielsweise das Arbeiten mit Analogien oder das Rückwärtsarbeiten genutzt und gefördert werden. Hiermit wird die dritte der drei Winter'schen Grunderfahrungen adressiert (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 20).

#### • Lernpsychologische Ziele:

Mathematische Inhalte sollen durch die Auseinandersetzung mit Modellierungsaufgaben besser verstanden und behalten werden. Darüber hinaus soll die Motivation und das Interesse an der Mathematik gesteigert werden (vgl. Greefrath et al., 2013, S. 20).

#### 2.3.5. Modellieren mit digitalen Werkzeugen

Der Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht gewinnt immer mehr an Bedeutung, denn er ermöglicht die Integration komplexer Anwendungen und Modellierungen in die tägliche Unterrichtspraxis. Durch die Reduzierung des Rechenaufwands aufgrund des Einsatzes digitaler Werkzeuge rückt der eigentliche Modellierungsprozess und das tiefergehende Verständnis für diesen Prozess in den Vordergrund. Digitale Werkzeuge können an unterschiedlichen Stellen im Modellierungskreislauf genutzt werden, wie Abbildung 5 zeigt.

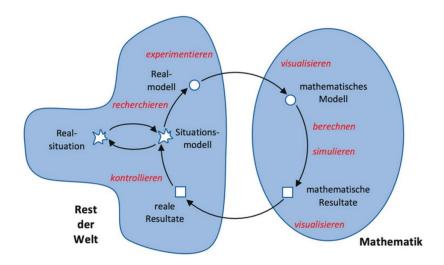


Abbildung 5: Einsatzmöglichkeiten digitaler Werkzeuge im Modellierungskreislauf (Greefrath & Siller, 2018, S.12)

Ein mögliches Einsatzgebiet ist das Experimentieren oder Entdecken. Eine reale Situation kann beispielsweise unter Verwendung einer dynamischen Geometriesoftware oder einer Tabellenkalkulation in ein geometrisches Modell übersetzt werden. In diesem Modell können die Schüler anschließend experimentieren, sich die reale Situation veranschaulichen und Erkenntnisse über die dargestellte Situation gewinnen (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S. 9). Ein weiteres Einsatzgebiet ist das Berechnen von numerischen oder algebraischen Ergebnissen mithilfe von Computeralgebrasystemen, falls die Schüler diese nicht oder nicht in angemessener Zeit selbst erhalten können. Hierzu zählt auch das Finden von algebraischen Darstellungen und das Simulieren (vgl. Kaiser et al., 2015, S. 372). Digitale Werkzeuge bieten auch die Möglichkeit unterschiedliche Darstellungen zu erzeugen und dienen so dem Visualisieren. Gegebene Daten können zum Beispiel mithilfe von Computeralgebrasystemen veranschaulicht werden (vgl. Greefrath & Siller, 2018, S. 10). Darüber hinaus können digitale Werkzeuge auch zur Kontrolle bzw. Uberprüfung der erhaltenen Lösungen genutzt werden (vgl. Kaiser et al., 2015, S. 372). Falls das verwendete digitale Werkzeug über einen Internetanschluss verfügt, kann es auch für Recherchezwecke genutzt werden. Die Internetrecherche kann beispielsweise der Sammlung von Informationen über die Realsituation oder der Validierung der erzielten Ergebnisse dienen (vgl. Stender, 2016, S. 44).

Der Einsatz von digitalen Werkzeugen kann also in allen Schritten des Modellierungskreislaufs sinnvoll sein. Dabei sollten jedoch die folgenden beiden Aussagen beachtet werden:

• "Wird das entsprechende Instrument beherrscht, so ist es beim Verstehen von Mathematik hilfreich und ein mögliches Mittel beim Lösen von (zu dem Instrument passenden) Problemen" (Stender, 2016, S. 43).

• "Wird das Instrument (noch) nicht beherrscht, so muss es zunächst eingeführt werden und der Umgang mit der jeweiligen Software von den Schülerinnen und Schülern erlernt werden" (Stender, 2016, S. 43). Das Werkzeug stellt in diesem Fall eine zusätzliche Hürde im Lern- und Arbeitsprozess dar und es wird für die Einführung des Werkzeugs weitere Unterrichtszeit benötigt (vgl. Stender, 2016, S. 43f.). Daher sollte im Vorfeld abgewogen werden, ob der Mehrwert des Einsatzes eines digitalen Werkzeugs im Verhältnis zum Nutzen für die spezifische Modellierungsaufgabe steht.

Auch in dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Lernmodul spielen moderne digitale Werkzeuge eine wesentliche Rolle. Konkret arbeiten die Schüler mit Jupyter-Notebooks und der Programmiersprache Julia. Diese beiden Werkzeuge werden in Kapitel 4.4 vorgestellt.

# 3. Mathematischer und Physikalischer Hintergrund

In diesem Kapitel werden alle mathematischen und physikalischen Inhalte, die bei der Durchführung des entwickelten Lernmoduls benötigt werden, vorgestellt und erläutert. Hierzu werden zunächst die Eigenschaften der Sonne und der Sonnenstrahlung sowie der solarthermischen Kraftwerke dargestellt. Anschließend werden die einzelnen Modellierungsschritte, die in dem entwickelten Lernmodul durchlaufen werden, erläutert. Im letzten Teil des Kapitels werden modellierte Daten zur Stärke der Sonnenstrahlung mit realen Messdaten verglichen. Dieser letzte Teil ist kein Inhalt des entwickelten Lernmoduls.

# 3.1. Eigenschaften der Sonne und der Sonnenstrahlung

Die Sonne ist ein Himmelskörper aus extrem heißem Plasma mit einem Durchmesser von ungefähr  $1, 4 \cdot 10^9 \,\mathrm{m}$ . Der Abstand zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Erdmittelpunkt beträgt ungefähr  $1, 5 \cdot 10^{11} \,\mathrm{m}$  (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 14). In Abbildung 6 ist der schematische Aufbau der Sonne dargestellt.

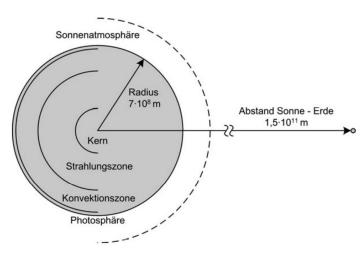


Abbildung 6: Schematischer Aufbau der Sonne (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 15)

Die Sonne erzeugt in ihrem Inneren Energie durch Kernfusionsprozesse und kann daher als gigantischer Funktionsreaktor angesehen werden. Als Kernfusion wird die Verschmelzung von leichteren zu schweren Atomkernen bezeichnet, wobei ein Teil der Masse der leichten Atomkerne in Energie umgewandelt wird. Ein solcher Fusionsprozess nutzt die starken Kernkräfte im Inneren eines Atomkerns, die nur eine geringe Reichweite haben, um den elektromagnetischen Abstoßungskräfte, die auch auf große Distanzen wirken, entgegenzuwirken. Voraussetzung für eine solche Kernfusion ist zum einen eine ausreichend hohe Relativgeschwindigkeit der Kerne und zum anderen eine hohe Dichte, sodass die Wahrscheinlichkeit für einen Zusammenstoß ausreichend groß ist (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 14ff.).

Im Kern der Sonne herrscht eine Temperatur von 13 Mio. Kelvin und eine Dichte, die in etwa dem Hundertfachen von Wasserstoff entspricht. Somit sind alle Voraussetzungen für den Fusionsprozess, der auch Proton-Proton-Zyklus genannt wird, erfüllt. Über mehrere Teilreaktionen verschmelzen je vier Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern. Dieser Prozess kann durch die folgende Summenformel beschrieben werden:

$$4p + 2e^{-} \rightarrow He^{2+} + 6\gamma + 2\gamma_e + \Delta E.$$
 (3.1)

Die vier Wasserstoffkerne, bestehend aus je einem Proton (p), bilden zusammen mit zwei Elektronen (e<sup>-</sup>) einen Heliumkern (He<sup>2+</sup>). Bei dieser Fusion werden sechs Photonen ( $\gamma$ ), zwei Neutrinos ( $\gamma_e$ ) und die Energie  $\Delta$ E freigesetzt. Dieser Fusionsprozess arbeitet seit 4,6 Milliarden Jahren. Seitdem wurden etwa 30% des Wasserstoffs im Kern verbraucht. Die Sonne stellt also auch noch für die nächsten Generationen eine unerschöpfliche Energiequelle dar (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 16).

Die Energie, die durch den Proton-Proton-Zyklus im Kern erzeugt wurde, wird durch zahlreiche Absorptions- und Reemissionsprozesse durch die Strahlungszone an die äußeren Schichten der Sonne abgegeben. Zunächst erfolgt der Energietransport durch energiereiche Strahlung, hauptsächlich im Röntgen- und Gammabereich des Spektrums. In der Strahlungszone ergibt sich durch die Wechselwirkung der Photonen mit Atomen oder einzelnen Elementarteilchen eine Verschiebung der Strahlung in einen Bereich größerer Wellenlängen. Ab etwa 75% des Sonnenradius lässt die gasförmige Materie nur noch wenig Strahlung durch. Der Energietransport erfolgt nun durch turbulente Konvektionsströmungen. Die Temperatur ist bis zu diesem Punkt auf etwa 1,5 Mio. Kelvin gesunken. In der Photosphäre, die nur einige hundert Kilometer dick ist, fällt die Temperatur auf eine durchschnittliche Oberflächentemperatur von 600 K (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 14f.). Die durch den Fusionsprozess gewonnene Energie wird nun mit einer kontinuierlichen Strahlungsleistung von  $P_{\text{sun}} = 3,845 \cdot 10^{26} \, \text{W}$  in den Weltraum abgestrahlt (vgl. Mertens, 2018, S. 41). Aufgrund ihrer geringen Dichte hat die Sonnenatmosphäre nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Abstrahlung. Der beschriebene Energietransport von der Entstehung im Kern bis zur Abstrahlung in den Weltraum dauert 170.000 Jahre (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 15).

#### 3.1.1. Spektrum der Sonne

Die Photosphäre der Sonne kann in guter Näherung als ein schwarzer Körper mit einer Temperatur von 5780 K angesehen werden. Das durch einen schwarzen Körper emittierte Strahlungsspektrum wird durch das Planck'sche Strahlungsgesetz beschrieben. In Abbildung 7 ist die außerhalb der Erdatmosphäre messbare spektrale Strahlungsintensität der Sonne (durchgezogene Linie) und die eines schwarzen Körpers der Temperatur 5780 K (graue Fläche) zu sehen. Durch Integration über die Wellenlänge ergibt sich die gesamte, auf die Erdatmosphäre treffende, Strahlungsintensität. Aufgrund der elliptischen Form der Erdbahn um die Sonne und den Veränderungen der Oberflächentemperatur der Sonne schwankt diese auch als Einstrahlung bezeichnete Größe um bis

zu einem halben Prozent. Wird die Einstrahlung hinsichtlich dieser Faktoren gemittelt, so ergibt sich die Solarkonstante G, deren Wert auf

$$G = 1367 \frac{W}{m^2} \tag{3.2}$$

durch die Weltorganisation für Meteorologie in Genf festgelegt wurde (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 16).

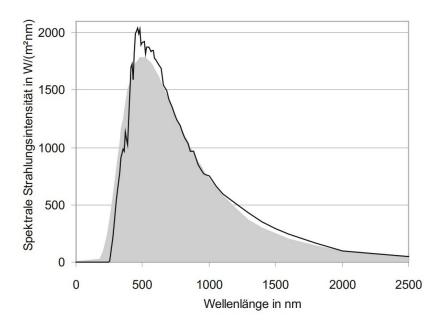


Abbildung 7: Spektrale Strahlungsintensität der Sonne (durchgezogene Linie) und eines schwarzen Körpers der Temperatur 5780 K (graue Fläche) (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 17)

#### 3.1.2. Einfluss der Erdatmosphäre auf das Sonnenspektrum

Beim Durchtritt der Sonnenstrahlen durch die Erdatmosphäre verändert sich das Spektrum der Strahlung aufgrund unterschiedlicher Wechselwirkungen zwischen Strahlung und Materie. Dabei entsteht ein ungerichteter und ein gerichteter Anteil der Strahlung. Der gerichtete Anteil wird als *Direktstrahlung* und der ungerichtete Anteil als *Diffusstrahlung* bezeichnet. Die auf der Erdoberfläche messbare Gesamtstrahlung, also die Summe aus direkter und diffuser Strahlung, ist die sogenannte *Globalstrahlung* (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 18).

Im Folgenden werden kurz die verschiedenen Wechselwirkungen zwischen Strahlung und Materie, die in der Erdatmosphäre stattfinden, vorgestellt.

#### 1. Reflexion:

Ein Teil der Sonnenstrahlung wird an der Erdatmosphäre reflektiert und in den

Weltraum zurück gestrahlt. Die auf der Erdoberfläche ankommende Strahlungsleistung wird dadurch reduziert (vgl. Mertens, 2018, S. 42).

#### 2. **Absorption:**

Bestimmte Wellenlängen regen bestimmte Moleküle (O<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, ...) an und werden von ihnen *absorbiert*. Dadurch entstehen vorwiegend im Infrarotbereich "Lücken" im Spektrum (vgl. Mertens, 2018, S. 43).

#### 3. Rayleigh-Streuung:

Als Rayleigh-Streuung wird die Streuung der Sonnenstrahlen an Molekülen bezeichnet. Diese Streuung ist stark wellenlängenabhängig ( $\sim 1/\lambda^4$ ), weshalb Spektralanteile kürzerer Wellenlängen (z. B. blau) stärker gestreut werden (vgl. Mertens, 2018, S. 43).

#### 4. Mie-Streuung:

Die Streuung der Sonnenstrahlen an Aerosolen (z. B. Wasserdampf oder Staub) wird *Mie-Streuung* genannt. Sie ist abhängig von dem Stand der Sonne und dem Standort auf der Erde. In dicht besiedelten Gebieten mit viel Industrie ist die Mie-Streuung deutlich größer als in ländlichen Gegenden (vgl. Mertens, 2018, S. 43).

Die Strahlungsintensität der Sonne nimmt aufgrund der beschriebenen Wechselwirkungen exponentiell mit der Weglänge durch die Atmosphäre ab. Dieser Effekt wird durch die Air-Mass-Zahl AM (s. Abb. 8) beschrieben. Diese ist ein Maß für die Weglänge der direkten Sonnenstrahlung durch die Atmosphäre (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 21).

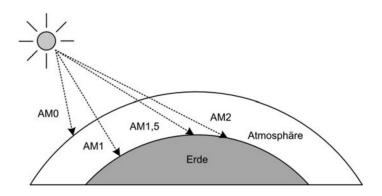


Abbildung 8: Air-Mass-Zahl (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 20)

Als AM 0 wird die spektrale Strahlungsintensität außerhalb der Erdatmosphäre bezeichnet, AM 1 gibt die Strahlungsintensität beim senkrechten Durchgang durch die Erdatmosphäre an und AM m die Strahlungsintensität bei m-fachem Weg durch die Atmosphäre im Vergleich zum senkrechten Durchgang (vgl. Wesselak & Voswinckel,

2016, S. 21). Die Zahl m kann über die folgende Formel berechnet werden:

$$m = \frac{1}{\cos(\theta)},\tag{3.3}$$

wobei  $\theta$  der Zenitwinkel ist, der in Abschnitt 3.3.4 eingeführt wird (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 9f.).

In Abbildung 9 ist die spektrale Verteilung der Globalstrahlung bei AM 0 (durchgezogene Linie) und AM 1,5 (graue Fläche) dargestellt. In der spektralen Verteilung von AM 1,5 sind deutlich die Lücken im Spektrum, die durch die Absorption verursacht werden, zu erkennen (vgl. Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 21).

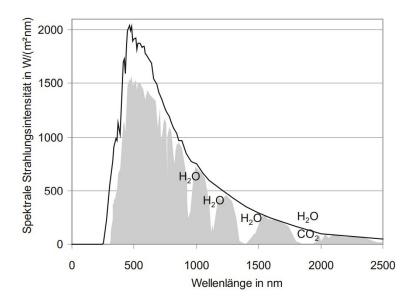


Abbildung 9: Spektrale Verteilung der Globalstrahlung bei AM 0 (durchgezogene Linie) und AM 1,5 (graue Fläche) (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 21)

#### 3.2. Solarthermische Kraftwerke

In solarthermischen Kraftwerken wird die Sonnenwärme als Energiequelle genutzt. Im Allgemeinen wird die Sonnenstrahlung durch Spiegel auf einen Absorber konzentriert. Dieser Absorber ist bei den im Lernmodul betrachteten Fresnelkraftwerken ein Rohr, das entweder eine Flüssigkeit oder einen Salzkristall enthält. Durch die gebündelten Sonnenstrahlen wird der Inhalt des Absorbers erhitzt. Die Sonnenwärme kann nun konventionell, z. B. mithilfe einer Dampfturbine, in elektrische Energie umgewandelt oder in großen Speichern mithilfe von Salz gespeichert werden. Im Vergleich zur Photovoltaik bietet die Solarthermie den Vorteil, dass die Energie in Form von Wärme gespeichert werden kann. Solarthermische Kraftwerke eignen sich besonders für sonnenreiche Gegenden, wie beispielsweise Spanien, Kalifornien oder Südafrika (vgl. Krahforst, 2016,

S. 105).

Im Folgenden sollen kurz die zwei bekanntesten Konzepte für solarthermische Kraftwerke, die Solarturm- und die Solarfarmkraftwerke, vorgestellt werden.

#### Solarturmkraftwerke:

In einem Solarturmkraftwerk wird das Sonnenlicht mithilfe von Reflektoren auf einen Absorber an der Spitze eines Solarturms gebündelt. In den meisten Fällen gibt es pro Kraftwerkfeld nur einen Solarturm. Die einzelnen Reflektoren (Heliostate) richten sich unabhängig voneinander so aus, dass sie das Sonnenlicht je nach Sonnenposition am Himmel auf den Absorber reflektieren (vgl. Stieglitz & Heinzel, 2012, S. 490). Der schematische Aufbau eines Solarturmkraftwerks ist in Abbildung 10 zu sehen.

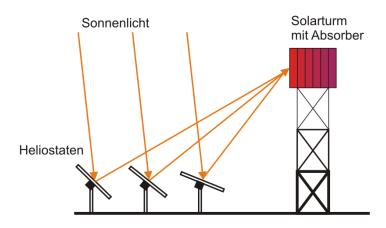


Abbildung 10: schematischer Aufbau eines Solarturmkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 106)

#### Solarfarmkraftwerke:

In einem Solarfarmkraftwerk sind die Kollektoren auf einem riesigen Kollektorfeld parallel zueinander positioniert. Die Kollektoren bündeln das Sonnenlicht auf ein Absorberrohr, das sich über den Kollektoren befindet. Im Absorberrohr befindet sich eine Flüssigkeit, die durch die reflektierte Sonnenstrahlung erhitzt und im Falle von Wasser direkt verdampft. Bei den Solarfarmkraftwerken werden zwei Arten von Kollektoren unterschieden, die Parabolrinnenspiegel und die Fresnelspiegel (vgl. Krahforst, 2016, S. 105).

In Parabolrinnenkraftwerken, deren schematischer Aufbau in Abbildung 11 zu sehen ist, wird die Sonnenstrahlung mithilfe von Parabolrinnenspiegeln auf ein im Brennpunkt angebrachtes Absorberrohr fokussiert (vgl. Stieglitz & Heinzel, 2012, S. 496f.). Ein großer Vorteil dieses Aufbaus ist die hohe Reflexionseffizienz. Nachteilig ist jedoch die kostenintensive Herstellung und Reinigung der Parabolrinnenspiegel. Außerdem ist es, je nach Sonnenstand, notwendig sowohl die Spiegel als auch die Absorberrohre der

Sonne nachzuführen. Dies stellt ebenfalls ein Nachteil gegenüber anderen Kraftwerkstypen dar (vgl. Krahforst, 2016, S. 105).

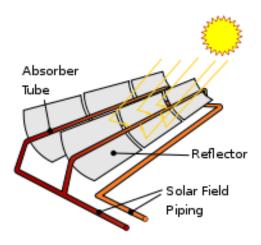


Abbildung 11: schematischer Aufbau eines Parabolrinnenkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 106)

In Fresnelkraftwerken werden anstelle von Parabolrinnenspiegeln ebene Spiegel verwendet. Diese sind in mehreren Spiegelreihen angeordnet und reflektieren nach dem Prinzip einer Fresnel-Linse die einfallenden Sonnenstrahlen auf das Absorberrohr (vgl. Stieglitz & Heinzel, 2012, S. 503). Die Anordnung der Spiegel um ein Absorberrohr ist in Abbildung 12 zu sehen. Um möglichst viel der einfallenden Strahlung auf das Absorberrohr zu fokussieren, werden die Sonnenstrahlen, die das Absorberrohr nur knapp verfehlen, durch einen Sekundärreflektor auf das Rohr reflektiert. Als Sekundärreflektor wird ein kleiner Parabolspiegel verwendet (vgl. Krahforst, 2016, S. 105). Dieser Aufbau ist in Abbildung 13 zu sehen.



Abbildung 12: Anordnung der Spiegel um ein Absorberrohr (Krahforst, 2016, S. 108)

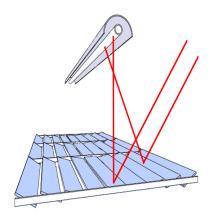


Abbildung 13: schematischer Aufbau eines Fresnelkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 107)

Die Fresnelkraftwerke bieten gegenüber den Parabolrinnenkraftwerken den Vorteil, dass die Verwendung eines unbeweglichen Absorberrohrs möglich ist und die Spiegel alle mit derselben Winkelgeschwindigkeit der Sonne nachgeführt werden können (vgl. Stieglitz & Heinzel, 2012, S. 504). Außerdem sind die Kosten für die Herstellung und Pflege der ebenen Spiegel geringer. Dem gegenüber steht jedoch die geringere Energieausbeute (vgl. Krahforst, 2016, S. 107).

In dem entwickelten Lernmodul soll der Stand der Sonne und die Stärke der Sonnenstrahlung modelliert sowie ein optimaler Standort für ein solarthermisches Kraftwerk gefunden werden. Da sich das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Material jedoch nahtlos an das bereits bestehende Material anschließen soll, wird im Folgenden noch genauer auf den Aufbau eines Fresnelkraftwerks eingegangen.

#### 3.2.1. Aufbau eines Fresnelkraftwerks

Der schematische Aufbau eines Fresnelkraftwerks ist in Abbildung 14 zu sehen. Der geschlossene Wasser-Dampf-Kreislauf ist in blau hervorgehoben. Das Wasser wird durch die Absorberrohre gepumpt, die sich über einer Reihe von mehreren parallel zueinander angeordneten ebenen Spiegel befinden. Die Spiegel fokussieren die einfallende Strahlung auf die Absorberrohre, sodass das Wasser durch die Sonnenwärme erhitzt wird und verdampft. Der entstandene Wasserdampf treibt nun eine Dampfturbine an. Die Sonnenenergie wird also in elektrische Energie umgewandelt und in die Netze eingespeist. In einem Kühlturm kondensiert der Wasserdampf wieder zu Wasser und wird anschließend erneut in das Absorberrohrsystem geleitet. Der Kreislauf beginnt nun wieder von Neuem (vgl. Krahforst, 2016, S. 107).

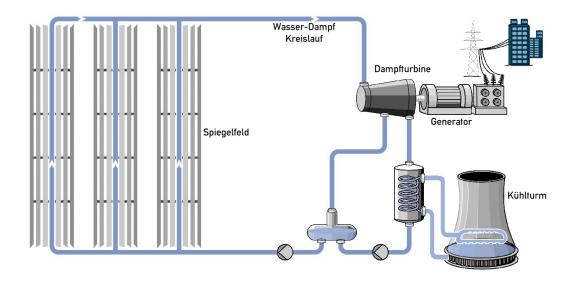


Abbildung 14: schematischer Aufbau eines Fresnelkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 108)

## 3.3. Modellierung eines Fresnelkraftwerks

Beim Bau eines Fresnelkraftwerks soll möglichst wirtschaftlich vorgegangen werden. Daher soll bereits im Vorfeld die Effizienz des Kraftwerks optimiert werden. Dazu wird es zunächst mathematisch modelliert und am Computer simuliert.

Um die Effizienz eines Fresnelkraftwerks zu erhöhen, sollten die Sonnenstrahlen immer optimal auf das Absorberrohr reflektiert werden. Damit die ebenen Spiegel dafür richtig eingestellt werden können, wird die Richtung, aus der die Sonnenstrahlung zu einer bestimmten Tages- und Jahreszeit einfällt, modelliert. Die Effizienz eines Kraftwerks ist auch vom Standort, an dem es gebaut wird, abhängig. Um die Frage nach dem optimalen Standort beantworten zu können, werden Leistung und Energie, die auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks ankommen, in Abhängigkeit von der Tages- und Jahreszeit sowie des Standorts modelliert.

Für diese Modellierungen werden in diesem Kapitel, aber auch in dem entwickelten Lernmaterial, die folgenden Vereinfachungen und Annahmen getroffen:

- Die Sonnenstrahlen sind Geraden, die durch den Mittelpunkt der Sonne verlaufen;
- Alle Sonnenstrahlen fallen perfekt parallel ein;
- Die Sonnenstrahlen werden beim Durchtritt durch die Erdatmosphäre nicht abgeschwächt oder gestreut.

Im Laufe der Modellierung sollen die folgenden Fragen beantwortet werden:

• Aus welcher Richtung fallen die Sonnenstrahlen auf einen Spiegel an einer beliebigen Position auf der Erde ein?

- Wie können die einfallenden Sonnenstrahlen optimal auf das Absorberrohr reflektiert werden?
- Wie stark ist die Sonnenstrahlung?
- Wie viel Leistung / Energie kommt auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks an?
- Welcher Standort eignet sich besonders für ein Fresnelkraftwerk?

Bei der Modellierung werden alle Winkel im Gradmaß angegeben und berechnet. Außerdem sei im Folgenden immer:

- n der n-te Tag des Jahres nach Jahresbeginn (zum Beispiel ist der 15. Mai der 135-te Tag des Jahres);
- t die Tageszeit in Stunden nach Tagesbeginn (zum Beispiel entspricht 12:30 Uhr der Zeit t = 12, 5);
- *l* der Längengrad eines Standorts (östliche Längengrade werden mit positivem und westliche mit negativem Vorzeichen angegeben);
- $\phi$  der Breitengrad eines Standorts (nördliche Breitengrade werden mit positivem und südliche mit negativem Vorzeichen angegeben);
- tz die Zeitzone eines Standorts (zum Beispiel entspricht die Zeitzone UTC+1 der Zeitzone tz = 1).

Zur Umrechnung eines beliebigen Datums in den n-ten Tag des Jahres kann Tabelle 1 genutzt werden.

Tabelle 1: n-ter Tag des Jahres für den i-ten Tag eines Monats (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 14)

Monat	n für den $i$ -ten Tag des Monats	Monat	n für den $i$ -ten Tag des Monats
Januar	i	Juli	181 + i
Februar	31 + i	August	212 + i
März	59 + i	September	243 + i
April	90 + i	Oktober	273 + i
Mai	120 + i	November	304 + i
Juni	151 + i	Dezember	334 + i

Nachfolgend werden die einzelnen Modellierungsschritte in der Reihenfolge, in der sie auch die Schüler bei der Bearbeitung des Lernmoduls durchführen, vorgestellt. Hierzu wird zunächst das Konzept der Sonnenzeit erläutert. Dieses wird als Zeitformat bei der Modellierung des Stands der Sonne verwendet. Anschließend werden die Deklination und der Stundenwinkel, die die Auswirkungen der Erdbewegungen auf den Sonnenstand beschreiben, modelliert. Danach wird der Sonnenstand ausgehend von einer

horizontalen Fläche an einem beliebigen Ort der Erde durch den Zenitwinkel, den Sonnenhöhenwinkel und den Sonnenazimutwinkel beschrieben sowie der Sonnenauf- und Sonnenuntergang und die Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag n bestimmt. Über den Zenit-, Sonnenhöhen- und Azimutwinkel wird der transversale Einfallswinkel und anschließend die Ausrichtung eines Spiegels unter dem Rohr modelliert. Im Anschluss wird die potenziell nutzbare Leistung, die auf ein Kraftwerkareal einfällt, mithilfe der Solarkonstanten und der Bestrahlungsstärke bestimmt. Anschließend wird die einfallende Energie über einen längeren Zeitraum modelliert und ein optimaler Standort für ein Fresnelkraftwerk gesucht.

#### 3.3.1. Sonnenzeit

Bei der Beschreibung des Sonnenstands wird nicht die Standardzeit, die auf unseren Armbanduhren und Smartphones angezeigt wird, sondern die Sonnenzeit verwendet. Die Sonnenzeit orientiert sich am Tagesverlauf der Sonne und ist so definiert, dass es 12:00 Uhr ist, wenn die Sonne gerade den Höchststand erreicht hat. Diesen Höchststand nimmt die Sonne an einem Standort auf der Erde immer genau dann ein, wenn sie den Längengrad dieses Standorts kreuzt (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 11).

Bei der Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit müssen zwei Korrekturen durchgeführt werden:

- konstante Korrektur aufgrund des Längenunterschieds zwischen dem Längengrad eines gewählten Standorts und dem Längengrad, auf dem die lokale Standardzeit basiert;
- Korrektur aufgrund der sogenannten Zeitgleichung (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 11).

Um die erste Korrektur bestimmen zu können, muss zunächst der Standardlängengrad der Zeitzone tz eines Standorts bestimmt werden. Als Standardlängengrad einer Zeitzone wird der Längengrad bezeichnet, der in der Mitte der Zeitzone liegt. Unsere Erde ist in 24 Zeitzonen eingeteilt. Eine Zeitzone umfasst also genau 15 Längengrade. Der nullte Meridian, der durch den Ort Greenwich verläuft, ist der Standardlängengrad der Zeitzone UTC  $\pm$  0 (tz=0). Der Standardlängengrad SL einer Zeitzone tz lässt sich also über die folgende Formel berechnen (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 11):

$$SL = 15 \cdot tz. \tag{3.4}$$

Der Zeitunterschied, der aufgrund der Längendifferenz zwischen dem Standardlängengrad der Zeitzone und dem Längengrad eines Standorts entsteht (s. Abb. 15), bestimmt die erste Korrektur, die durchgeführt werden muss, um die Standardzeit in Sonnenzeit umzurechnen.

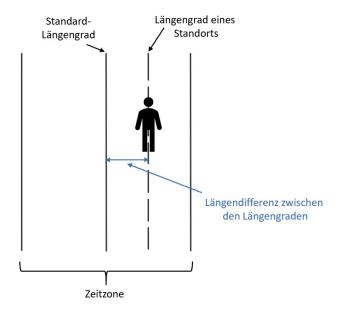


Abbildung 15: Längenunterschied zwischen dem Standardlängengrad SL der Zeitzone und dem Längengrad l eines Standorts

Zwischen zwei Längengraden, die sich um ein Grad unterscheiden, beträgt der Zeitunterschied vier Minuten. Damit ergibt sich der Zeitunterschied  $\Delta T$  zwischen dem Längengrad l des gewählten Standorts und dem Standardlängengrad SL der Zeitzone in Minuten zu

$$\Delta T = 4 \cdot (SL - l) = 4 \cdot (15 \cdot tz - l). \tag{3.5}$$

Dabei ist zu beachten, dass der Längengrad l in der Zeitzone tz liegt (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 11).

Die zweite Korrektur entsteht aufgrund der sogenannten Zeitgleichung. Unsere Erde bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um die Sonne, weshalb sich die Bahngeschwindigkeit der Erde im Laufe des Jahres ändert. Außerdem steht die Erdachse, um die sich die Erde dreht, nicht senkrecht zur elliptischen Umlaufbahn. Aufgrund dieser beiden Phänomene kommt es zu einem Zeitunterschied zwischen der Standardzeit und der Sonnenzeit, der durch die sogenannte Zeitgleichung beschrieben wird. Diese gibt den Zeitunterschied in Minuten an und ist nach Duffie & Beckman (2013, S. 11) wie folgt definiert:

$$EoT = 229, 2 \cdot (0,000075 + 0,001868 \cdot \cos(B) - 0,032077 \cdot \sin(B) - 0,014615 \cdot \cos(2B) - 0,04089 \cdot \sin(2B)),$$
(3.6)

wobei

$$B = \frac{360}{365} \cdot (n-1). \tag{3.7}$$

In Abbildung 16 ist der Graph der Zeitgleichung zu sehen.

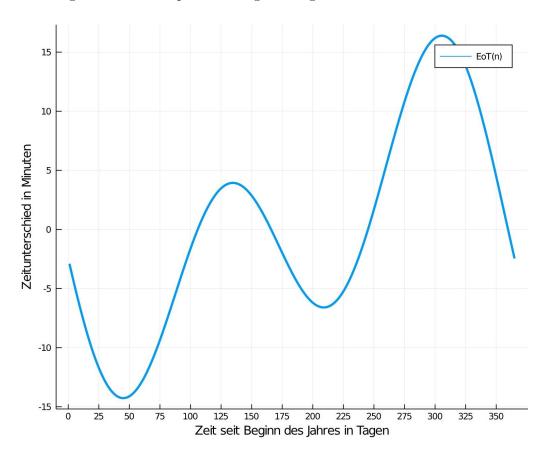


Abbildung 16: Verlauf des Zeitunterschieds zwischen Standardzeit und Sonnenzeit beschrieben durch die Zeitgleichung

Insgesamt lässt sich die Standardzeit t also mit der folgenden Formel in die Sonnenzeit  $t_s$  umrechnen (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 11):

$$t_s = t + \frac{1}{60} \cdot \Delta T + \frac{1}{60} \cdot EoT. \tag{3.8}$$

#### **3.3.2.** Deklination $\delta$

Durch die Deklination  $\delta$  wird die Auswirkung der Bewegung der Erde um die Sonne auf die Sonnenhöhe beschrieben (s. Abb. 17). Für die Modellierung der Deklination wird zusätzlich angenommen, dass sich die Erde innerhalb eines Jahres auf einer perfekten Kreisbahn um die Sonne bewegt und dass ein Jahr immer genau 365 Tage hat.

Aufgrund der Neigung der Erdachse ändert sich die Sonnenhöhe im Laufe des Jahres. Im Winter ist die nördliche Hemisphäre von der Sonne abgeneigt und die südliche Hemisphäre der Sonne zugeneigt. Im Sommer ist dies gerade umgekehrt (vgl. Mertens, 2018, S. 50).

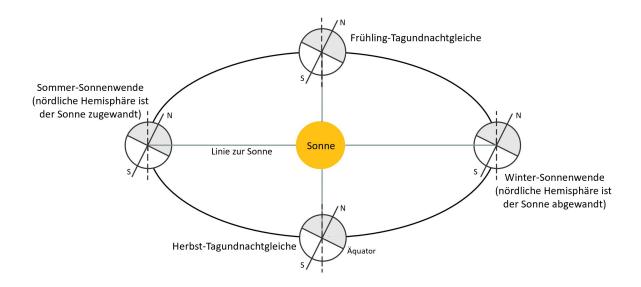


Abbildung 17: Bewegung der Erde um die Sonne innerhalb eines Jahres

Die Deklination  $\delta$  beschreibt die Neigung der Erdachse, also den Winkel zwischen der Linie zur Sonne und dem Äquator (s. Abb. 18). Zum Zeitpunkt der Sommersonnenwende ist die Deklination maximal und zum Zeitpunkt der Wintersonnenwende minimal. Die Deklination beträgt dann 23,45° bzw. -23,45°. Bei der Herbst- und Frühling-Tagundnachtgleiche ist die Deklination null (vgl Mertens, 2018, S. 50). Der Deklinationswinkel  $\delta$  in Abhängigkeit von dem Tag n des Jahres ist nach Duffie & Beckman (2013, S. 13) gegeben durch:

$$\delta = 23, 45 \cdot \sin\left(\frac{360}{365} \cdot (284 + n)\right)$$

$$= 23, 45 \cdot \sin\left(\frac{360}{365} \cdot (n - 81)\right).$$
(3.9)

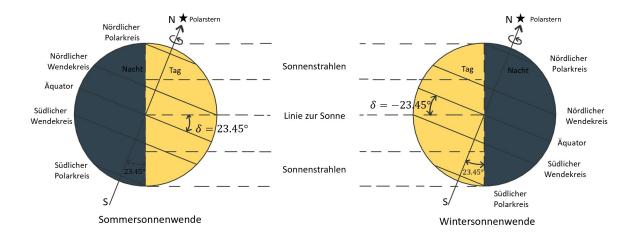


Abbildung 18: Deklination zur Sommer- und Wintersonnenwende

#### 3.3.3. Stundenwinkel $\omega$

Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre eigene Achse. Aufgrund dieser Rotation ergibt sich eine Abweichung der einfallenden Sonnenstrahlung östlich oder westlich vom Längengrad eines Standorts (s. Abb. 19). Der Winkel  $\omega$ , der diese Abweichung beschreibt, wird als Stundenwinkel bezeichnet (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13).

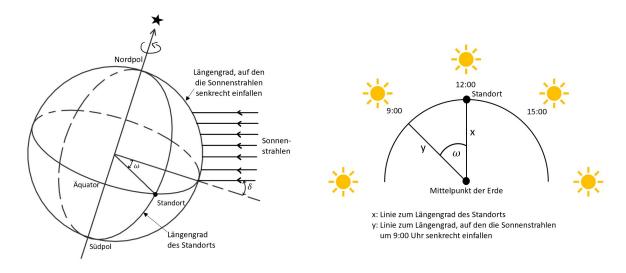


Abbildung 19: Zur Definition des Stundenwinkels

Der Stundenwinkel ist so definiert, dass dieser zum Zeitpunkt  $t_s=12\,\mathrm{h}$  gerade 0° beträgt. Die Vormittagsstunden werden mit einem negativen Vorzeichen und die Nachmittagsstunden mit einem positiven Vorzeichen angegeben. Die Erde rotiert um 15° pro Stunde, sodass der Stundenwinkel  $\omega$  in Abhängigkeit von der Sonnenzeit  $t_s$  wie folgt berechnet werden kann (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13):

$$\omega = (t_s - 12) \cdot 15. \tag{3.10}$$

#### 3.3.4. Beschreibung des Sonnenstands

Der Stand der Sonne ausgehend von einer horizontalen Oberfläche an einem beliebigen Standort auf der Erde kann durch den Zenitwinkel  $\theta$ , den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und den Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  beschrieben werden (s. Abb. 20).

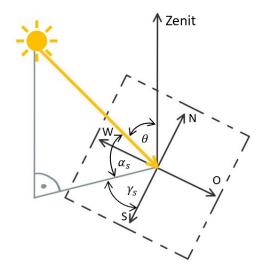


Abbildung 20: Beschreibung des Sonnenstands durch die Winkel  $\theta$ ,  $\alpha_s$  und  $\gamma_s$ 

#### Zenitwinkel $\theta$ :

Als Zenitwinkel  $\theta$  wird der Winkel zwischen der Senkrechten, die zum Zenit zeigt, und der direkten Linie zur Sonne bezeichnet (s. Abb. 21) (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13).

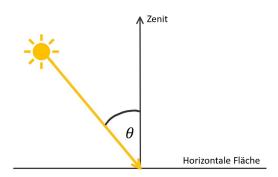


Abbildung 21: Zur Definition des Zenitwinkels  $\theta$ 

Der Zenitwinkel  $\theta$  kann über die folgende Formel berechnet werden (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 15):

$$\cos(\theta) = \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(\omega) + \sin(\phi)\sin(\delta). \tag{3.11}$$

#### Sonnenhöhenwinkel $\alpha_s$ :

Der Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  beschreibt den Winkel zwischen der horizontalen Fläche und der Linie zur Sonne (s. Abb. 22) (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13).

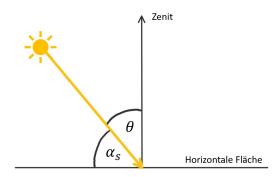


Abbildung 22: Zur Definition des Sonnenhoehenwinkels  $\alpha_s$ 

Für den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  gilt (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13):

$$\alpha_s = 90^{\circ} - \theta$$
 bzw.  $\sin(\alpha_s) = \cos(\theta)$ . (3.12)

# Sonnenazimutwinkel $\gamma_s$ :

Der Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  gibt die Abweichung der Sonnenposition bezogen auf Süden an (s. Abb. 23). Die Abweichung in östliche Richtung wird mit einem negativen Vorzeichen und die Abweichung in westliche Richtung mit einem positiven Vorzeichen angegeben (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 13).

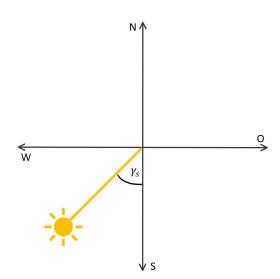


Abbildung 23: Zur Definition des Sonnenazimutwinkels  $\gamma_s$ 

Der Azimutwinkel  $\gamma_s$  hat also immer das gleiche Vorzeichen wie der Stundenwinkel  $\omega$ . Es gilt (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 15):

$$\gamma_s = \operatorname{sgn}(\omega) \cdot \left| \operatorname{arccos} \left( \frac{\cos(\theta) \sin(\phi) - \sin(\delta)}{\sin(\theta) \cos(\phi)} \right) \right|.$$
(3.13)

## 3.3.5. Sonnenaufgang, Sonnenuntergang und Anzahl der Sonnenstunden

Bei Sonnenaufgang, also dem Zeitpunkt, ab wann eine horizontale Fläche bestrahlt wird, gilt  $\theta = -90^{\circ}$ . Zum Zeitpunkt des Sonnenuntergangs, wenn keine Sonnenstrahlung mehr auf einer horizontalen Fläche ankommt, gilt  $\theta = 90^{\circ}$ . Durch Einsetzen in die Formel 3.11 zur Berechnung des Zenitwinkels ergibt sich der folgende Zusammenhang für den Stundenwinkel  $\omega_{\text{sunset}}$  des Sonnenuntergangs (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 17):

$$\cos(90^{\circ}) = \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(\omega_{\text{sunset}}) + \sin(\phi)\sin(\delta)$$
 (3.14)

$$\Leftrightarrow \cos(\omega_{\text{sunset}}) = -\frac{\sin(\phi)\sin(\delta)}{\cos(\phi)\cos(\delta)} = -\tan(\phi)\tan(\delta). \tag{3.15}$$

Für den Stundenwinkel  $\omega_{\text{sunrise}}$  des Sonnenaufgangs gilt dann (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 17)

$$\omega_{\text{sunrise}} = -\omega_{\text{sunset}}.$$
 (3.16)

Die Zeit  $t_{s, \text{ sunrise}}$  des Sonnenaufgangs in Sonnenzeit ist dann gemäß Gleichung 3.10 gegeben durch

$$t_{\text{s, sunrise}} = \frac{\omega_{\text{sunrise}}}{15} + 12 \tag{3.17}$$

und die Zeit  $t_{s, \text{ sunset}}$  des Sonnenuntergangs in Sonnenzeit durch

$$t_{\rm s, \, sunset} = \frac{\omega_{\rm sunset}}{15} + 12. \tag{3.18}$$

Einsetzen dieser beiden Zeiten in Gleichung 3.8 zur Berechnung der Sonnenzeit und Umformen nach der Standarzeit liefert die Uhrzeiten des Sonnenaufgangs  $t_{\rm sunrise}$  und die des Sonnenuntergangs  $t_{\rm sunset}$  in Standardzeit. Es gilt

$$t_{\text{sunrise}} = t_{\text{s, sunrise}} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT \tag{3.19}$$

und

$$t_{\text{sunset}} = t_{\text{s, sunset}} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT. \tag{3.20}$$

Die Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag kann mithilfe des Stundenwinkels berechnet werden. Der Stundenwinkel  $\omega$  ändert sich, wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, pro Stunde um 15°. Zwischen dem Zeitpunkt des Sonnenaufgangs und des Sonnenuntergangs überstreicht der Stundenwinkel  $\omega$  einen Winkel von  $2 \cdot \omega_{\text{sunset}}$ . Die Anzahl N der Sonnenstunden an einem Tag ist also gegeben durch (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 17)

$$N = \frac{2}{15} \cdot \omega_{\text{sunset}}.$$
 (3.21)

# 3.3.6. Transversaler Einfallswinkel $\alpha_t$

In dem bereits bestehenden Lernmaterial wird der Sonnenstand nur in zwei Dimensionen betrachtet. Für eine nahtlose Verknüpfung der beiden Lernmodule wird im Folgenden der transversale Einfallswinkel  $\alpha_t$  modelliert. Dieser beschreibt den Winkel zwischen der Ost-West-Achse und der Projektion des Sonnenstands in die Transversalebene. Dadurch wird die dreidimensionale Beschreibung des Sonnenstands in eine zweidimensionale Betrachtung überführt (s. Abb. 24).

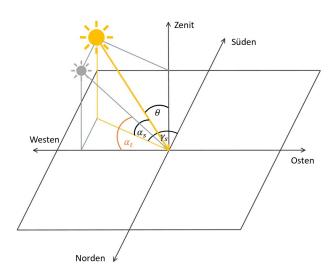


Abbildung 24: Zur Definition des transversalen Einfallswinkels  $\alpha_t$ 

Zunächst werden nur die Nachmittagsstunden betrachtet, für die der Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  zwischen 0° und 90° liegt (s. Abb. 25 und 26).

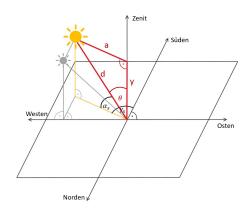


Abbildung 25: Zur Berechnung der y-Komponente

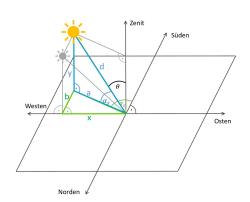


Abbildung 26: Zur Berechnung der x-Komponente

Im rot eingezeichneten Dreieck in Abbildung 25 gilt nach den Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck der folgende Zusammenhang:

$$\cos(\theta) = \frac{y}{d}.\tag{3.22}$$

Für die y-Komponente folgt somit

$$y = d \cdot \cos(\theta). \tag{3.23}$$

Im blauen Dreieck in Abbildung 26 gilt

$$\cos(\alpha_s) = \frac{a}{d} \tag{3.24}$$

und im grünen Dreieck gilt

$$\cos(90^\circ - \gamma_s) = \frac{x}{a}.\tag{3.25}$$

Für die x-Komponente folgt also

$$x = \cos(90^{\circ} - \gamma_s) \cdot a$$
  
=  $\cos(90^{\circ} - \gamma_s) \cdot \cos(\alpha_s) \cdot d.$  (3.26)

Mithilfe der x- und y-Komponenten kann nun der transversale Einfallswinkel für den Fall  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$  wie folgt berechnet werden:

$$\tan(\alpha_t) = \frac{y}{x} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(90^\circ - \gamma_s)}\right). \tag{3.27}$$

Neben dem Fall  $\gamma_s \in [0^{\circ}, 90^{\circ}]$  müssen bei der Berechnung des transversalen Einfallswinkels noch drei weitere Fälle betrachtet werden. Für diese wird analog vorgegangen und es ergeben sich die folgenden Formeln zur Berechnung von  $\alpha_t$ :

•  $\gamma_s < -90^{\circ}$  (Morgenstunden):

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(\gamma_s + 90^\circ)}\right)$$
 (3.28)

•  $\gamma_s \in [-90^{\circ}, 0^{\circ})$  (Vormittagsstunden):

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(90^\circ + \gamma_s)}\right) \tag{3.29}$$

•  $\gamma_s > 90^{\circ}$  (Abendstunden):

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(\gamma_s - 90^\circ)}\right) \tag{3.30}$$

## 3.3.7. Ausrichtung eines Spiegels

Im Folgenden wird die Ausrichtung eines einzelnen flachen Spiegels in einem Fresnelkraftwerk modelliert. Dies ist bereits Inhalt des bestehenden Lernmoduls, wird aber der Vollständigkeit halber hier nochmals beschrieben. Zur Modellierung werden zusätzlich die folgenden Annahmen getroffen:

- Der Horizont verläuft parallel zum Erdboden durch den Mittelpunkt des Fresnelspiegels;
- Der Spiegelmittelpunkt befindet sich genau unterhalb des Mittelpunkts des Absorberrohrs;
- Der Spiegel kann exakt in jeden Winkel geneigt werden;
- Auf der Spiegeloberfläche befinden sich keine Unebenheiten, sodass die Sonnenstrahlen perfekt reflektiert werden.

Die Stellung des Spiegels wird mit dem Winkel  $\gamma$  zwischen der Normalen auf den Spiegel und dem Horizont beschrieben. Der Winkel zwischen dem reflektierten Sonnenstrahl und dem Horizont ist der Reflexionswinkel und wird mit  $\beta$  bezeichnet. Des Weiteren wird der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen durch den transversalen Sonneneinfallswinkel  $\alpha_t$  beschrieben. Der Spiegel soll, wie in Abbildung 27 dargestellt, so eingestellt werden, dass ein Sonnenstrahl, der am Spiegelmittelpunkt reflektiert wird, das Absorberrohr trifft (vgl. Krahforst, 2016, S. 109).

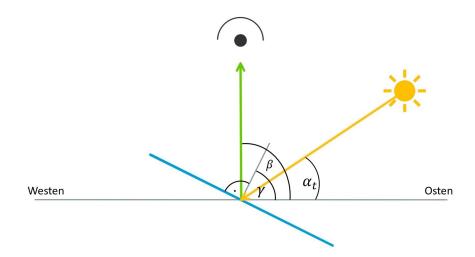


Abbildung 27: Ausrichtung eines Spiegels unter dem Absorberrohr

Da sich der Spiegelmittelpunkt direkt unter dem Absorberrohrmittelpunkt befindet, beträgt der Reflexionswinkel  $\beta$  genau

$$\beta = 90^{\circ} = \frac{\pi}{2}.\tag{3.31}$$

Aus der Physik ist bekannt, dass Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel gilt. Diese beiden Winkel werden immer zum Lot, hier der Spiegelnormalen, hin gemessen. Der Einfallswinkel ist also gegeben durch  $\gamma - \alpha_t$  und der Ausfallswinkel durch  $\beta - \gamma$ . Somit gilt:

$$\beta - \gamma = \gamma - \alpha_t. \tag{3.32}$$

Damit folgt (vgl. Krahforst, 2016, S. 109f.):

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot (\alpha_t + \beta) = \frac{1}{2} \cdot (\alpha_t + 90^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{3.33}$$

## **3.3.8.** Solarkonstante G

Die Sonne strahlt, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, kontinuierlich eine Strahlungsleistung von  $P_{\text{sun}} = 3,845 \cdot 10^{26} \,\text{W}$  in alle Richtungen ab (vgl. Mertens, 2018, S. 41). Auf der Erde kommt nur ein geringer Bruchteil der Strahlungsleistung  $P_{\text{sun}}$  an. Dieser Anteil kann einerseits, wie in Kapitel 3.1.1 beschrieben, durch die Integration über die Wellenlängen bestimmt oder andererseits anschaulich berechnet werden. Dazu wird eine Hüllkugel um die Sonne betrachtet, deren Radius gerade der Abstand d zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde ist (s. Abb. 28).

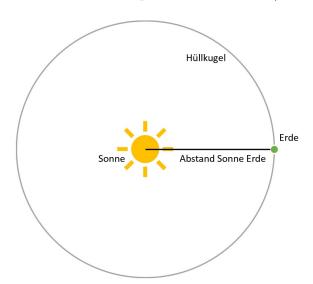


Abbildung 28: Zur Bestimmung der Solarkonstanten G (Abstände nicht maßstabsgetreu)

Die von der Sonne abgestrahlte Leistung  $P_{\text{sun}}$  verteilt sich gleichmäßig auf der gesamten Oberfläche der Hüllkugel. Die auf der Erde pro Quadratmeter ankommende Leistung lässt sich also folgendermaßen berechnen (vgl. Mertens, 2018, S. 41f.):

$$G = \frac{P_{\text{sun}}}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{3,845 \cdot 10^{26} \,\text{W}}{4 \cdot \pi \cdot (1,496 \cdot 10^{11} \,\text{m})^2} = 1367 \,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$
 (3.34)

Dieser Wert entspricht der in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Solarkonstanten G.

## 3.3.9. Veränderungen der Bestrahlungsstärke

Die Umlaufbahn der Erde um die Sonne ist kein perfekter Kreis, daher ändert sich der Abstand zwischen Erde und Sonne im Laufe des Jahres. Die Bestrahlungsstärke (Leistung pro Quadratmeter) auf einer Fläche, die zum einen senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist und sich zum anderen an einer beliebigen Position auf der Erde befindet, lässt sich am Tag n des Jahres nach folgender Formel berechnen (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 9):

$$I_{\text{normal}} = G \cdot \left( 1 + 0,033 \cdot \cos \left( \frac{360}{365} \cdot n \right) \right). \tag{3.35}$$

In Abbildung 29 ist die Veränderung der Bestrahlungsstärke  $I_{\text{normal}}$  im Laufe des Jahres zu sehen.

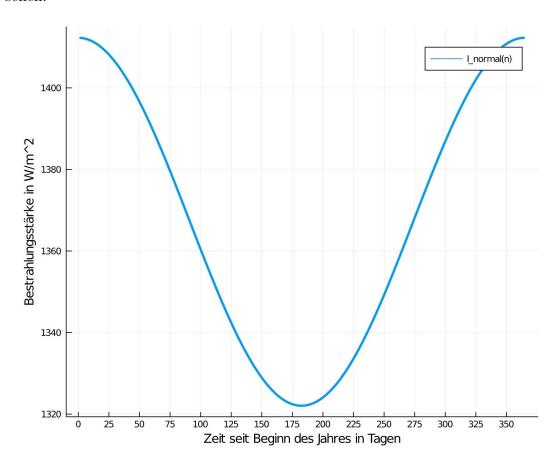


Abbildung 29: Veränderung der Bestrahlungsstärke  $I_{\text{normal}}$  im Laufe des Jahres

#### 3.3.10. Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

Für die Modellierung der Leistung, die auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks ankommt, werden Abschattungseffekte zwischen den Spiegeln untereinander und durch das Absorberrohr vernachlässigt. Das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks der Länge r

und Breite b kann als horizontale Fläche bezüglich der Erdkugel betrachtet werden und ist somit nicht immer senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet. Die Leistung, die das Spiegelfeld erreicht, ist daher vom Zenitwinkel  $\theta$  der einfallenden Sonnenstrahlen abhängig. Dabei gilt, je spitzer der Zenitwinkel  $\theta$ , desto größer die eintreffende Leistung. Dieser Effekt wird auch als Kosinuseffekt bezeichnet.

Der Zenitwinkel  $\theta$  ändert sich im Tagesverlauf. Daher ist auch die Leistung, die das Spiegelfeld erreicht, von der Tageszeit abhängig. Zur Berechnung der Leistung wird eine imaginäre Hilfsfläche, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist, eingeführt. Außerdem wird zunächst nur der in Abbildung 30 zu sehende Fall, dass die Sonnenstrahlen in der Ebene, die durch die Breite b und den Zenit aufgespannt wird, einfallen, betrachtet.

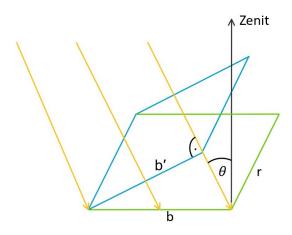


Abbildung 30: Zur Definition der Hilfsfläche

Die Hilfsfläche (blau) nimmt die gleiche Leistung durch die Sonnenstrahlen auf wie das Spiegelfeld des Kraftwerks (grün), sie ist jedoch senkrecht zu der einfallenden Strahlung ausgerichtet. Die Leistung, die die Hilfsfläche erreicht, kann dann mithilfe der Bestrahlungsstärke  $I_{\text{normal}}$  berechnet werden. Zunächst wird der Flächeninhalt der Hilfsfläche bestimmt. Die Länge r des Spiegelfelds ist gleich der Länge der Hilfsfläche. Die Breite b' der Hilfsfläche lässt sich mithilfe der Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck berechnen. Es gilt:

$$b' = b \cdot \sin(90^{\circ} - \theta) = b \cdot \cos(\theta). \tag{3.36}$$

Somit ist der Flächeninhalt der Hilfsfläche gegeben durch

$$A_{\text{help}} = r \cdot b' = r \cdot b \cdot \cos(\theta). \tag{3.37}$$

Die Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$ , die auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks ankommt, kann also

über die folgende Formel berechnet werden (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 37):

$$P_{\text{mirrorfield}} = I_{\text{normal}} \cdot A_{\text{help}} = G \cdot \left( 1 + 0,033 \cdot \cos \left( \frac{360}{365} \cdot n \right) \right) \cdot r \cdot b \cdot \cos(\theta). \tag{3.38}$$

Dieser Zusammenhang gilt auch, wenn die Sonnenstrahlung nicht in der Ebene, die durch die Breite b und den Zenit aufgespannt wird, einfällt. Der Grund dafür ist der Kosinuseffekt. Die Leistung, die auf einer horizontalen Fläche einfällt, entspricht der durch den Faktor  $\cos(\theta)$  abgeschwächten Leistung auf einer Fläche, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 37).

## 3.3.11. Einfallende Energie auf das Spiegelfeld eines Kraftwerks

Nachdem im vorherigen Abschnitt eine Formel zur Berechnung der Leistung, die das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks erreicht, hergeleitet wurde, soll nun die täglich bzw. jährlich einfallende Energie auf das Spiegelfeld modelliert werden.

#### Täglich einfallende Energie:

Zur näherungsweisen Berechnung der Energie, die über einen Tag auf das Spiegelfeld eines Kraftwerks einfällt, wird die numerische Integration genutzt. Dazu wird angenommen, dass der Tag in m Zeitintervalle der Länge  $\Delta t$  eingeteilt wird, wobei  $m=\frac{24}{\Delta t}$  ganzzahlig sei. Die Leistung auf dem Spiegelfeld zum Zeitpunkt t sei gegeben durch  $P_{\text{mirrorfield}}(t)$ . Zwischen der Leistung P und der pro Zeiteinheit  $\Delta t$  umgesetzten Energie  $\Delta E$  besteht der folgende Zusammenhang:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.\tag{3.39}$$

Somit kann die an einem Tag einfallende Energie  $E_{\text{daily}}$  über

$$E_{\text{daily}} = \sum_{i=0}^{m-1} P_{\text{mirrorfield}}(t) \cdot \Delta t \tag{3.40}$$

berechnet werden (vgl. Krahforst, 2016, S. 114f.).

#### Jährlich einfallende Energie:

Die Energie  $E_{\text{yearly}}$ , die über ein Jahr auf das Spiegelfeld des Kraftwerks einfällt, lässt sich näherungsweise über die Summe der täglich einfallenden Energie  $E_{\text{daily}}$  berechnen:

$$E_{\text{yearly}} = \sum_{n=1}^{365} E_{\text{daily}}(n).$$
 (3.41)

#### 3.3.12. Optimaler Standort für ein Fresnelkraftwerk

Um den optimalen Standort für ein Fresnelkraftwerk zu finden, wird die Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$ , die täglich einfallende Energie  $E_{\text{daily}}$  und die jährlich einfallende Energie

 $E_{\rm yearly}$  für Kraftwerke an beliebigen Orten auf der Erde betrachtet. Ziel dabei ist es, den Breitengrad  $\phi$  zu finden, für den die Leistung bzw. die Energie maximal ist. Der Längengrad spielt hierbei zunächst keine Rolle, da atmosphärische Effekte und Umweltbedingungen nicht berücksichtigt werden und der Stand der Sonne sowie die Stärke der Sonnenstrahlung im wesentlichen nur vom Breitengrad abhängig sind. Lediglich bei der Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit ist der Längengrad von Bedeutung. Dieser Einfluss wird im Folgenden vernachlässigt. Bei der Optimierung wird der Nullmeridian, also l=0, und die Zeitzone tz=0 verwendet. Außerdem wird angenommen, dass das Spiegelfeld 302 m breit und 1000 m lang<sup>5</sup> ist. Die Suche nach dem optimalen Standort kann als eine Extremwertaufgabe aufgefasst werden, die mithilfe des Computers und eines Optimierungstools<sup>6</sup> gelöst werden kann.

Im Rahmen des Workshops wird der Breitengrad sowohl hinsichtlich der Leistung, die zu einem bestimmten Zeitpunkt auf das Spiegelfeld einfällt, als auch hinsichtlich der an einem bestimmten Tag oder über ein Jahr einfallenden Energie optimiert. Im Folgenden werden beispielhaft die Ergebnisse der Optimierung bezüglich der am 21. Juni um 12:00 Uhr einfallenden Leistung und bezüglich der jährlich einfallenden Energie vorgestellt. Um den Zusammenhang zwischen der Leistung bzw. der Energie und dem Breitengrad auch grafisch erkenntlich zu machen, werden die Zielfunktionen der Optimierung gegen den Breitengrad aufgetragen.

Zunächst wird der Breitengrad hinsichtlich der am 21. Juni (n=172) um 12:00 Uhr eintreffenden Leistung optimiert. In Abbildung 31 ist die Zielfunktion der Optimierung  $P_{\text{mirrorfield}}$  gegen den Breitengrad aufgetragen.

 $<sup>^5 \</sup>rm Diese$  Werte orientieren sich am Fresnelkraftwerk Puerto Errado 2 in Spanien, dessen Spiegelfeld  $302000\,\rm m^2$  groß ist.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Im Rahmen des Lernmoduls wird das Optimierungstool *BlackBoxOptim* in der Programmiersprache Julia eingesetzt. Dieses erfordert keine Differenzierbarkeit der zu optimierenden Funktion. Es beruht auf heuristischen / stochastischen Algorithmen (DE, NES, usw.). Für mehr Informationen siehe https://juliapackages.com/p/blackboxoptim, letzter Aufruf 18.09.2020.

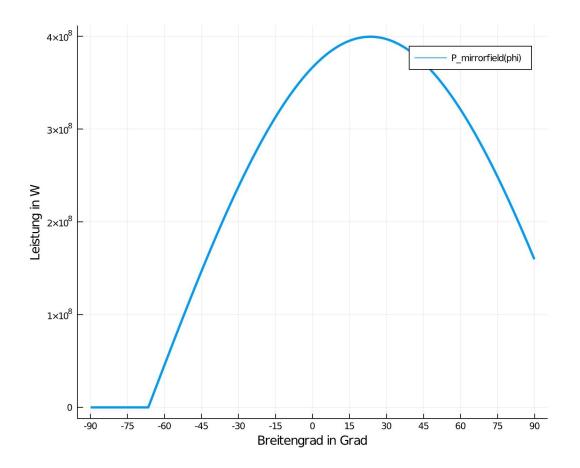


Abbildung 31: Graph der Funktion  $P_{\text{mirrorfield}}(\phi)$  für n=172 und t=12

Es ist zu erkennen, dass die Leistung für  $\phi \approx 24^\circ$  maximal ist. Das Optimierungstool von Julia liefert das Ergebnis  $\phi = 23,45^\circ$  mit der zugehörigen Leistung von  $P_{\text{mirrorfield}} = 3,995 \cdot 10^8 \, \text{W}$ . Dieses Ergebnis war zu erwarten, denn am 21. Juni ist Sommersonnenwende. Das bedeutet, dass die Sonne um 12:00 Uhr beim Breitengrad  $\phi = 23,45^\circ$  im Zenit steht. Somit ist die eintreffende Leistung hier am größten.

Im Folgenden wird der Breitengrad hinsichtlich der jährlich einfallenden Energie optimiert. Dazu wird, wie in Abbildung 32 zu sehen, die Funktion  $E_{\text{yearly}}$  gegen den Breitengrad aufgetragen.

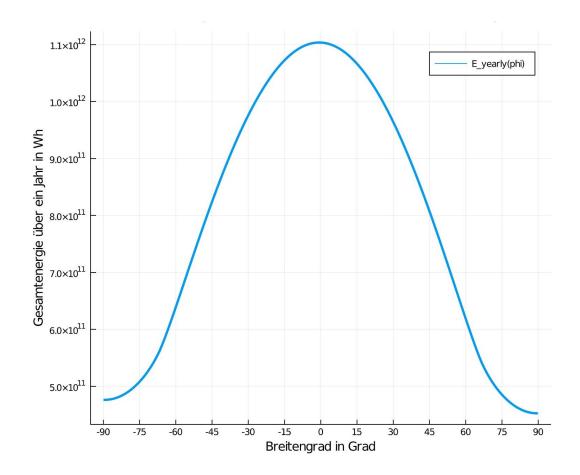


Abbildung 32: Graph der Funktion  $E_{\text{yearly}}(\phi)$ 

Hier ist zu erkennen, dass die Energie, die über ein Jahr einfällt, für  $\phi \approx 0^{\circ}$  maximal ist. Mithilfe des Optimierungstools von Julia findet sich  $\phi = -0,672^{\circ}$  mit  $E_{\rm yearly} = 1,104 \cdot 10^{12}$  Wh als optimaler Standort. Auch dieses Ergebnis war zu erwarten, denn über das komplette Jahr gesehen steht die Sonne am Äquator am häufigsten im Zenit. Somit ist die eintreffende Leistung und damit auch die Energie hier am größten.

# 3.4. Vergleich realer Messdaten zur Bestrahlungsstärke mit modellierten Daten

In Kapitel 3.3.10 wurde ein physikalisches Modell zur Berechnung der Leistung, die auf eine horizontale Fläche einfällt, erstellt. Nach diesem Modell kann die Bestrahlungsstärke auf einer horizontalen Fläche über

$$I_{\text{horizontal}} = G \cdot \left( 1 + 0.033 \cdot \cos \left( \frac{360}{365} \cdot n \right) \right) \cdot \cos(\theta) = I_{\text{normal}} \cdot \cos(\theta)$$
 (3.42)

berechnet werden. In diesem Modell werden allerdings noch keinerlei atmosphärische Effekte, wie Absorption, Reflexion oder Streuung, berücksichtigt. Daher wird die Realität durch dieses Modell noch nicht ausreichend genau beschrieben. In der Praxis

kommen daher meist das Meteorological Radiation Model (MRM) (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 357) oder das Typical Meteorological Year (TMY) (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 59) zum Einsatz. Im Folgenden wird zunächst die erste Version des MRM zur Bestimmung der Bestrahlungsstärke der Direktstrahlung für Daggett am 21. Juni erstellt. Anschließend werden die erhaltenen Daten mit den zuvor physikalisch modellierten Daten verglichen. Im zweiten Teil werden reale Messdaten zur Direktstrahlung aus dem TMY und Daten aus der fünften Version von MRM visualisiert, gefittet und anschließend den physikalisch modellierten Daten gegenübergestellt.

## 3.4.1. Das meteorologische Strahlungsmodell (MRM) - Version 1

Das Meteorological Radiation Model (MRM) wurde ursprünglich vom Atmospheric Research Team (ART) am National Observatory of Athens (NOA)<sup>7</sup> mit dem Ziel, Strahlungsdaten für Orte abzuleiten, an denen diese nicht vorhanden sind, entwickelt. Die erste Version des Strahlungsmodells funktionierte zwar gut für klare Himmel, scheiterte jedoch bei einem bewölkten oder bedeckten Himmel. Daher wurde das Modell weiterentwickelt, sodass es seit der dritten Version auch zur Ableitung von Strahlungsdaten für einen teilweise bewölkten oder bedeckten Himmel genutzt werden kann (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 357f.).

Im Folgenden wird die erste Version des meteorologischen Strahlungsmodells zur Berechnung der Bestrahlungsstärke der Direktstrahlung vorgestellt. Um den Rahmen dieser Abschlussarbeit nicht zu sprengen, wird im Folgenden nicht im Detail auf die Herleitung der einzelnen Formeln eingegangen. Die direkte Strahlungskomponente, senkrecht zur Horizontalebene für einen klaren Himmel und eine natürliche Atmosphäre ohne anthropogenen Einfluss ist gegeben durch

$$I_b = 0,975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(\alpha_s) \cdot T_a \cdot T_r \cdot T_o \cdot T_w \cdot T_{mg}, \tag{3.43}$$

wobei  $\alpha_s$  der in Abschnitt 3.3.4 vorgestellte Sonnenhöhenwinkel,  $I_{ex}$  die extraterrestrische Bestrahlungsstärke senkrecht zur einfallenden Strahlung,  $T_a$  der optische Transmissionsgrad aufgrund der Mie-Streuung an Aerosolen,  $T_r$  der optische Transmissionsgrad aufgrund der Rayleigh-Streuung an Molekülen,  $T_o$  der optische Transmissionsgrad aufgrund der Absorption durch Ozon,  $T_w$  der optische Transmissionsgrad aufgrund der Absorption durch Wasserdampf und  $T_{mg}$  der optische Transmissionsgrad aufgrund der Absorption durch gemischte Gase (z.B.  $CO_2$ ,  $O_2$ ) ist (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 359). Dabei stellt der optische Transmissionsgrad ein Maß für die durchgelassene Strahlungsintensität dar.

Die extraterrestrische Bestrahlungsstärke senkrecht zur einfallenden Strahlung am Tag $\boldsymbol{n}$ des Jahres lässt sich über

$$I_{ex} = I_0 \cdot \left(1 + 0.035 \cdot \cos\left(\frac{360}{366} \cdot (n - 4)\right)\right) \tag{3.44}$$

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>http://www.meteo.noa.gr/ENG/iersd\_art.htm, Stand: 02.10.2020

berechnen, wobei  $I_0=1353\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$  der im Jahr 1971 eingeführte Wert der Solarkonstanten und n der n-te Tag des Jahres ist (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 359). Aufgrund von genaueren Messungen wurde der Wert der Solarkonstanten im Jahr 1982 durch die Weltorganisation für Meteorologie auf den im physikalischen Modell verwendeten Wert von  $G=1367\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$  angepasst (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 6).

Als Mie-Streuung wird die Streuung der Sonnenstrahlen an Aerosolen, beispielsweise Wasserdampf oder Staub, bezeichnet. Der dadurch verursachte optische Transmissionsgrad  $T_a$  kann über die Formel

$$T_a = \exp\left(-\delta_a^{0.873} \cdot \left(1 + \delta_a - \delta_a^{0.7088}\right) \cdot m^{0.9108}\right)$$
(3.45)

bestimmt werden, wobei  $\delta_a$  die optische Dicke der Aerosole und m die optische Air-Mass ist. Diese kann wie folgt berechnet werden:

$$m = \left(\sin(\alpha_s) + 0.15 \cdot (93.885 - \theta)^{-1.253}\right)^{-1},\tag{3.46}$$

dabei ist  $\theta$  der in Abschnitt 3.3.4 eingeführte Zenitwinkel. Durch m' wird der druck-korrigierte Wert für m beschrieben. Für einen Luftdruck P, der nicht dem Luftdruck auf Meereshöhe (experimentell auf  $P_0 = 1013, 25 \,\mathrm{hPa}$  festgelegt) entspricht, gilt:

$$m' = m \cdot \frac{P}{P_0}. (3.47)$$

Die optische Dicke der Aerosole kann über

$$\delta_a = 0,2758 \cdot \delta_{a,\lambda=0.38} + 0,3500 \cdot \delta_{a,\lambda=0.50}, \tag{3.48}$$

wobei die Werte für  $\delta_{a,\lambda=0,38}$  und  $\delta_{a,\lambda=0,50}$  schwanken, berechnet werden. Zwischen  $\delta_a$  und  $\lambda$  besteht die Beziehung

$$\delta_{a,\lambda} = \beta \cdot \lambda^{-\alpha},\tag{3.49}$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$ , dem Trübungskoeffizient  $\beta$  und dem Koeffizienten  $\alpha$ , bezogen auf die Größenverteilung der Aerosolpartikel (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 359f.).

Der optische Transmissionsgrad  $T_r$  aufgrund der Rayleigh-Streuung berechnet sich über (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 360)

$$T_r = \exp\left(-0.0903 \cdot m'^{0.84} \cdot \left(1 + m' - m'^{1.01}\right)\right).$$
 (3.50)

Für den optischen Transmissionsgrad  $T_o$ , der aufgrund der Absorption durch Ozon zustande kommt, gilt:

$$T_o = 1 - [0, 1611 \cdot x_0 \cdot (1 + 139, 48 \cdot x_0)^{-0,3035} -0,0002715 \cdot x_0 \cdot (1 + 0,0440 \cdot x_0 + 0,0003 \cdot x_0^2)^{-1}],$$
(3.51)

mit

$$x_0 = l_0 \cdot m, \tag{3.52}$$

wobei  $l_0$  die gesamte Ozonsäule in der Atmosphäre ist. Diese kann für die nördliche Hemisphäre mit folgender Formel berechnet werden:

$$l_0 = 0,235 + [0,150 + 0,040 \cdot \sin(0,9865 \cdot (n-30))$$

$$+ 0,020 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{60} \cdot (\theta + \Delta)\right)] \cdot \sin(1.28 \cdot \phi)^2.$$
(3.53)

Dabei bezeichnet  $\theta$  die geographische Länge,  $\phi$  die geographische Breite und  $\Delta$  den Korrekturfaktor, der für östliche Längen den Wert 20° und für westliche Längen den Wert 0° annimmt (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 360).

Der optische Transmissionsgrad  $T_w$  aufgrund der Absorption durch Wasserdampf ist gegeben durch

$$T_w = 1 - 24959 \cdot x_w \cdot \left( (1 + 79,034 \cdot x_w)^{0.6828} + 6385 \cdot x_w \right)^{-1}, \tag{3.54}$$

 $_{
m mit}$ 

$$x_w = l_w \cdot m, \tag{3.55}$$

wobei  $l_w$  die Gesamtsäule des Niederschlagswassers ist. Diese kann über

$$l_w = 0,23 \cdot e_m \cdot 10^{-H/22000} \tag{3.56}$$

berechnet werden. Dabei ist  $e_m$  der Wasserdampfpartialdruck in mmHg und H die Höhe des Standorts in Metern (vgl. Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 360).

Abschließend gilt für den optischen Transmissionsgrad  $T_{mg}$ , der aufgrund der Absorption durch gemischte Gase entsteht (vgl Kambezidis & Psiloglou, 2008, S. 361):

$$T_{mg} = \exp\left(-0.0127 \cdot m^{0.26}\right).$$
 (3.57)

In Abbildung 33 sind die Ergebnisse der ersten Version des meteorologischen Strahlungsmodells für Daggett am 21. Juni zu sehen. Die dabei verwendeten Parameter sind im Jupyter-Notebook in Anhnag G.1 zu finden. Zum einen wurde die Bestrahlungsstärke außerhalb der Erdatmosphäre (pinker Graph) und zum anderen die Bestrahlungsstärke, in der alle Transmissionsgrade berücksichtigt sind, (blauer Graph) gegen die Tageszeit aufgetragen. Um den Einfluss der einzelnen Transmissionsgrade auf die extraterrestrische Bestrahlungsstärke zu verdeutlichen, wird zusätzlich die Bestrahlungsstärke unter Berücksichtigung eines einzelnen Transmissionsgrads ebenfalls

gegen die Tageszeit aufgetragen. Dabei ist:

$$I_b(t) = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_a \cdot T_r \cdot T_o \cdot T_w \cdot T_{mq}, \tag{3.58}$$

$$I_{ba}(t) = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_a, \tag{3.59}$$

$$I_{br}(t) = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_r, \tag{3.60}$$

$$I_{bo}(t) = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_o, \tag{3.61}$$

$$I_{bw}(t) = 0,975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_w,$$
 (3.62)

$$I_{bmq}(t) = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_{mq},$$
 (3.63)

$$I_{b0}(t) = 0,975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h). \tag{3.64}$$

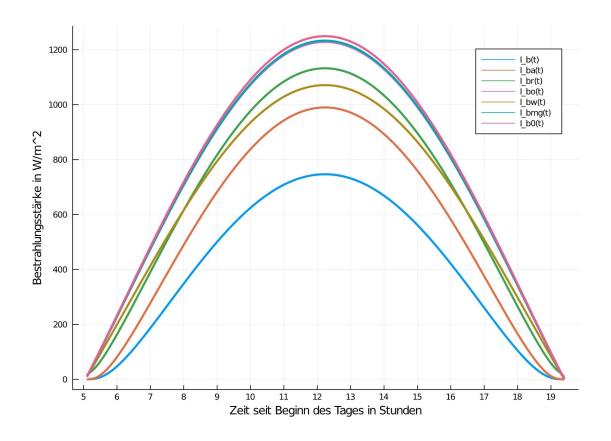


Abbildung 33: Bestrahlungsstärken über MRM Version 1 für Daggett am 21. Juni

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Bestrahlungsstärke außerhalb der Erdatmosphäre (pinker Graph) am stärksten durch die Mie-Streuung (oranger Graph), die Rayleigh-Streuung (grüner Graph) und die Absorption durch Wasserdampf (brauner Graph) abgeschwächt wird. Die Absorption durch Ozon (lila Graph) und gemischte Gase (türkiser Graph) haben in diesem Fall nur einen geringen Einfluss auf die extraterrestrische Bestrahlungsstärke. Abschließend lässt sich also festhalten, dass die Mie-Streuung, die Rayleigh-Streuung und die Absorption durch Wasserdampf den größten Einfluss auf

die Bestrahlungsstärke haben.

In Abbildung 34 ist zum einen die über das meteorologische Strahlungsmodell bestimmte Bestrahlungsstärke unter Berücksichtigung aller Transmissionsgrade (grüner Graph) sowie die über das physikalische Modell bestimmte Bestrahlungsstärke (blauer Graph) zu sehen.

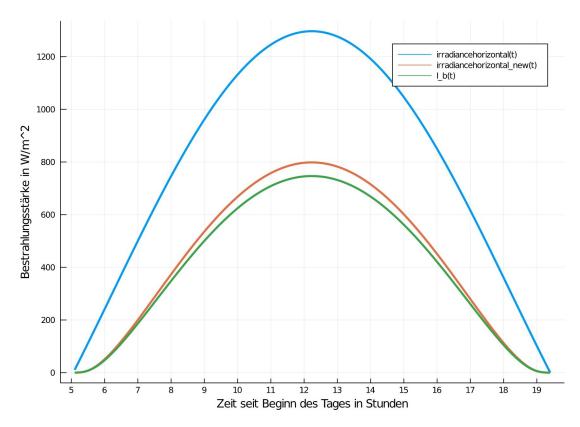


Abbildung 34: Vergleich von MRM Version 1 und dem physikalischen Modell für Daggett am 21. Juni

In Abbildung 34 zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen dem blauen und dem grünen Graphen, da im physikalischen Modell bisher keinerlei atmosphärische Effekte berücksichtigt wurden. Wird die über das physikalische Modell berechnete Bestrahlungsstärke jedoch dadurch angepasst, dass sie mit den optischen Transmissionsgraden  $T_a, T_r$  und  $T_w$  multipliziert wird (oranger Graph in Abb. 34), so nähert sie sich der über das MRM bestimmten Bestrahlungsstärke deutlich an. Diese drei Transmissionsgrade wurden gewählt, da sie, wie sich in Abbildung 33 gezeigt hat, den größten Einfluss auf die Bestrahlungsstärke haben.

Falls das physikalische Modell, welches im Lernmodul verwendet wird, gemeinsam mit den Schülern noch an atmosphärische Effekte angepasst werden soll, würde es sich anbieten hierbei besonders die Mie-Streuung, die Rayleigh-Streuung und die Absorption durch Wasserdampf zu berücksichtigen. Das Jupyter-Notebook, in dem die erste Version des MRMs umgesetzt sowie der Vergleich zwischen MRM und dem physikalischen Modell durchgeführt wurde, ist in Anhang G.1 zu finden.

## 3.4.2. Vergleich der Daten des TMY mit den Daten des MRM Version 5

Im Folgenden werden die Strahlungsdaten aus dem TMY-Datensatz und aus der fünften Version des MRM, mit dem nun auch die Bestrahlungsstärke für einen bewölkten oder bedeckten Himmel modelliert werden kann, für Daggett am 21. Juni verglichen. Außerdem wird versucht die Daten mit zwei unterschiedlichen Funktionen zu fitten und das physikalische Modell an die Daten anzupassen. Ziel des Datenfits ist es, Funktionen zu finden, die die Strahlungsdaten möglichst genau beschreiben, um diese bei einer späteren Weiterentwicklung des Lernmoduls integrieren zu können.

Als Typical Meteorological Year (TMY) wird ein Datensatz bezeichnet, in dem die durchschnittlichen Wetterbedingungen über einen Zeitraum von beispielsweise 30 Jahren gesammelt sind. Diese Datensätze enthalten in der Regel stündliche Werte für die Sonneneinstrahlung, die Umgebungstemperatur, die Luftfeuchtigkeit, die Windgeschwindigkeit, die Windrichtung und andere Wetterdaten und dienen unter anderem der Vorhersage der langfristigen Leistungsfähigkeit von Solarsystemen (vgl. Duffie & Beckman, 2013, S. 59).

In Abbildung 35 ist die Bestrahlungsstärke der Direktstrahlung (DNI) für Daggett am 21. Juni nach dem meteorologischen Strahlungsmodell (blaue Datenpunkte) und nach dem typischen meteorologischen Jahr (orange Datenpunkte) zu sehen.

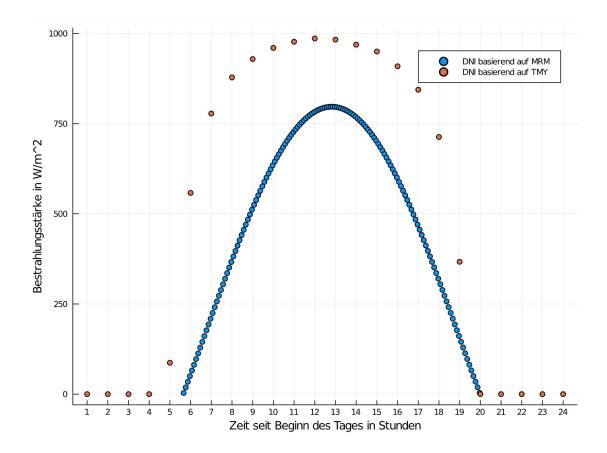


Abbildung 35: Strahlungsdaten aus dem MRM Version 5 (blaue Punkte) und dem TMY Datensatz (orange Punkte) für Daggett am 21. Juni

Es ist zu erkennen, dass das Maximum der Bestrahlungsstärke im TMY-Modell zur Mittagszeit ungefähr 200  $\frac{W}{m^2}$  höher ist, als das Maximum im MRM. Außerdem unterscheiden sich die beiden Modelle in der Zeit des Sonnenaufgangs sowie in der Anzahl der Datenpunkte. Ein möglicher Grund dafür könnte sein, dass die im MRM gewählten Parameter zur Berechnung der Transmissionsgrade nicht den realen Bedingungen entsprechen.

Im Anschluss wurden beide Datensätze mithilfe von Julia sowohl mit Polynomen unterschiedlichen Grades als auch mit einer Sinusfunktion gefittet. Anhand der Datenpunkte ließ sich vermuten, dass sich die Daten durch diese beiden Funktionstypen möglichst gut beschreiben lassen. Für das Meteorological Radiation Model ergaben sich die in Abbildung 36 zu sehenden Fit-Funktionen. Die Funktionsgleichungen sind im Jupyter-Notebook zum Vergleich der Strahlungsdaten in Anhang G.2 zu finden.

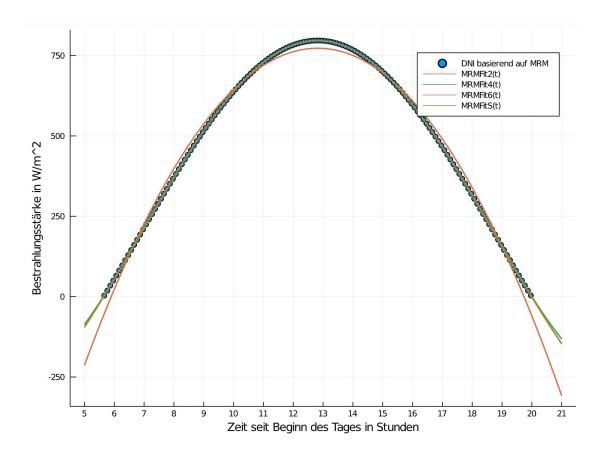


Abbildung 36: Strahlungsdaten aus dem MRM Version 5 (blau Punkte) und gefittete Funktionen für Daggett am 21. Juni

Hier lässt sich erkennen, dass sich die Daten des meteorologischen Strahlungsmodells durch ein Polynom vierten Grades (grüner Graph) und sechsten Grades (lila Graph) sowie durch eine Sinusfunktion (brauner Graph) gut beschreiben lassen. Das Polynom zweiten Grades (oranger Graph) stellt ebenfalls schon eine gute Näherung der Strahlungsdaten dar.

Die Daten aus dem TMY-Datensatz wurden ebenfalls mithilfe von Polynomen und einer Sinus-Funktion gefittet. Dabei wurden die Datenpunkte, an denen die Bestrahlungsstärke den Wert null annimmt, außer acht gelassen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 37 zu sehen.

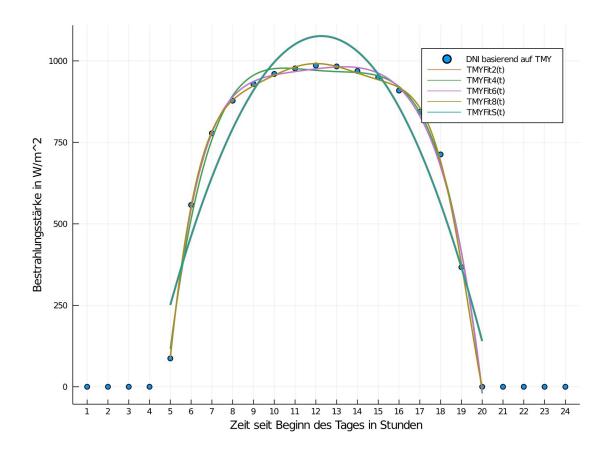


Abbildung 37: Strahlungsdaten aus dem TMY-Datensatz (blaue Punkte) und gefittete Funktionen für Daggett am 21. Juni

Im Gegensatz zu den Daten des MRM lassen sich die des TMY-Datensatzes weniger gut fitten. Die Sinusfunktion (türkiser Graph) sowie das Polynom zweiten Grades (oranger Graph) beschreiben die Daten schlecht. Die Polynome vierten (grüner Graph), sechsten (lila Graph) und achten (brauner Graph) Grades stellen dagegen eine bessere Näherung der Strahlungsdaten dar. Mögliche Gründe für die schlechteren Ergebnisse könnten zum einen die wenigen Datenpunkte und zum anderen die Tatsache sein, dass die gewählten Fit-Funktionen nicht zu den Messdaten passen.

Zusätzlich zu dem Fit der Strahlungsdaten aus MRM und TMY durch Polynome und Sinusfunktion sollte das physikalisch entwickelte Modell (vgl. Abschnitt 3.3.10) an die Daten der fünften Version des MRM und des TMY-Datensatzes angepasst werden. Die Bestrahlungsstärke auf einer horizontalen Oberfläche wird im physikalischen Modell über die Gleichung 3.42 bestimmt. Diese Funktion soll nun mithilfe der Parameter a und b, die wie folgt in die Funktion eingebaut werden, an die Strahlungsdaten des meteorologischen Strahlungsmodells angepasst werden:

$$I_{\text{horizontal, new}}(t, tz, l, n, \phi) = a \cdot I_{\text{normal}}(n) \cdot \cos(\theta(t + b, l, n, \phi)).$$
 (3.65)

$$a = 0,6146882465788112$$
 und  $b = 0,6$  (3.66)

wurden mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate und eines Optimierungstool von Julia<sup>8</sup> gefunden. Dabei ergab sich eine minimale Fehlerquadradtsumme, also die Summe der quadrierten Differenzen zwischen der gefundenen Funktion und den Datenpunkten, von ungefähr  $322 \, \frac{\mathrm{W}^2}{\mathrm{m}^4}$ . In Abbildung 38 sind zum einen die Datenpunkte der fünften Version des MRM (blaue Punkte) und zum anderen die Funktionen  $I_{\text{horizontal}}$  (oranger Graph) und  $I_{\text{horizontal}, \text{ new}}$  (grüner Graph) zu sehen.

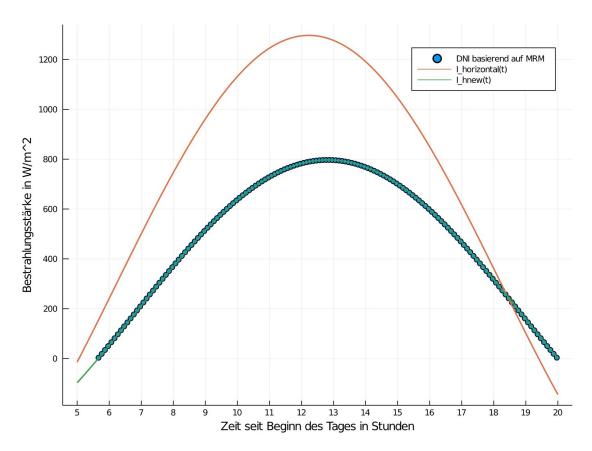


Abbildung 38: Strahlungsdaten aus der fünten Version des MRM, dem physikalischen Modell und der optimierten Funktion für Daggett am 21. Juni

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Datenpunkte durch die über die Optimierung gefundene Funktion gut beschrieben werden.

Analog wurde das physikalische Modell an die Daten aus dem TMY-Datensatz angepasst. In diesem Fall wurden mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Hier wurde wieder das Paket *BlackBoxOptim* von Julia genutzt.

folgenden Parameter gefunden:

$$a = 0,9094544880702746$$
 und  $b = 0,09067158982689895$ . (3.67)

Die minimale Fehlerquadratsumme betrug hier ungefähr 718242  $\frac{\mathrm{W}^2}{\mathrm{m}^4}$ , was deutlich höher als bei der vorherigen Optimierung ist. In Abbildung 39 sind einerseits die Datenpunkte des TMY-Datensatzes (blaue Punkte) sowie andererseits die Funktionen  $I_{\mathrm{horizontal}}$  (oranger Graph) und  $I_{\mathrm{horizontal}, \, \mathrm{new}}$  (grüner Graph) dargestellt.

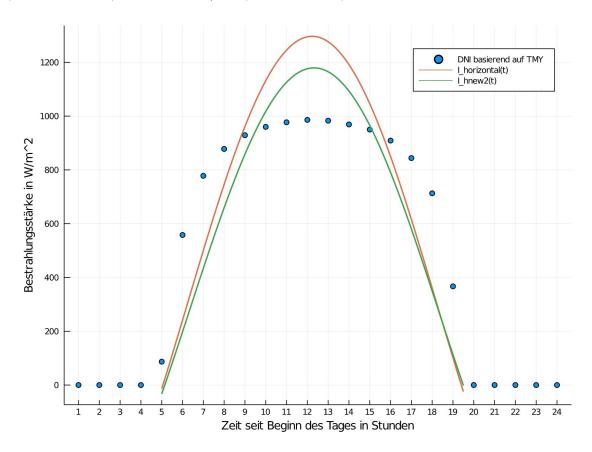


Abbildung 39: Strahlungsdaten aus dem TMY-Datensatz, dem physikalischen Modell und der optimierten Funktion für Daggett am 21. Juni

Wie aufgrund der hohen minimalen Fehlerquadratsumme zu erwarten war, beschreibt die gefundene Funktion die Strahlungsdaten aus dem TMY schlecht. Dies liegt zum einen wieder an den wenigen Datenpunkten und zum anderen daran, dass sich die Daten des TMY-Datensatzes nicht gut durch eine trigonometrische Funktion beschreiben lassen, was sich auch schon in Abbildung 37 zeigte.

In Anhang G.2 ist das zugehörige Jupyter-Notebook zu finden, in dem die Datenfits und die Anpassungen des physikalischen Modells an die Strahlungsdaten aus MRM und TMY durchgeführt wurden.

# 4. Didaktisch-methodisches Konzept

Zu dem in Kapitel 3 vorgestellten mathematischen und physikalischen Hintergrund wurde ein interdisziplinäres, computergestütztes Lernmodul entwickelt und mit Lernenden durchgeführt. In diesem Kapitel wird das didaktisch-methodische Konzept des erstellten Lernmoduls vorgestellt. Außerdem werden die Ziele und die curriculare Einbindung sowie der zeitliche Ablauf eines CAMMP days und einer Unterrichtseinheit im Schulfach IMP erläutert. Zudem wird ein Überblick über die entwickelten Materialien gegeben.

# 4.1. Ziele und curriculare Einbindung des entwickelten Lernmoduls

Das entwickelte Lernmodul baut auf den fachlichen Inhalten des Mathematikunterrichts der Klassenstufen neun und zehn an Gymnasien in Baden-Württemberg auf und ist daher für Schulklassen ab der Jahrgangsstufe 10 geeignet. Die Schüler erhalten bei der Bearbeitung des Lernmoduls einen Einblick in den Sinn und die Nutzbarkeit der Mathematik sowie die Relevanz des mathematischen Modellierens für das alltägliche Leben. Außerdem werden dabei die aus der Schule bekannten Inhalte vertieft sowie weiter zurückliegende Inhalte wiederholt und aufgefrischt.

Besonders die Leitideen Raum und Form und Funktionaler Zusammenhang der inhaltsbezogenen Kompetenzen aus dem Bildungsplan Mathematik des Landes Baden-Württembergs spielen eine zentrale Rolle in dem entwickelten Lernmodul. In Klasse neun und zehn lernen die Schüler im Bereich der Leitidee Raum und Form geometrische Zusammenhänge zu beweisen und mit trigonometrischen Beziehungen zu arbeiten. Hierzu zählt auch die Bestimmung von Streckenlängen und Winkelweiten unter der Nutzung der Längenverhältnisse Sinus, Kosinus und Tangens (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016, S. 33). Dies wird zur Beschreibung des Sonnenstands (vgl. Kapitel 3.3.4) und zur Herleitung des transversalen Einfallswinkels (vgl. Kapitel 3.3.6) als Vorwissen benötigt. Im Bereich der Leitidee Funktionaler Zusammenhang lernen die Schüler die Graphen trigonometrischer Funktionen mit  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$  unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften zu skizzieren und die Wirkung der Parameter a, b, c und d abbildungstheoretisch als Streckung, Spiegelung oder Verschiebung zu deuten sowie periodische Vorgänge mithilfe der Sinusfunktion zu beschreiben und zu interpretieren (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016, S. 35). Dies wird als Grundkenntnis zur Herleitung der Deklination (vgl. Kapitel 3.3.2) erfordert. Das Aufstellen und Lösen von Gleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen wird in Klassenstufe sieben und acht behandelt (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016, S. 23-24) und wird ebenfalls als Grundlage für die Bearbeitung des Lernmoduls vorausgesetzt.

Neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen sollen die prozessbezogenen Kompetenzen Modellieren und Probleme lösen bei den Schülern weiter ausgebaut werden. Hierzu sol-

len die Schüler die einzelnen Schritte des Modellierungskreislaufs bei der Bearbeitung der realen Problemstellung möglichst eigenständig durchlaufen. Durch die tatsächliche Einführung des vierschrittigen Modellierungskreislaufs (vgl. Abb. 3 in Abschnitt 2.3.2) wird im Sinne der Metakognition auch das Wissen über die Modellierung und den Modellierungsprozess im Laufe des Projekttags erweitert (vgl. Ufer et al., 2015, S. 421).

Das erstellte Lernmodul soll den Schülern einen Einblick in die Modellierung der Sonnenstrahlung geben. Dabei bietet das Modul den Schülern die Möglichkeit, eigene Erfahrungen über den praktischen Nutzen der Mathematik zu sammeln. Des Weiteren soll das Bild von Mathematik durch die Bearbeitung einer realen, relevanten und authentischen Problemstellung bei den Schülern verbessert und die Bedeutung digitaler Werkzeuge bei der Lösung realer Aufgabenstellungen aufgezeigt werden. Außerdem soll Motivation, Interesse und Freude an der Mathematik bei den Schülern geweckt werden.

Das Lernmodul ist so konzipiert, dass es sich auch für den Einsatz im Schulfach IMP eignet und die Interdisziplinarität fördert. Außerdem wurde bei der Erstellung darauf geachtet, dass das Lernmodul von Lerngruppen mit unterschiedlichen Voraussetzungen (Leistungsniveau, Lerntempo) durchgeführt werden kann. Dadurch soll die Heterogenität innerhalb einer Lerngruppe gefördert werden.

# 4.2. Einsatz des Lernmoduls im Rahmen eines Modellierungstages bei CAMMP

Im Folgenden wird der Ablauf des Lernmoduls im Rahmen eines CAMMP days vorgestellt. Der Ablauf ist für die Dozenten stichpunktartig im methodischen Konzept (vgl. Anhang E.2) dargestellt. Auf die erstellten Materialien wird in Abschnitt 4.5 genauer eingegangen.

Für die Durchführung des Modellierungstages sind sieben Stunden (von 8:30 Uhr bis 15:30 Uhr) geplant<sup>9</sup>. Die reine Bearbeitungsdauer des Lernmoduls durch die Schüler beträgt ungefähr vier Stunden und vierzig Minuten. Zusätzlich sind eine 30- bis 40-minütige Einführung, eine 20- bis 30-minütige Nachbesprechung sowie eine 15-minütige Zwischensicherung geplant. Außerdem ist eine einstündige Mittagspause vorgesehen. Der Ablauf ist wie folgt konzipiert:

#### 1. **Begrüßung:** (5 Minuten)

Der CAMMP day startet mit einer Begrüßung und kurzen Vorstellung des Projekts CAMMP durch die Dozenten. Außerdem wird den Schülern der zeitliche Ablauf des Modellierungstags präsentiert.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die tatsächliche Bearbeitungszeit des Lernmoduls ist natürlich stark von der Schülergruppe, deren Motivation und Vorwissen abhängig.

## 2. **Modellierungsvortrag:** (15 Minuten)

Im Anschluss an die Begrüßung wird ein Modellierungsvortrag<sup>10</sup> von einem Doktoranden des Instituts gehalten. Dieser Vortrag soll den Schülern einen Einblick in die mathematische Modellierung geben. Dabei veranschaulicht der Doktorand den Modellierungsprozess an einem aktuellen Forschungsthema.

# 3. Einführungsvortrag: (15 Minuten)

Der Problemeinführungsvortrag, der von einem Dozenten gehalten wird, stellt das Thema des Projekttages vor und führt in die Problemstellung ein. Dabei wird zunächst kurz auf die Forschung an erneuerbaren Energien eingegangen und der Aufbau eines Fresnelkraftwerks erläutert. Anschließend werden die zwei zentralen Fragestellungen, mit denen sich die Schüler im Laufe des Tages beschäftigen, vorgestellt. Diese lauten:

- Aus welcher Richtung fällt die Sonnenstrahlung ein?
- Welcher Standort ist besonders geeignet für ein Fresnelkraftwerk?

Darüber hinaus wird der Modellierungskreislauf auf die Problemstellung angewandt und einige Grundlagen, wie die Einteilung der Erde in Längen- und Breitengrade sowie in Zeitzonen, die zur Bearbeitung der Arbeitsblätter wichtig sind, erklärt. Im Anschluss an den Problemeinführungsvortrag erhalten die Schüler eine kurze Einführung in die Programmiersprache Julia.

# 4. **Teil 1 des Workshops:** (2 Stunden, 40 Minuten)

In der ersten Arbeitsphase bearbeiten die Schüler den ersten Teil des Workshops, der aus den Arbeitsblättern eins bis fünf besteht. Auf diesen Arbeitsblättern wird die Richtung, aus der die Sonnenstrahlung einfällt, modelliert und im Anschluss die Ausrichtung eines Spiegels, der sich direkt unter dem Absorberrohr befindet, bestimmt. Den Schülern stehen bei der Bearbeitung der Arbeitsblätter ein Antwortblatt und ein Dokumentationsblatt zur Verfügung, auf denen sie ihre Ergebnisse festhalten können. Außerdem gibt es Hilfekarten, die die Schüler je nach Bedarf anschauen können. Schüler, die die Arbeitsblätter besonders schnell bearbeiten, können sich mit Zusatzblatt 1 auseinandersetzen. Auf diesem wird die Zeit des Sonnenauf- und Sonnenuntergangs sowie die Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag berechnet. Während der Arbeitsphase sollen die Schüler immer wieder an kurze Pausen erinnert werden.

#### 5. **Zwischenvortrag:** (15 Minuten)

Vor der Mittagspause sollen die Ergebnisse des ersten Teils des Workshops besprochen und gesichert werden. Hierzu stehen den Betreuern Präsentationsfolien für einen Zwischenvortrag zur Verfügung.

#### 6. Mittagspause: (1 Stunde)

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Dieser Vortrag wird von einem Doktoranden erstellt.

## 7. **Teil 2 des Workshops:** (2 Stunden)

Nach der Mittagspause beginnen die Schüler mit der Bearbeitung des zweiten Teils des Workshops. Dieser setzt sich aus den Arbeitsblättern sechs und sieben zusammen. Auf Arbeitsblatt sechs wird die Leistung modelliert, die auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks einfällt. Im Anschluss beschäftigen sich die Schüler auf Arbeitsblatt sieben mit der Fragestellung, welcher Standort sich besonders für ein Fresnelkrafwerk eignet. Auch hier stehen den Schülern wieder Hilfekarten sowie ein Antwortblatt und ein Dokumentationsblatt zur Verfügung. Schnelle Schüler können zusätzlich noch das Zusatzblatt 2 bearbeiten und die täglich bzw. jährlich einfallende Energie selbst modellieren. Auch in dieser Arbeitsphase sollen die Schüler wieder an kurze Pausen erinnert werden.

## 8. **Abschlussvortrag:** (15 Minuten)

Nach der zweiten Arbeitsphase sollen die Ergebnisse des zweiten Teils des Workshops diskutiert werden. Hierzu stehen den Dozenten Präsentationsfolien für einen Abschlussvortrag zur Verfügung.

#### 9. **Evaluation:** (10 Minuten)

Nach der Bearbeitung des Lernmoduls wird den Schülern ein Evaluationsbogen ausgeteilt, in dem die Schüler den CAMMP day bewerten und den Dozenten Rückmeldung geben können.

#### 10. **Verabschiedung:** (5 Minuten)

Nachdem die Schüler die Evaluation ausgefüllt haben, folgt eine kurze Verabschiedung. Hier erhalten die Schüler Informationen zu den weiteren Angeboten von CAMMP.

Der Einsatz des Lernmoduls im Rahmen eines CAMMP days wurde als Teil dieser Abschlussarbeit erprobt. Auf die Beobachtungen bei der Durchführung und Ergebnisse der Evaluation sowie die daraus resultierenden Verbesserungen des Lernmoduls wird in Kapitel 5 eingegangen.

# 4.3. Einsatz des Lernmoduls im Rahmen einer Unterrichtseinheit im Schulfach IMP

Das entwickelte Lernmodul eignet sich auch für den Einsatz im Schulfach IMP. Im Folgenden wird kurz die curriculare Einbindung und ein möglicher Ablauf einer Unterrichtseinheit vorgestellt.

Das Lernmodul adressiert besonders die Leitperspektive Bildung für nachhaltige Entwicklung (vgl. Abschnitt 2.2.2). Den Schülern soll zum einen die Bedeutung der Forschung an erneuerbaren Energien aufgezeigt werden. Zum anderen sollen sie die Fresnelkraftwerke als eine Möglichkeit der solarthermischen Energiegewinnung kennenlernen. Dabei erweitern sie ihre Kenntnisse zu den Begriffen Energie und Leistung (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 4). Im Bereich der Mathematik eignet sich das Lernmodul zur Förderung der inhaltsbezogenen Kompetenz Funktionen im Sachkontext. Durch Funktionales Denken werden die Schüler in vielen Bereichen des täglichen Lebens dazu befähigt, Problemlösefähigkeiten zu entwickeln und anzuwenden. In IMP fokussiert sich die Behandlung funktionaler Zusammenhänge auf den Aspekt der analytischen, grafischen und tabellarischen Modellierung. Hierzu werden oft computergestützte Lernumgebungen genutzt (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 10). Durch die Modellierung des Stands der Sonne und der Stärke der Sonnenstrahlung mithilfe von funktionalen Zusammenhängen soll diese Kompetenz gefördert werden. Im Bereich der Physik adressiert das Lernmodul die inhaltsbezogene Kompetenz Erde und Weltall. Besonders in Klasse 9 steht die energetische Betrachtung des Systems Sonne-Erde im Vordergrund. Außerdem trägt das Lernmodul zur Förderung der Kompetenz Computergestützte Physik bei. In Klasse 9 beschäftigen sich die Schüler zum ersten Mal intensiv mit der computergestützten Modellierung physikalischer Fragestellungen. Dabei verknüpfen sie ihre Physik-, Mathematik- und Informatikkenntnisse zur Lösung einer physikalischen Problemstellung (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2018a, S. 11). Dies ist auch in dem entwickelten Material der Fall.

Für die Durchführung des Lernmoduls sollten 8 Schulstunden (à 45 Minuten) bzw. 4 Doppelstunden (à 90 Minuten) eingeplant werden. Der Ablauf der einzelnen Unterrichtsstunden ist wie folgt vorgesehen:

#### • Unterrichtsstunde 1:

In der ersten Stunde erhalten die Schüler eine Einführung in die mathematische Modellierung. Hierzu steht der Modellierungsvortrag zur Verfügung. Im Anschluss lernen die Schüler durch den Problemeinführungsvortrag die Problemstellung kennen und erhalten eine kurze Einführung in die Programmiersprache Julia.

#### • Unterrichtsstunde 2,3 und 4:

In diesen drei Unterrichtsstunden beschäftigen sich die Schüler mit dem ersten Teil des Lernmoduls zur Modellierung der Richtung, aus der die Sonnenstrahlen einfallen. Sie bearbeiten dazu die Arbeitsblätter eins bis fünf. Schnelle Schüler können sich zusätzlich noch mit dem Zusatzblatt eins beschäftigen.

#### • Unterrichtsstunde 5:

In der fünften Unterrichtsstunde werden die Ergebnisse der ersten fünf Arbeitsblätter des Lernmoduls besprochen. Hierzu wird die Zwischenpräsentation genutzt. Im Anschluss an den Vortrag können die Schüler mit der Bearbeitung von Arbeitsblatt sechs und damit mit dem zweiten Teil des Lernmoduls beginnen.

#### • Unterrichtsstunde 6 und 7:

In diesen beiden Unterrichtsstunden bearbeiten die Schüler die Arbeitsblätter sechs und sieben zur Modellierung der Stärke der Sonnenstrahlung. Schnelle Schüler können sich zusätzlich mit dem Zusatzblatt zwei auseinandersetzen.

#### • Unterrichtsstunde 8:

In der letzten Unterrichtsstunde werden die Ergebnisse des zweiten Teils des Workshops mithilfe der Abschlusspräsentation diskutiert sowie eine kurze Evaluation durchgeführt.

Die Unterrichtsstunden zwei, drei und vier sowie sechs und sieben sollen den Schülern als freie Arbeitszeit ohne große Anleitung durch die Lehrkraft für die Bearbeitung der Arbeitsblätter zur Verfügung stehen. Der Einsatz des Lernmoduls im Rahmen einer Unterrichtseinheit im Schulfach IMP wurde bisher noch nicht erprobt.

# 4.4. Julia und Jupyter-Notebooks als digitales Werkzeug

Die Arbeitsblätter wurden als Jupyter-Notebooks<sup>11</sup> erstellt. Dabei wurde die Programmiersprache Julia<sup>12</sup> verwendet.

Julia ist eine höhere Programmiersprache, die von Jeff Bezanson, Stefan Karpinski, Viral B. Shah und Alan Edelman im Jahr 2012 am MIT (Massachusetts Institute of Technology) entwickelt wurde. Sie ist besonders für numerisches und wissenschaftliches Rechnen geeignet und orientiert sich stark an der Software MATLAB (vgl. Wikipedia, 2020a). Zudem ähnelt ihr Syntax dem Pseudocode, sodass sie sich besonders für den Einsatz bei CAMMP eignet.

Das Project Jupyter ist eine Non-Profit-Organisation, die im Jahr 2014 von Fernando Pérez gegründet wurde. Ziel dieses Projekts ist die Entwicklung einer Open-Source-Software, die das interaktive Arbeiten mit vielen Programmiersprachen ermöglichen soll. Es wurden dazu die drei Produkte Jupyter-Notebook, JupyterHub und JupyterLab entwickelt. Jupyter-Notebook ist eine web-basierte interaktive Umgebung. Die Jupyter-Notebook-Dokumente bestehen aus einer Liste von Eingabe- und Ausgabezellen, die jeweils Code, Text oder Funktionsgraphen enthalten können. Als JupyterHub wird ein Multi-User-Server für Jupyter-Notebooks bezeichnet. Über diesen Server greifen auch die Schüler auf die Arbeitsblätter zu. Das JupyterLab ist eine neue flexible Benutzeroberfläche, die die bekannten Elemente des Jupyter-Notebooks enthält. Es kann also als Nachfolgeprodukt von Jupyter-Notebook angesehen werden (vgl. Wikipedia, 2020b).

Die erstellten Arbeitsblätter sind auf dem Server des KIT verfügbar und durchführbar. Somit ist keine Installation von Programmen oder ein Download von Dateien notwendig.

Durch die Verwendung einer Computersoftware wird der Fokus des Lernmoduls auf die Förderung der Modellierungskompetenz und das problemorientierte Bearbeiten der Aufgaben gelegt, denn die Schüler werden von der Rechenarbeit entlastet (vgl. Frank et al., 2018, S. 140f.). Zudem dient Julia der Visualisierung. Außerdem wurde eine

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>https://jupyter.org/, Stand: 03.10.2020

<sup>12</sup>https://julialang.org/, Stand: 03.10.2020

Überprüfefunktion eingebaut, die den Schülern eine Rückmeldung über die Korrektheit ihrer Lösung gibt.

Die Schüler arbeiten in der Regel im Rahmen des Lernmoduls zum ersten Mal mit der Programmiersprache Julia und mit Jupyter Notebooks. Deshalb wurde bei der Erstellung der Materialien darauf geachtet, den Code so einfach und übersichtlich wie möglich zu gestalten, sodass eine zusätzliche Julia-Einführung für die Schüler nicht notwendig ist. Stattdessen reicht es aus, wenn der Dozent zu Beginn kurz die wesentliche Struktur der Arbeitsblätter gemeinsam mit den Schülern durchgeht.

Die Arbeitsblätter sind so aufgebaut, dass den Schülern zunächst in einem kurzen Infotext erläutert wird, um was es in diesem Teil des Arbeitsblattes geht. Anschließend folgt die Aufgabenstellung. Durch die Icons (s. Abb. 40) wird festgelegt, wie die Aufgabe bearbeitet werden soll.



Abbildung 40: Auf den Arbeitsblättern verwendete Icons

Der Computer steht für die Eingabe der Lösung in einem Codefeld, der Stift für die Beantwortung der Aufgabe auf einem Antwortblatt, die Lupe für die Recherche im Internet und die Sprechblasen für eine Diskussion mit dem Sitznachbar. Nach dem entsprechenden Icon wird genau erklärt, was die Schüler in der jeweiligen Aufgabe machen sollen. Die meisten Aufgaben werden durch eine Eingabe in einem Codefeld gelöst. Die Codefelder sind, wie in Abbildung 41 zu sehen, Lückentext ähnlich aufgebaut.

```
# Zeitzone
tz = NaN; # Ersetze das NaN durch eine beliebige Zeitzone zwischen -12 und +12.

# StandardLängengrad
SL(tz) = NaN; # Ersetze das NaN durch eine Formel, mit der du den Standardlängengrad berechnen kannst.

# Hier nichts ändern!
checkStandardLongitude(tz,SL)
```

Abbildung 41: Aufbau eines Codefelds am Beispiel von Teil 1 a) des ersten Arbeitsblattes

An den Stellen, an denen die Schüler eigene Zahlenwerte oder Formeln eingeben müssen steht der Ausdruck  $NaN^{13}$ . Diesen sollen die Schüler durch ihre eigene Lösung ersetzen. Nach dem Ausführen ihrer Berechnung erhalten die Schüler neben dem Ergebnis noch Hinweise auf mögliche Fehler bzw. eine Rückmeldung darüber, ob ihre Lösung

 $<sup>^{13}</sup> NaN$ steht für "Not a Number."

korrekt ist oder nicht. Durch den Einsatz einer solchen Überprüfefunktion wird eine gemeinsame Sicherung nach jeder einzelnen Aufgabe überflüssig. Die Schüler können also eigenständig und in ihrem eigenen Tempo an den Arbeitsblättern arbeiten.

# 4.5. Erstellte Materialien

In diesem Abschnitt sollen die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Materialien vorgestellt werden. Zunächst werden die für die Schüler relevanten Materialien sowie die Präsentationen in der Reihenfolgen dargelegt, in der sie bei der Durchführung des Modellierungstages eingesetzt werden. Im Anschluss werden die zusätzlichen Materialien, die den Dozenten bei der Durchführung des Workshops zur Verfügung stehen, vorgestellt. Die Vorträge zur Vorstellung von CAMMP, zur mathematischen Modellierung und zu den weiteren Angeboten von CAMMP sind nicht von mir, sondern von wissenschaftlichen Mitarbeitern aus dem Projekt CAMMP erstellt worden. Daher wird auf diese drei Präsentationen im Folgenden nicht weiter eingegangen. Alle erstellten Materialien sind im Anhang zu finden.

# 4.5.1. Problemeinführungsvortrag

Durch den Problemeinführungsvortrag (vgl. Anhang A.1) sollen die Schüler die Problemstellung, mit der sie sich während des CAMMP days auseinandersetzen, kennenlernen. Die Präsentationsfolien sind an den ursprünglichen Problemstellungsvortrag des bereits bestehenden Lernmoduls zu Solarkraftwerken angelehnt, wurden aber an das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Material angepasst und erweitert.

Zu Beginn des Vortrags wird gemeinsam mit den Schülern über die Bedeutung der Forschung zur Verbesserung der erneuerbaren Energien diskutiert. Dabei werden den Schülern kurz die Unternehmen DLR, FLAGSOL, ebl und Vattenfall und deren Forschung an erneuerbaren Energien vorgestellt.

Im Anschluss können die Schüler Möglichkeiten zur Energiegewinnung mithilfe der Sonnenstrahlung, die sie bereits kennen, nennen und erläutern. Mithilfe von zwei kurzen Videos lernen die Schüler im Anschluss die Parabolrinnen- und Fresnelkraftwerke kennen. Auf den Aufbau und die Funktionsweise eines Fresnelkraftwerks wird anschließend nochmal genauer eingegangen. Dabei wird gezielt die Ausrichtung der Spiegel zur Reflexion der Sonnenstrahlung auf die Absorberrohre erläutert.

Nachdem die Schüler nun den Aufbau eines Fresnelkraftwerks kennen, werden die zwei zentralen Fragestellungen des Lernmoduls aufgeführt:

- Aus welcher Richtung fällt die Sonnenstrahlung ein?
- Welcher Standort ist besonders geeignet für ein Solarkraftwerk?

Als nächstes wird die Problemstellung des Lernmoduls auf den zuvor im Modellierungsvortrag kennengelernten Modellierungskreislauf übertragen. Das reale Problem stellt

die Planung eines Fresnelkraftwerks dar. Gemeinsam mit den Schülern wird nun der erste Modellierungsschritt, die Vereinfachung des realen Problems zu einem vereinfachten Problem, durchgeführt. Dazu werden die in Abschnitt 3.3 genannten Vereinfachungen und Annahmen getroffen. Der Modellierungskreislauf soll den Schülern während des Modellierungstages bzw. der Unterrichtseinheit als Orientierung dienen.

Anschließend werden den Schülern noch einige Grundlagen, die zur Bearbeitung der Arbeitsblätter wichtig sind, vermittelt. Dazu zählt die Beschreibung der Zeit im Jahr durch den n-ten Tag des Jahres, die Einteilung unserer Erde in Längen- und Breitengrade sowie in Zeitzonen und der Unterschied zwischen Standardzeit und Sonnenzeit. Bei der ersten Durchführung kristallisierte sie heraus, dass die Schüler bei der Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit auf dem ersten Arbeitsblatt Schwierigkeiten haben könnten. Daher wird auf die beiden Korrekturen, die zu Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit nötig sind, ebenfalls kurz eingegangen.

Nachdem wichtige Grundlagen erläutert wurden, werden die Fragen, die im Laufe des Modellierungstages beantwortet werden sollen, aufgeführt (vgl. Abschnitt 3.3) und Hinweise zur Bearbeitung der Arbeitsblätter gegeben.

Im Anschluss an die Präsentation öffnet der Betreuer gemeinsam mit den Schülern das Jupyter-Notebook *AB1-SuS.ipynb* (vgl. Anhang B.1) und geht kurz die wesentliche Struktur der Arbeitsblätter und Codefelder mit ihnen durch. Die Schüler sollten sich nun alle im JupyterHub zurecht finden und in der Lage sein, die Arbeitsblätter zu bearbeiten.

#### 4.5.2. Begleitmaterial zum ersten Teil des Lernmoduls

Bevor die Schüler mit der Bearbeitung des ersten Teils des Workshops anfangen, wird ihnen das Antwortblatt 1 (vgl. Anhang D.1), das Dokumentationsblatt 1 (vgl. Anhang D.3) sowie eine Übersicht zu den im Lernmodul verwendeten Variablen (vgl. Anhang D.5) ausgeteilt. Auf dem Antwortblatt können die Schüler ihre Ergebnisse und Antworten zu den Aufgaben, die nicht in ein Codefeld eingegeben werden, festhalten. Das Dokumentationsblatt soll den Schülern während der Bearbeitung des Workshops helfen, den Überblick über die bereits hergeleiteten Funktionen zu behalten und ihre Eingaben in den Codefeldern zu dokumentieren. Neben diesen beiden Blättern steht den Schülern noch ein Übersichtsblatt, auf dem alle verwendeten Variablen und deren Bedeutung, eine Tabelle zur Umrechnung des Datums in den n-ten Tag des Jahres sowie die Koordinaten und die Zeitzonen der Standorte Moskau, Karlsruhe und Daggett zu finden sind, zur Verfügung.

#### 4.5.3. Arbeitsblatt 1 und Hilfekarten 1 und 2

Nachdem die Schüler in die Problemstellung eingeführt, ihnen der Umgang mit der Programmiersprache Julia erläutert und ihnen die Begleitmaterialien ausgehändigt wur-

den, beginnen sie mit der Bearbeitung des ersten Arbeitsblattes (vgl. Anhang B.1. Ziel dieses Blattes ist es, eine Formel zur Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit herzuleiten (vgl. Abschnitt 3.3.1).

Zu Beginn des Arbeitsblattes wird noch einmal kurz der Aufbau eines Fresnelkraftwerks wiederholt und das Ziel des ersten Teils des Workshops, die Modellierung des transversalen Einfallswinkels, definiert. Anschließend werden auch die Annahmen, die zur Vereinfachung der realen Situation getroffen wurden, wiederholt. Somit haben die Schüler die konkrete Problemstellung immer vor Augen.

Nun beginnen die Schüler mit der Bearbeitung der Aufgaben. Zunächst wir noch einmal die Definition der Sonnenzeit wiederholt und die beiden notwendigen Korrekturen zur Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit erläutert. In der ersten Aufgabe sollen die Schüler eine Formel zur Berechnung des Standardlängengrads einer Zeitzone aufstellen. Hierzu wird zunächst erklärt, was der Standardlängengrad einer Zeitzone ist und wie die Zeitzonen mit den Längengraden zusammenhängen. Außerdem ist in einer Abbildung die Einteilung der Erde in die Zeitzonen dargestellt. Für alle Schüler, denen die Einteilung der Erde in Längengrade nicht bekannt ist, wurde eine Wiederholung zum Gradnetz (vgl. Anhang C.18) erstellt. Außerdem steht den Schülern, die beim Aufstellen der Formel Schwierigkeiten haben, die Hilfekarte 1 (vgl. Anhang C.1) zur Verfügung. Diese Hilfekarte ist in zwei gestufte Tipps aufgeteilt, die sich die Schüler bei Bedarf nacheinander anschauen können. Durch die Hilfekarten soll gewährleistet werden, dass die Schüler trotz Schwierigkeiten weiterhin selbstständig arbeiten können.

In der nächsten Aufgabe soll mithilfe der zuvor hergeleiteten Formel für den Standardlängengrad eine Formel für den Zeitunterschied zwischen dem Längengrad eines Standorts und dem Standardlängengrad einer Zeitzone aufgestellt werden. Bei den weiteren Modellierungen und Berechnungen wird sich nun immer auf einen der Standorte Moskau, Karlsruhe oder Daggett beschränkt. Diese drei Standorte werden den Schülern vorgegeben um dem Problem, dass der Längengrad eines Standorts nicht in der gleichen Zeitzone wie der Standardlängengrad liegt, vorzubeugen. Die Koordinaten und Zeitzonen der Standorte werden den Schülern zum einen auf dem Arbeitsblatt angegeben und sind zum anderen auch auf dem Blatt zur Variablenübersicht zu finden. Für die Schüler, die beim Aufstellen der Formel auf Probleme stoßen, wurde die Hilfekarte 2 (vgl. C.2) entwickelt. Auch diese ist wieder in zwei gestufte Tipps aufgeteilt.

Im dritten Teil des Arbeitsblattes lernen die Schüler den Zeitunterschied kennen, der aufgrund der sogenannten Zeitgleichung entsteht. Da diese Gleichung sehr komplex ist, wird sie den Schülern als Blackbox angegeben. Damit die Schüler trotzdem ein Gefühl für den Zeitunterschied bekommen, können sie sich diesen an einem Tag n des Jahres ausgeben lassen. Zudem wird den Schülern der Graph der Zeitgleichung angezeigt. Diesen sollen sie im Anschluss hinsichtlich der Fragestellungen

• Wann ist der Zeitunterschied besonders groß bzw. besonders klein?

• Was bedeutet dies im Hinblick auf den Abstand zwischen Erde und Sonne und der Neigung der Erdachse?

interpretieren. Dadurch soll sichergestellt werden, dass sich die Schüler mit dem Graphen beschäftigen und sie die Zeitgleichung verstanden haben.

Im letzten Teil des Arbeitsblattes soll eine finale Formel zur Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit aufgestellt werden.

### 4.5.4. Arbeitsblatt 2 und Hilfekarten 3 und 4

Auf dem zweiten Arbeitsblatt (vgl. Anhang B.2) lernen die Schüler die Deklination  $\delta$  (vgl. Abschnitt 3.3.2) und den Stundenwinkel  $\omega$  (vgl. Abschnitt 3.3.3) kennen.

Im ersten Teil des Arbeitsblattes modellieren die Schüler die Neigung der Erde über die Deklination. Zu Beginn wird den Schülern erläutert, wie diese Neigung zustande kommt und wann die nördliche bzw. südliche Hemisphäre der Sonne zugeneigt oder abgeneigt ist. Dieser Sachverhalt wird durch eine Abbildung nochmals verdeutlicht. Weiter werden die Begriffe Sommer- und Wintersonnenwende sowie Frühlings- und Herbst-Tagundnachtgleiche erklärt. Die Sommer- und Wintersonnenwende ist zusätzlich noch in einer Abbildung dargestellt. Nachdem die Schüler nun die benötigten Vorkenntnisse haben, können sie den Deklinationswinkel  $\delta$  mithilfe einer Sinusfunktion der Form  $\delta(n) = a \cdot \sin(b \cdot (n+c)) + d$  beschreiben. Für alle Schüler, die nicht wissen wie die Sinusfunktion definiert ist und für was die Parameter a, b, c und d stehen, wurde eine kurze Wiederholung (vgl. Anhang C.19) erstellt. Hier werden kurz die Auswirkungen der einzelnen Parameter mithilfe von Beispielen erläutert. Das Codefeld zu dieser Aufgabe ist so aufgebaut, dass die Schüler die Werte der Parameter a, b, c und deinzeln eingeben. Nachdem die Schüler das Codefeld ausgeführt haben, erhalten sie für jeden Parameter getrennt eine Rückmeldung, ob dieser richtig oder falsch ist. Zusätzlich erscheint der Graph der Funktion  $\delta$  mit  $\delta(n) = a \cdot \sin(b \cdot (n+c)) + d$  und den von den Schülern gewählten Parameter. Im Koordinatensystem sind zusätzlich die Punkte (172|23,45) und (355|-23,45), die Koordinaten der Sommer- und Wintersonnenwende, eingezeichnet. Falls die Schüler alles richtig gemacht haben, verläuft der Graph der Funktion durch diese beiden Punkte (s. Abb. 42).

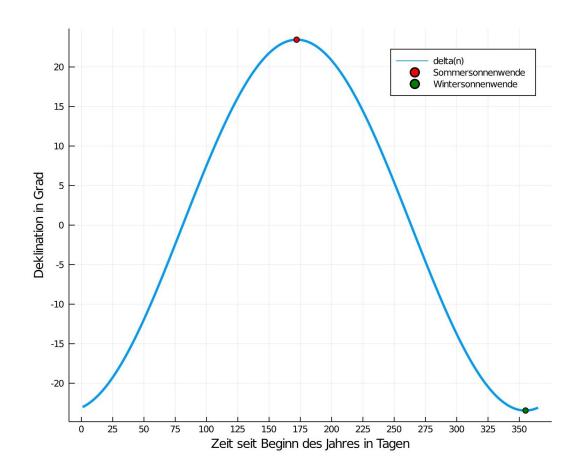


Abbildung 42: Deklination  $\delta$  als Funktion der Jahreszeit

Sind die Parameter noch nicht richtig gewählt, sollen diese beiden Punkte den Schülern bei der Bestimmung der Parameter als Orientierung dienen. Zusätzlich steht allen Schülern, die Schwierigkeiten beim Lösen dieser Aufgabe haben, die Hilfekarte 3 (vgl. Anhang C.3) zur Verfügung. Auf dieser erhalten sie zu den Parametern a, b und c kurze Tipps. Falls Schüler bei der Bestimmung eines Parameters besonders große Schwierigkeiten haben, gibt es zu jedem der Parameter noch einen weiterführenden Hinweis.

Im zweiten Teil des Arbeitsblattes sollen die Schüler eine Formel zur Berechnung des Stundenwinkels aufstellen. Zunächst wird den Schülern mithilfe eines Infotextes sowie einer Abbildung erklärt, welcher Zusammenhang durch den Stundenwinkel beschrieben wird und wie dieser Winkel definiert ist. Im Anschluss stellen sie eine Formel zur Berechnung des Stundenwinkels auf. Dabei können sie die Funktion zur Berechnung der Sonnenzeit, die sie auf Arbeitsblatt 1 hergeleitet haben, verwenden. Auch hier wurde für Schüler mit Schwierigkeiten wieder eine Hilfekarte (vgl. Anhang C.4) erstellt. Diese ist in zwei gestufte Hinweise unterteilt, die die Schüler beim Lösen der Aufgabe unterstützen sollen. Falls die Schüler die Formel richtig aufgestellt haben, erscheint eine Abbildung, in der der Stundenwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

### 4.5.5. Arbeitsblatt 3 und Hilfekarte 5

Nachdem die Schüler auf Arbeitsblatt 2 die Auswirkungen der Erdbewegungen auf den Sonnenstand modelliert haben, beschäftigen sie sich auf Arbeitsblatt 3 (vgl. Anhang B.3) mit der Beschreibung des Sonnenstands ausgehend von einer horizontalen Oberfläche an einem Standort auf der Erde (vgl. Abschnitt 3.3.4). Hierzu lernen sie den Zenitwinkel  $\theta$ , den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und den Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  kennen. Damit die Schüler einen ersten Überblick über die Winkel und deren Bedeutung erhalten, wurde eine Abbildung erstellt, in der diese eingezeichnet sind.

Im ersten Teil des Arbeitsblattes sollen die Schüler überlegen, von welchen Größen diese drei Winkel abhängig sind. Als neue Größe, die bei den bisherigen Modellierungen noch nicht von Bedeutung war und die den Stand der Sonne beeinflusst, wird hier der Breitengrad  $\phi$  eingeführt. Für alle Schüler, denen nicht klar ist, wie die Breitengrade definiert sind, ist hier erneut die Wiederholung zum Gradnetz der Erde (vgl. Anhang C.18) verlinkt.

Im Anschluss wird im zweiten Teil der Zenitwinkel  $\theta$  genauer betrachtet. Die Formel zur Berechnung des Zenitwinkels wird den Schülern angegeben, da die Herleitung den Zeitrahmen des CAMMP days sprengen würde und bei vielen Schülern für Schwierigkeiten sorgen könnte. Perspektivisch könnte jedoch für sehr motivierte Schüler weiterführendes Zusatzmaterial zur Herleitung dieses Winkels ausgearbeitet werden. Damit die Schüler einen Eindruck über den zeitlichen Verlauf des Zenitwinkels erhalten, können sie sich den Zenitwinkel am Tag n zur Zeit t ausgeben lassen. Zusätzlich erscheint eine Abbildung, in der der Zenitwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist. Diese sollen die Schüler anschließend hinsichtlich dreier Aspekte analysieren. Dadurch soll sichergestellt werden, dass die Schüler den zeitlichen Verlauf des Zenitwinkels auch wirklich verstanden haben.

Teil drei dieses Arbeitsblattes behandelt den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$ . Hier sollen die Schüler eine Formel zur Berechnung des Sonnenhöhenwinkels mithilfe des Zenitwinkels aufstellen. Für Schüler mit Schwierigkeiten wurde die Hilfekarte 5 (vgl. Anhang C.5) erstellt, die in zwei Tipps aufgeteilt ist. Damit die Schüler den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  mit dem Zenitwinkel  $\theta$  besser vergleichen können, wird ihnen hier ebenfalls der zeitliche Verlauf des Sonnenhöhenwinkels am Tag n angezeigt.

Im letzten Teil dieses Arbeitsblattes lernen die Schüler den Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  kennen. Auch hier wird den Schülern die Formel zur Berechnung des Winkels angegeben. Da in dieser Formel die Vorzeichenfunktion auftaucht und davon auszugehen ist, dass die meisten Schüler diese nicht kennen, wurde eine kurze Einführung zu dieser Funktion (vgl. Anhang C.20) erstellt. In dieser wird kurz die Definition der Funktion  $\operatorname{sgn}(x)$  vorgestellt und mithilfe von Julia können ein paar Beispiele berechnet werden. Die Schüler können sich auch in diesem Teil wieder den Sonnenazimutwinkel am Tag n zur Zeit t ausgeben lassen. Außerdem erscheint wieder eine Abbildung, in der der

Sonnenazimutwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist, sodass die Schüler nun auch den zeitlichen Verlauf des Sonnenazimutwinkels am Tagn kennen.

### 4.5.6. Arbeitsblatt 4 und Hilfekarten 6 und 7

Ziel des vierten Arbeitsblattes (vgl. Anhang B.4) ist die Modellierung des transversalen Einfallswinkels (vgl. Abschnitt 3.3.6). Zu Beginn dieses Arbeitsblattes wird zunächst in einem kurzen Infotext und einer Abbildung erläutert, welcher Winkel durch den transversalen Einfallwinkel beschrieben wird. Bei der Modellierung des transversalen Einfallswinkels müssen vier Fälle unterschieden werden. Damit die Schüler nicht vier mal das Gleiche machen, betrachten die Schüler nur einen konkreten Fall und bekommen im Anschluss eine Funktion gegeben, die alle vier Fälle berücksichtigt.

Im ersten Teil des Arbeitsblattes sollen die Schüler die x- und y-Komponente des Sonnenstands für den Fall  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$  (Nachmittagsstunden) berechnen. Hierzu sollen sie die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck nutzen. Diese werden auf dem Arbeitsblatt an einem rechtwinkligen Dreieck anschaulich definiert. Für alle Schüler, die Probleme beim Lösen der Aufgabe haben, wurde die Hilfekarte 6 (vgl. Anhang C.6) erstellt. Diese ist in 2 Tipps zur Berechnung der x-Komponente und 2 Tipps zur Berechnung der y-Komponente aufgeteilt.

Im zweiten Teil sollen die Schüler den transversalen Einfallswinkel für  $\gamma_s \in [0^{\circ}, 90^{\circ}]$  bestimmen. Auch hier steht den Schülern eine Hilfekarte zur Verfügung (vgl. Anhang C.7). Nachdem die Schüler für den konkreten Fall der Nachmittagsstunden den transversalen Einfallswinkel hergeleitet haben, können sie sich diesen Winkel an einem beliebigen Tag n zu einer beliebigen Tageszeit t ausgeben lassen. Zusätzlich wird eine Abbildung erstellt, in der der transversale Einfallswinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist. Um sicherzugehen, dass sich die Schüler mit dieser Abbildung auseinandersetzen, erhalten sie einen kurzen Interpretationsauftrag.

### 4.5.7. Arbeitsblatt 5 und Hilfekarte 8

Auf dem fünften Arbeitsblatt (vgl. Anhang B.5) beschäftigen sich die Schüler mit der Ausrichtung eines Spiegels, der sich direkt unter dem Absorberrohr befindet (vgl. Abschnitt 3.3.7). Dieses Arbeitsblatt wurde aus dem bereits bestehenden Lernmodul zu Solarkraftwerken übernommen und nur leicht verändert, um eine einfachere Verknüpfung der beiden Module zu ermöglichen.

Zunächst wird die Ausgangssituation erläutert und durch eine passende Abbildung veranschaulicht. Anschließend sollen die Schüler in der ersten Aufgabe den Neigungswinkel  $\gamma$  zu einer bestimmten Tageszeit t an einem Tagn durch Ausprobieren so wählen, dass der reflektierte Strahl das Rohr trifft (s. Abb. 43).

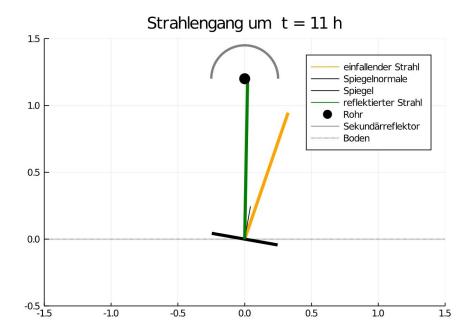


Abbildung 43: ein- und ausfallender Strahl auf den Spiegel

Im zweiten Teil soll das Reflexionsgesetz aus der Physik wiederholt werden. Dazu sollen die Schüler den Spiegel in einer gegebenen Abbildung so einzeichnen, dass eine physikalisch korrekte Reflexion vorliegt.

Im letzten Teil des Arbeitsblattes soll nun mithilfe des bereits gesammelten Vorwissens eine Formel zur Berechnung des Neigungswinkels aufgestellt werden. Für alle Schüler, die bei der Bearbeitung auf Probleme stoßen, wurde Hilfekarte 8 (vgl. Anhang C.8) erstellt.

Die Schüler haben nun den ersten Teil des Lernmoduls bearbeitet. Zur Sicherung der Ergebnisse folgt der Zwischenvortrag. Schnelle Schüler können das Zusatzarbeitsblatt 1 bearbeiten, um etwaige Wartezeiten zwischen den Arbeitsblättern und dem Zwischenvortrag zu minimieren.

### 4.5.8. Zusatzblatt 1 und Hilfekarten 9 bis 13

Auf dem Zusatzblatt 1 (vgl. Anhang B.8) beschäftigen sich die Schüler mit dem Sonnenaufgang, Sonnenuntergang und der Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag (vgl. Abschnitt 3.3.5).

Zunächst sollen die Schüler den Zenitwinkel des Sonnenauf- und Sonnenuntergangs bestimmen. Zu Unterstützung wurde die Hilfekarte 9 (vgl. Anhang C.9) konzipiert. Anschließend stellen die Schüler eine Formel für den Stundenwinkel des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs auf. Auch hier wurde eine Hilfekarte (vgl. Anhang C.10)

für Schüler mit Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe erstellt. Nachdem die Schüler den Stundenwinkel des Sonnenauf- und Sonnenuntergangs kennen, bestimmen sie den Zeitpunkt des Sonnenauf- und Sonnenuntergangs zunächst in Sonnenzeit und anschließend in Standardzeit. Für alle Schüler, die beim Bearbeiten dieser beiden Aufgaben auf Probleme stoßen, wurden die Hilfekarten 11 (vgl. Anhnag C.11) und 12 (vgl. Anhang C.12) entwickelt.

Im zweiten Teil des Arbeitsblattes leiten die Schüler eine Formel zur Berechnung der Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag her. Dabei können sie den Stundenwinkel des Sonnenuntergangs, den sie zuvor bestimmt haben, verwenden. Als Hilfestellung steht den Schülern die Hilfekarte 13 (vgl. Anhang C.13) zur Verfügung.

### 4.5.9. Zwischenvortrag

Im Zwischenvortrag sollen kurz die Ergebnisse des ersten Teils des Lernmoduls im Plenum gesichert werden. Da die Schüler nach der Eingabe einer Lösung im Codefeld immer direkt eine Rückmeldung erhalten, ob ihre Lösung richtig oder falsch ist, werden nicht alle Aufgaben besprochen. Der Fokus bei der Diskussion der Ergebnisse soll auf der Interpretation der erhaltenen mathematischen Resultate bezogen auf die Realsituation liegen. Dazu wurden den Schülern auf den Arbeitsblättern immer wieder Interpretationsaufträge gestellt, über die nun gemeinsam im Plenum diskutiert werden soll. Die Sicherung der Ergebnisse wird durch einen Betreuer moderiert und orientiert sich an der Zwischenpräsentation (vgl. Anhang A.3). Diese ist so aufgebaut, dass die Aufgabenstellungen kurz wiederholt werden und die Schüler anhand der Abbildungen und Graphen ihre Ergebnisse erklären sollen. Außerdem wird der Modellierungskreislauf aufgegriffen, um gemeinsam mit den Schülern die absolvierten Modellierungsschritte zu reflektieren. Am Ende der Präsentation werden die zentralen Fragen, die im zweiten Teil des Workshops beantwortet werden sollen, vorgestellt und kurz erläutert, wie es noch der Mittagspause weitergeht.

### 4.5.10. Begleitmaterial zum zweiten Teil des Lernmoduls

Nach der Mittagspause geht es mit dem zweiten Teil des Lernmoduls weiter. Dazu werden den Schülern das Antwortblatt 2 (vgl. Anhang D.2) und das Dokumentationsblatt 2 (vgl. Anhang D.4) ausgeteilt. Auf diesen beiden Blättern können die Schüler wieder ihre Ergebnisse und Überlegungen festhalten.

### 4.5.11. Arbeitsblatt 6 und Hilfekarten 14 und 15

Auf dem sechsten Arbeitsblatt (vgl. Anhang B.6) modellieren die Schüler die Leistung, die auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks an einem bestimmten Tag n zu einer bestimmten Tageszeit t ankommt. Im ersten Teil bestimmen die Schüler aus der kontinuierlich von der Sonne abgestrahlten Leistung  $P_{\text{sun}}$  und dem Abstand d zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde die Solarkonstante G (vgl. Abschnitt 3.3.8). Für alle Schüler mit Schwierigkeiten wurde die Hilfekarte 14 (vgl.

Anhang C.14) erstellt. Diese ist in 3 gestufte Tipps unterteilt, die sich die Schüler bei Bedarf nacheinander anschauen können.

Anschließend wird im zweiten Teil die Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres modelliert (vgl. Abschnitt 3.3.9). Die Funktion, die die Bestrahlungsstärke in Abhängigkeit vom Tag n angibt, wird den Schülern angegeben. Die Herleitung dieser Funktion ähnelt der zur Deklination und liefert daher keinen großen Mehrwert für die Schüler. Um sicherzustellen, dass die Schüler die Veränderung der Bestrahlungsstärke und die Ursache dafür verstanden haben, erhalten sie einen kurzen Interpretationsauftrag.

Im dritten Teil wird die Leistung auf dem Spiegelfeld des Kraftwerks modelliert (vgl. Abschnitt 3.3.10). Hierzu recherchieren die Schüler zunächst die Größe des Spiegelfelds eines Fresnelkraftwerks. Anschließend stellen sie eine Formel für den Flächeninhalt der Hilfsfläche auf. Falls die Schüler hierbei Schwierigkeiten haben, können sie die Hilfekarte 15 (vgl. Anhang C.15), die in zwei Tipps unterteilt ist, nutzen. Nachdem die Schüler den Flächeninhalt der Hilfsfläche bestimmt haben, berechnen sie die Leistung auf dem Spiegelfeld am Tag n zur Tageszeit t. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der den Schülern der zeitlichen Verlauf der Leistung angezeigt wird.

### 4.5.12. Arbeitsblatt 7

Auf dem siebten Arbeitsblatt (vgl. Anhang B.7) beschäftigen sich die Schüler mit der Suche nach dem optimalen Standort für ein Fresnelkraftwerk (vgl. Abschnitt 3.3.10). Dazu betrachten sie die Leistung und Energie, die ein Kraftwerk an einem beliebigen Ort der Erde liefern würde. Den Schülern werden die Funktionen, mit denen die täglich bzw. jährlich einfallende Energie berechnet werden kann, angegeben. Falls die Schüler diese selbst herleiten möchten, steht ihnen das Zusatzblatt 2 (vgl. Anhang B.9) zur Verfügung. Bei der Suche nach dem optimalen Breitengrad  $\phi$  wird sich auf den Nullmeridian l=0 und die Zeitzone tz=0 beschränkt.

Im ersten Teil bestimmen die Schüler für den 21. Juni, den 20. September und 21. Dezember zu den Uhrzeiten 9:30 Uhr, 12:00 Uhr und 15:00 Uhr den Breitengrad  $\phi$ , für den die Leistung auf dem Spiegelfeld des Kraftwerks maximal ist. Dies erfolgt zunächst grafisch und anschließend mithilfe eines Optimierungstools von Julia. Die Resultate können die Schüler in einer Tabelle auf dem Antwortblatt 2 festhalten. Um die mathematischen Ergebnisse in Zusammenhang mit der Realsituation zu bringen, erhalten die Schüler einen kurzen Interpretationsauftrag zu den Graphen.

Im zweiten und dritten Teil des Blattes wiederholen die Schüler das Vorgehen des ersten Teils. Dabei betrachten sie jedoch anstatt der Leistung die täglich bzw. jährlich einfallende Energie.

Im letzten Teil des Arbeitsblattes sollen die Schüler mit ihrem Sitznachbarn über zwei

Fragen diskutieren. Dabei sollen sich die Schüler Gedanken über mögliche Faktoren machen, die die Standortwahl beeinflussen könnten. Die Ergebnisse werden in der Abschlusspräsentation besprochen und im Plenum diskutiert.

Schnellere Schüler können sich zusätzlich noch mit dem Zusatzblatt 2 auseinandersetzen.

### 4.5.13. Zusatzblatt 2 und Hilfekarten 16 und 17

Auf dem zweiten Zusatzblatt modellieren die Schüler die Energie, die über einen Tag bzw. ein Jahr auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks einfällt. Dieses Arbeitsblatt orientiert sich an dem bereits bestehenden Lernmodul, wurde jedoch an das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Material angepasst und erweitert.

Die täglich einfallende Energie lässt sich durch das Integral der Leistung über einen Tag bestimmen. Bei der Berechnung des Integrals ergeben sich jedoch zwei Probleme:

- 1. Die meisten Schüler werden noch nicht oder noch nicht ausreichend mit dem Integralbegriff vertraut sein;
- 2. Die analytische Form der Leistung ist zu komplex, um sie von den Schülern integrieren zu lassen.

Aufgrund dieser Probleme wird die Energie, die über einen Tag einfällt, mithilfe der numerischen Integration bestimmt. Dies sollen die Schüler im ersten Teil unter der Verwendung einer for-Schleife implementieren. Für alle Schüler, die noch nicht mit for-Schleifen gearbeitet haben, gibt es eine kurze Einführung (vgl. Anhang C.21). Außerdem können sich die Schüler, falls sie Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe haben, Hilfekarte 16 (vgl. Anhang C.16) anschauen. Diese ist in drei Tipps aufgeteilt.

Im zweiten Teil stellen die Schüler eine Formel zur Berechnung der jährlich einfallenden Energie auf. Hier verwenden die Schüler wieder eine for-Schleife, um die Summe über die pro Tag einfallende Energie zu berechnen. Falls die Schüler bei der Lösung Hilfe benötigen, können sie sich die Hilfekarte 17 (vgl. Anhang C.17) anschauen.

### 4.5.14. Abschlussvortrag

In der Abschlusspräsentation (vgl. Anhang A.5) werden die Ergebnisse des zweiten Teils des Lernmoduls besprochen. Die Präsentation ist wie die Zwischenpräsentation aufgebaut, sodass die Schüler ihre Resultate wieder anhand der Abbildungen und Graphen erläutern sollen. Im Anschluss werden Faktoren, die bei der Suche nach dem optimalen Standort zusätzlich noch berücksichtigt werden müssten, im Plenum diskutiert. Dabei wird besonders auf die atmosphärischen Effekte eingegangen. In diesem Zusammenhang sollen die Schüler auch den Unterschied zwischen direkter und diffuser

Strahlung kennenlernen. Zum Abschluss werden die einzelnen Schritte und die Ergebnisse des Workshops nochmal zusammengefasst. So haben die Schüler am Ende des Modellierungstages vor Augen, was sie erreicht haben.

### 4.5.15. Materialien für die Dozenten

Neben den bereits vorgestellten Materialien erhalten die Dozenten noch weitere Unterlagen, die sie bei der Durchführung des Lernmoduls unterstützen sollen.

Zum einen steht den Betreuern das Basic Paper (vgl. Anhang E.1), in dem alle mathematischen und physikalischen Hintergründe aufgeführt werden, zur Verfügung, um sich in das Thema einzuarbeiten. Dieses ist zum Teil an das Basic Paper des bereits bestehenden Lernmoduls angelehnt. Zum anderen erhalten die Dozenten das methodische Konzept (vgl. Anhang E.2) des CAMMP days. Hier werden zunächst alle für die Durchführung des CAMMP days benötigten Materialien aufgeführt und anschließend der Ablauf des Modellierungstages stichpunktartig dargestellt. Darüber hinaus erhalten die Dozenten zu jedem Vortrag Hinweise (vgl. Anhang A.2, A.4 und A.6). In diesen wird kurz beschrieben, was die einzelnen Folien aussagen sollen und welche Informationen der Dozent zu welcher Folie der Präsentation an die Schüler weitergeben soll. Außerdem erhalten die Dozenten eine kompakte Musterlösung zu allen Aufgaben (vgl. Anhang E.3), die als schnelle Nachschlagemöglichkeit während des CAMMP days genutzt werden kann.

# 5. Durchführung und Evaluation

Das im Rahmen dieser Bachelorarbeit entwickelte Lernmodul wurde mit einer Schülergruppe bei der MINT-EC CAMMP week durchgeführt. Zuvor wurden die Materialien mit zwei Schülerinnen getestet, um notwendig erscheinende Verbesserungen vor der Durchführung mit einer größeren Schülergruppe noch vornehmen zu können. Im Folgenden werden die Beobachtungen bei den Durchführungen und die Ergebnisse der Evaluationen sowie die vorgenommenen Verbesserungen vorgestellt.

## 5.1. Rahmenbedingungen

Das entwickelte Lernmodul wurde erstmals am 7. und 8. Juli 2020 mit einer Schülerin, die ein Praktikum am KIT machte, durchgeführt. Die Praktikantin besuchte die zehnte Klasse der Europäischen Schule Karlsruhe und arbeitete an beiden Tagen von 9:00 Uhr bis 12:00 Uhr an dem Workshop.

Die zweite Durchführung erfolgte im Rahmen eines Online CAMMP days am 31. Juli 2020. Die Schülerin, die daran teilnahm, hatte die Schule bereits abgeschlossen. Der Tag begann um 9:00 Uhr und endete um 15:30 Uhr.

Am Mittwoch den 05. August wurde das Lernmodul im Rahmen der MINT-EC<sup>14</sup> CAMMP week durchgeführt. Diese fand aufgrund der Corona-Pandemie online statt. Durch den Einsatz der digitalen Tools Mattermost<sup>15</sup> und Jitsi<sup>16</sup> war dennoch eine Arbeit in kleinen Teams möglich. Auch Plenumsdiskussionen konnten in Form von Videokonferenzen realisiert werden. Insgesamt nahmen 26 Schüler, davon waren 11 weiblich, 15 männlich und eine Person divers, an dem Workshop teil. Die meisten Schüler besuchten die zehnte, elfte oder zwölfte Klasse. Zwei Schüler besuchten auch schon die dreizehnte Klassenstufe. Der Modellierungstag begann um 8:30 Uhr und ging bis 16:30 Uhr. Von 11:30 Uhr bis 12:30 Uhr wurde ein Studienorientierungsvortrag von einer Mitarbeiterin des Karlsruher Instituts für Technologie gehalten und von 12:30 Uhr bis 14:00 Uhr war eine Mittagspause eingeplant.

# 5.2. Leitende Gesichtspunkte der Beobachtungen und Evaluation

Um das entwickelte Lernmodul bewerten und weiter verbessern zu können, wurde die Durchführung des Lernmoduls im Rahmen der CAMMP days sowohl aus Dozentensicht beobachtet und beurteilt als auch aus Schülersicht evaluiert. Die Evaluation durch die Schüler erfolgte in Form eines Evaluationsbogens<sup>17</sup> (vgl. Anhang F.1), den die Schüler

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>MINT-EC ist das nationale Excellence-Netzwerk von Schulen mit Sekundarstufe II und hervorragenden mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Schulprofil (für mehr Informationen siehe https://www.mint-ec.de, letzter Aufruf 11.09.2020)

 $<sup>^{15}</sup>$ https://mattermost.com/, Stand 03.10.2020

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>https://meet.jit.si/, Stand 03.10.2020

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Der Evaluationsbogen wurde bereits im Vorfeld durch das CAMMP Team erstellt und musste daher nicht von mir selbst entwickelt werden.

am Ende des Modellierungstages ausfüllten. Die Fragen des Evaluationsbogens und meine Beobachtungen orientierten sich an den folgenden Gesichtspunkten:

### • Modellieren:

In welchem Maße wurde das Verständnis der mathematischen Modellierung durch den Workshop gesteigert? Inwieweit konnten die Schüler die durch das mathematische Modell erhaltenen Resultate auf die Realsituation beziehen?

### • Umgang mit Julia:

Inwieweit hatten die Schüler bei der Bearbeitung der Arbeitsblätter Schwierigkeiten im Umgang mit Julia? Ist die kurze Einführung in Julia ausreichend?

### • Interesse:

Inwieweit wurde durch das Lernmodul das Interesse der Schüler an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert? In welchem Maße wurde das Interessen der Schüler an einem Studium oder einer Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder Technik geweckt?

### • Verständnis:

Inwieweit haben die Schüler am Ende des Modellierungstages die Modellierung des Stands der Sonne und der Stärke der Sonnenstrahlung verstanden? Wie äußerte sich dies?

### • Lern- und Arbeitszeit:

War die Lern- und Arbeitszeit angemessen? Hatten die Schüler zwischen den Arbeitsblättern und den Vorträgen zu viel Leerlauf?

### • Lob, Kritik und Verbesserungen:

Was hat den Schülern gefallen und was könnte verbessert werden? Welche Verbesserungen waren nach den ersten beiden Durchführungen notwendig? Haben die Verbesserungen bei der dritten Durchführung das Gewünschte erzielt?

# 5.3. Beobachtungen und Evaluation der ersten Durchführungen

In diesem Abschnitt werden die Beobachtungen und Ergebnisse der Evaluation der ersten beiden Durchführungen des Lernmoduls vorgestellt.

Bei der ersten Durchführung mit der Praktikantin aus der zehnten Klasse wurde der Workshop auf zwei Tage, jeweils von 9:00 Uhr bis 12:00 Uhr, aufgeteilt. Somit wurde der geplante zeitliche Rahmen eingehalten. Die zweite Durchführung im Rahmen des Online CAMMP days startete um 9:00 Uhr und endete um 15:30 Uhr. Insgesamt dauerte der CAMMP day also 6 Stunden und 30 Minuten inklusive einer Stunde Mittagspause. In dieser Zeit bearbeitete die Teilnehmerin die Arbeitsblätter eins bis sechs. Da sie jedoch um 15:30 Uhr einen anderen Termin hatte, konnte sie das Lernmodul

nicht komplett bearbeiten. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Schülerin das letzte Arbeitsblatt auch noch innerhalb des geplanten Zeitrahmens bearbeitet hätte.

Im Großen und Ganzen verliefen die beiden Durchführungen des Lernmoduls reibungslos. Auch die Arbeitsblätter und der hinterlegte Code funktionierten weitestgehend einwandfrei. Die beiden Schülerinnen kamen mit den meisten Aufgaben gut zurecht. Auffällig waren jedoch Verständnisschwierigkeiten bei den Korrekturen zur Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit und beim Aufstellen der Sinus-Funktion zur Berechnung der Deklination. Auch kam es ab und zu zu kleineren Problemen bei der Eingabe der Lösungen in die Codefelder. Hierzu zählten beispielsweise die Verwendung eines Kommas statt eines Punktes bei der Eingabe einer Dezimalzahl oder die falsche Eingabe von Sinus und Kosinus.

Im Folgenden soll kurz auf die leitenden Gesichtspunkte und die Ergebnisse der Evaluationen, die in Anhang F.2 und F.3 zu finden sind, eingegangen werden.

### Modellieren:

Eines der Ziele des entwickelten Lernmoduls sowie von CAMMP ist die Förderung der Modellierungskompetenz. In der Evaluation stimmten beide Schülerinnen zu, dass sie durch den Workshop das mathematische Modellieren besser verstanden haben. Außerdem gaben beide an, dass sie den Vortrag über mathematische Modellierung hilfreich fanden. Zudem zeigte sich in den Diskussionsrunden, dass die beiden Schülerinnen in der Lage waren, die mathematischen Resultate im Hinblick auf die reale Situation zu interpretieren. Daher kann angenommen werden, dass beide Teilnehmerinnen durch das Lernmodul ein tiefergehendes Verständnis des mathematischen Modellierens erlangt haben.

### Umgang mit Julia:

Um zu Überprüfen, ob die Schülerinnen die kurze Einführung als hilfreich empfanden und ob ihnen der Umgang mit Julia schwer fiel, wurden den Schülerinnen in der Evaluation zwei Aussagen gegeben, die sie bewerten sollten. Die Einführung in Julia empfanden beide nicht sehr hilfreich. Das könnte daran liegen, dass die Einführung bei beiden Durchführungen sehr kurz ausgefallen ist. In Zukunft sollte hierfür also mehr Zeit aufgebracht werden. Auf die Frage, ob ihnen der Umgang mit Julia schwer fiel, antworteten beide jedoch trotzdem mit "trifft eher nicht zu" und "trifft gar nicht zu." Dies spricht dafür, dass der Code aufgrund seiner Einfachheit für die Schülerinnen trotz der geringen Einführung in Julia dennoch gut zu verstehen war.

### Aufgaben und Hilfekarten:

Um den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben zu evaluieren, wurden den Schülerinnen mehrere Aussagen vorgelegt. Beide empfanden die Aufgaben nicht zu einfach und nur zum Teil zu schwer. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben erscheint also angemessen. Der Aussage "Die Hilfekarten waren hilfreich" stimmten beide voll und ganz zu.

### Interesse:

Auf die Frage, ob der Kurs ihr Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert habe und ob sie sich ein Studium oder eine Ausbildung in diesem Bereich vorstellen könnten, antworteten beide Schülerinnen sehr positiv. Die Aussagen, dass sie durch den Kurs interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt haben und dass sie in dem Kurs viel Neues gelernt haben, was ihnen für die Schule, für ein Studium und / oder einen Beruf weiterhelfen kann, bewerteten die Schülerinnen sehr unterschiedlich. Während die eine Schülerin die beiden Aussagen mit "trifft voll zu" und "trifft zum Teil zu" bewertete, beurteilte die andere die Aussagen mit "trifft gar nicht zu" und "trifft eher nicht zu." Ein möglicher Grund hierfür könnte der Altersunterschied und damit auch ein unterschiedlicher Wissensstand der beiden Schülerinnen sein. Beide zeigten dennoch ein großes Interesse an dem Thema des Lernmoduls. Dies machte sich zum einen durch Rückfragen und zum anderen durch die Rückmeldungen und Kommentare im Evaluationsbogen bemerkbar. So gab eine Schülerin beispielsweise an, dass sie die unterschiedlichen Überlegungen, die bei der Suche eines optimalen Standorts für ein Fresnelkraftwerk von Bedeutung sind, sehr interessant fand.

### Verständnis:

Bei der Besprechung der Aufgaben zeigte sich, dass die beiden Schülerinnen am Ende des Modellierungstages die grundlegenden Inhalte des Lernmoduls verstanden haben. Der Aussage, dass die Inhalte klar vermittelt wurden, stimmten beide voll und ganz zu. Dies ist sehr erfreulich und das Ziel, den Schülerinnen die zentralen Schritte der Modellierung des Stands der Sonne und der Stärke der Sonnenstrahlung zu vermitteln, scheint erreicht worden zu sein.

### Lern- und Arbeitszeiten:

Da das Lernmodul in beiden Durchführungen mit je nur einer Schülerin durchgeführt wurde, wurde der Ablauf dem Arbeitstempo der Schülerinnen angepasst. Die Frage, ob die Schülerinnen zwischen den Arbeitsblättern und den Vorträgen zu viel Leerlauf hatten, kann also nicht beantwortet werden. Der Aussage, dass die Lern- und Arbeitszeiten angemessen waren, stimmten beide zu. Außerdem empfanden beide die Lern- und Arbeitsatmosphäre als angenehm.

### Lob, Kritik, Verbesserungen:

Einer der beiden Schülerinnen hat die Aufgabensituation besonders gut gefallen und die andere lobte die Möglichkeit, dass man mehrmals eine Lösung in das Codefeld eingeben kann, um die korrekte Antwort zu finden. Außerdem gab eine Schülerin an, dass die Abbildungen sehr hilfreich und dadurch die Inhalte des Lernmoduls leichter zu verstehen waren. Die Fragen, ob ihnen etwas absolut nicht gefallen hat oder ob sie gerne noch etwas anderes gesehen oder erfahren hätten, beantworteten beide mit nein. Zudem gab keine der Schülerinnen Verbesserungsvorschläge an.

Am Abschluss der Evaluation konnten die Schülerinnen sowohl den CAMMP day als auch die Betreuer mit einer Schulnote bewerten. Beides wurde jeweils einmal mit gut

und einmal mit sehr gut benotet. Der Aussage, dass sie so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und ihn auch an andere weiterempfehlen würden, stimmten beide nur zum Teil zu.

## 5.4. Aus der Evaluation resultierende Verbesserungen des entwickelten Lernmoduls

Basierend auf den Erfahrungen der ersten beiden Durchführungen und den Ergebnissen der Evaluationen wurden einige Änderungen und Verbesserungen vorgenommen.

Zunächst wurden an allen Stellen im Code, an denen es zu Probleme mit der Eingabe kam, Hinweise zur korrekten Eingabe ergänzt. Dazu zählen zum Beispiel die Hinweise, dass Sinus, Kosinus und Tangens mit sind, cosd oder tand eingegeben werden oder dass die Kreiszahl  $\pi$  durch pi ausgedrückt wird. Außerdem wurden Hinweise zur Eingabe von Dezimalzahlen und den Arkusfunktionen ergänzt. Dadurch sollen fehlerhafte Eingaben vermieden werden. Diese Hinweise könnten auch in einer vorangestellten ausführlicheren Einführung in Julia gegeben werden. Bei den bereits durchgeführten Modellierungstagen von CAMMP hat sich allerdings gezeigt, dass die Schüler solche Hinweise schnell wieder vergessen und es daher sinnvoller ist, diese direkt vor den Codefeldern auf den Arbeitsblättern aufzuführen.

Um den einführenden Text auf dem ersten Arbeitsblatt zur verringern wurde die Umrechnung eines Datums in den n-ten Tag des Jahres in den Vortrag zur Problemstellung mit aufgenommen. Außerdem wird die Einteilung der Erde in Längen- und Breitengrade sowie in die Zeitzonen kurz im Einstiegsvortrag vorgestellt.

Um den Verständnisschwierigkeiten bei der Umrechnung von Standardzeit in Sonnenzeit entgegenzuwirken, werden die beiden notwendigen Korrekturen bereits im Problemstellungsvortrag kurz erläutert. Außerdem wurden zwei Abbildungen ergänzt, die die beiden Korrekturen und deren Ursache veranschaulichen sollen.

Darüber hinaus wurde die Aufgabe zur Deklination nochmal überarbeitet. Zum einen wurde der Infotext ausführlicher gestaltet und zum anderen wurden die Abbildungen angepasst. Außerdem wurde das Codefeld so verändert, dass jeder Parameter getrennt überprüft wird und dass den Schülern nach jeder Eingabe der Graph ihrer Funktion sowie die Punkte der Sommer- und Wintersonnenwende angezeigt werden. Dies bietet den Vorteil, dass den Schülern neben einer kurzen schriftlichen Rückmeldung das Problem auch visualisiert angezeigt wird, wodurch die Bestimmung der richtigen Parameter erleichtert werden soll. Zusätzlich wurde die Hilfekarte um weitere Tipps zu den einzelnen Parametern ergänzt.

Ebenfalls wurde die Erklärung zur Bestrahlungsstärke verbessert, da hier den Schülern die Ursache für die Veränderungen im Laufe des Jahres nicht direkt klar war.

Generell wurden viele Abbildungen überarbeitet, um sie an die bereits bestehenden Lernmaterialien zum Solarkraftwerk anzupassen. Zudem wurden mehrere Interpretationsaufträge zu den Graphen ergänzt, um die mathematischen Ergebnisse in einen Zusammenhang mit der Realsituation zu bringen. Aufgrund der Einführung der Interpretationsaufträge mussten auch die Zwischenpräsentation und Abschlusspräsentation um Folien zur Besprechung der Ergebnisse dieser Arbeitsaufträge ergänzt werden. Zudem wurde die Abschlusspräsentation um einen Einblick in die Auswirkungen der Erdatmosphäre erweitert. Hierbei lernen die Schüler den Unterschied zwischen direkter und diffuser Strahlung kennen, sodass ein nahezu problemloser Übergang zu den bereits bestehenden Materialien ermöglicht wird.

## 5.5. Beobachtungen und Evaluation der zweiten Durchführung

In diesem Abschnitt werden die Beobachtungen sowie die Ergebnisse der Evaluation der dritten Durchführung des Lernmoduls im Rahmen der MINT-EC CAMMP week vorgestellt.

Der Modellierungstag startete um 8:30 Uhr und endete um 16:30 Uhr. Abzüglich der Zeit des Studienorientierungsvortrags und der Mittagspause dauerte der CAMMP day fünfeinhalb Stunden, sodass auch hier der geplante zeitliche Rahmen eingehalten wurde. Die Schüler bearbeiteten den Workshop in Zweier- bis Dreierteams in kleinen Videokonferenzen. Die Betreuer konnten während des Modellierungstages flexibel zwischen den Videokonferenzen hin und her wechseln, um die einzelnen Schülergruppen bei Fragen unterstützen zu können. Der Modellierungstag verlief im Großen und Ganzen problemlos. Die meisten Schüler kamen mit den Aufgaben gut bis sehr gut zurecht, was sich dadurch zeigte, dass die Schüler konzentriert und zügig an den Aufgaben arbeiteten und zudem nur wenige Rückfragen an die Betreuer stellten. Auch zeigte sich in der Evaluation, dass den Schülern der Umgang mit Julia leichter fiel als bei den ersten beiden Durchführungen. Das kann zum einen an den ergänzten Hinweisen und zum anderen an der Tatsache, dass die Schüler schon an den ersten beiden Tagen der CAMMP week mit Julia gearbeitet haben, liegen. Die Verständnisschwierigkeiten bei der Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit blieben diesmal aus. Auch die Aufgabe zur Deklination fiel den Schülern diesmal leichter und es gab nur bei vereinzelten Schülergruppen kleinere Rückfragen. Dies spricht dafür, dass die vorgenommenen Anderungen sinnvoll waren.

Im Folgenden wird wieder auf die leitenden Gesichtspunkte und die Ergebnisse der Evaluation, die in Anhang F.4 zu finden sind, eingegangen.

### Modellieren:

Eines der Hauptziele des Lernmoduls ist die Förderung der Modellierungskompetenz. Die Aussage, dass sie durch den Workshop die mathematische Modellierung besser begriffen haben, bewerteten elf Schüler mit "trifft voll zu" und 13 Schüler mit "trifft zum

Teil zu." Lediglich zwei Schüler stimmten dieser Aussage eher nicht zu. Ein Schüler kommentierte am Ende der Evaluation, dass er gelernt habe, wie man ein Problem mathematisch modellieren kann und was dabei zu beachten ist. Ein anderer Schüler gab an, dass er die Vertiefung der mathematischen Modellierung und den Umgang mit digitalen Werkzeugen für sich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt habe. Wiederum ein anderer notierte, dass er gelernt habe, dass die Mathematik auf unterschiedliche Situationen im Leben bezogen werden kann. Zudem zeigte sich in den regen Plenumsdiskussionen, dass die Schüler in der Lage waren, die verschiedenen mathematischen Teilergebnisse mit Rückbezug auf physikalische Gegebenheiten auf die Realsituation zu beziehen und zu erklären. Zusammenfassend lässt sich vermuten, dass die Mehrheit der Teilnehmer durch das Lernmodul ein tiefergehendes Verständnis der mathematischen Modellierung aufbauen konnte.

### Umgang mit Julia:

Während der Bearbeitung der Arbeitsblätter fiel auf, dass die Schüler weniger falsche Eingaben tätigten als bei den beiden Durchführungen zuvor. Der Großteil der Schüler gab in der Evaluation an, dass ihnen der Umgang mit Julia nicht oder nur selten schwer fiel. Nur vier Teilnehmer gaben an, dass sie zum Teil Schwierigkeiten beim Umgang mit Julia hatten. Aufgrund dessen, dass die Schüler bereits an den beiden Tagen zuvor mit Julia gearbeitet haben, wurde eine Einführung in Julia nicht als notwendig angesehen. Daher wird auf die Frage zur Einführung der Programmiersprache nicht weiter eingegangen. Resümierend kann festgehalten werden, dass die Schüler mit Julia zurecht kamen.

### Aufgaben und Hilfekarten:

Die Evaluation ergab, dass der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben für die Schülergruppe mit sehr unterschiedlichem Vorwissen angemessen war. Keiner der Teilnehmer bewertete die Aussage, dass die Aufgaben zu einfach oder zu schwer seien mit "trifft voll zu." Die meisten Schüler gaben zu diesen Aussagen "trifft eher nicht zu" an. Ein Teilnehmer kommentierte am Ende, dass er die Schwierigkeit der Aufgaben genau richtig fand. Die Hilfekarten bewerteten die Schüler größtenteils als hilfreich. Dies zeigte sich auch durch den Kommentar "die wirklich hilfreichen Hilfekarten […]" eines Teilnehmers auf die Frage, was ihm besonders gefallen habe.

#### **Interesse:**

Ein weiteres Ziel von CAMMP und dem entwickelten Lernmoduls ist es, die Schüler für ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften und Technik zu begeistern, ihr Interesse an Themen in diesem Bereich zu steigern und den Schülern als Berufs- und Studienorientierung zu dienen. Die meisten Teilnehmer zeigten bei der Bearbeitung der Aufgaben ein großes Interesse an dem Thema des Lernmoduls. Dies machte sich zum einen durch rege Diskussionsrunden bei der Besprechung der Interpretationsaufträge und zum anderen durch die Antworten zur Frage, was den Schülern besonders gut gefallen hat, bemerkbar. Außerdem stimmten viele Schüler der Aussage, dass der Kurs ihr Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert

habe, zu. Lediglich vier Teilnehmer stimmten dieser Aussage eher nicht zu und zwei Teilnehmer konnten diese Aussage nicht beurteilen. Die Rückmeldung zur Aussage, dass sie durch den Kurs interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt haben, fiel sehr divers aus. Der Großteil (13 Schüler) bewertete diese Aussage mit "trifft zum Teil zu." Darüber hinaus gaben die meisten Schüler an, dass sie sich eine Ausbildung oder ein Studium im Bereich der Naturwissenschaften und Technik vorstellen könnten und sie in dem Kurs viel Neues gelernt haben, was ihnen für die Schule, für ein Studium und / oder für einen Beruf weiterhelfen kann. Zusammenfassend scheint das zu Beginn genannte Ziel erreicht worden zu sein.

### Verständnis:

Das wesentliche Ziel des Lernmoduls ist es, den Schülern die Modellierung der einfallenden Sonnenstrahlung näher zu bringen. Daher ist es sehr erfreulich, dass alle Schüler die Aussage, dass die Inhalte klar vermittelt wurden, mit "trifft zum Teil zu" oder mit "trifft voll zu" bewerteten. Anhand der Kommentare zur Frage, was die Schüler für sich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt haben, zeigt sich, dass viele Teilnehmer die zentralen Inhalte des Lernmoduls verstanden und spannende Erkenntnisse mitgenommen haben. So kommentierte ein Schüler beispielsweise, dass er gelernt habe, welchen Einfluss die Längen- und Breitengrade sowie das Datum und die Uhrzeit auf den Stand der Sonne haben. Andere merkten an, dass ihnen im Laufe des Modellierungstages klar geworden sei, was modellieren genau bedeutet. Die Kommentare decken sich mit den Beobachtungen während der Diskussionsrunden im Plenum. Bei der Besprechung der Aufgaben beteiligten sich viele Schüler und es stellte sich heraus, dass sie die mathematischen Ergebnisse auch im Bezug auf die Realsituation verstanden haben.

### Lern- und Arbeitszeit:

Während des Modellierungstages zeigte sich, dass einige Schülergruppen mit der Bearbeitung der Aufgaben schneller voran kamen als andere. Der möglicherweise entstandene Leerlauf zwischen der Bearbeitung der Arbeitsblättern und den Vorträgen konnte in den meisten Fällen durch die Zusatzblätter vermieden werden. Lediglich eine Gruppe war besonders schnell, sodass die Zusatzblätter als zeitlicher Puffer nicht ausreichten. Dieses Team erhielt einen zusätzlichen Rechercheauftrag zu dem Unterschied zwischen diffuser und direkter Strahlung. Im Gegensatz zu dieser Gruppe gab es auch ein Team, das es nicht schaffte in der vorgegebenen Zeit die Aufgaben zu bearbeiten. Dieser große Unterschied könnte aufgrund der unterschiedlichen Jahrgangsstufen entstanden sein. Bei den restlichen Gruppen ging der Zeitplan auf. Dies zeigte sich auch in der Evaluation, da die meisten Schüler die Lern- und Arbeitszeiten als angemessen bewerteten. Auch die Lern- und Arbeitsatmosphäre empfanden die meisten Teilnehmer als angenehm. Nur eine Person stimmte dieser Aussage eher nicht zu. Dies könnte dadurch zu erklären sein, dass die Gruppeneinteilung zu Beginn gelost wurde und daher nicht jeder mit seinem Wunschpartner zusammenarbeiten konnte.

### Verbesserungen:

Die Schüler gaben viel positives Feedback zum Lernmodul. So wurden beispielsweise

die gut strukturierten und verständlichen Arbeitsblätter, die Hilfekarten sowie die vielen anschaulichen Abbildungen und Diagramme gelobt. Außerdem hat den Schülern die trigonometrische Berechnung der Winkel und der hohe Physikanteil gut gefallen. Sehr erfreulich ist, dass alle Teilnehmer die Frage, ob ihnen etwas absolut nicht gefallen hat, mit nein beantworteten. Ein Schüler wünschte sich, dass nicht so viele Formeln einfach nur angegeben, sondern diese besser erklärt werden sollten. Dies könnte beispielsweise dadurch gelöst werden, dass kurze Infokarten zu den einzelnen Formeln, auf denen eine Herleitung oder genauere Erklärungen zu finden sind, erstellt werden.

Insgesamt bewerteten die Schüler den CAMMP day mit der Schulnote 1,4 und die Betreuer mit der Note 1,3. Außerdem gaben alle Teilnehmer an, dass sie einen solchen Kurs gerne noch einmal besuchen und auch an andere weiterempfehlen würden. Zusammenfassend war die dritte Durchführung sehr zufriedenstellend.

### 5.6. Fazit

Durch die mehrfache Durchführung wurde das Lernmodul zum einen erprobt und zum anderen schrittweise verbessert. Nach den ersten beiden Durchführungen, die bereits gut verliefen, wurde das Material aufgrund der Beobachtungen und Ergebnisse der Evaluationen überarbeitet. Die vorgenommenen Verbesserungen führten in der dritten Durchführung zu den gewünschten verbesserten Ergebnissen. Außerdem wurde bei der dritten Durchführung die Verknüpfung des entwickelten Lernmoduls mit den bereits bestehenden Materialien erprobt. Dies erwies sich als praktikabel. Somit wurde das angestrebte Ziel der Erstellung eines Lernmoduls zum Stand der Sonne und Stärke der Sonnenstrahlung, das sich gut mit dem bereits bestehenden Material verknüpfen lässt und welches insbesondere die Interdisziplinarität der Problemstellung und damit alle drei Buchstaben von "IMP" aufgreift, erfüllt. Da es sich jedoch bei allen drei Durchführungen um MINT-interessierte Lernende handelte, konnte nicht die Heterogenität einer Klasse abgebildet werden. Dies wäre für zukünftige Erprobungen des Materials interessant.

## 6. Ausblick

In diesem abschließenden Kapitel werden Möglichkeiten zur Weiterentwicklung und Verbesserung des Lernmoduls vorgestellt.

In dem entwickelten Lernmodul leiten die Schüler nicht alle Formeln (z. B. für die Zeitgleichung oder den Zenitwinkel  $\theta$ ) selbst her und erhalten auch nicht zu jeder angegebenen Funktion eine ausführliche Erklärung. Um interessierten Schülern die Möglichkeit zu geben, die Gleichungen selbst herzuleiten oder sich über die Herkunft der Formeln zu informieren, könnten kleine Zusatzaufgaben bzw. Infokarten erstellt werden. Dadurch könnte zudem die Heterogenität der Lerngruppe noch stärker berücksichtigt werden.

Im Moment liegt der Schwerpunkt des Lernmoduls auf der mathematischen Modellierung des Stands der Sonne und der Stärke der Sonnenstrahlung. Um den Physikanteil des Lernmoduls noch zu vergrößern, könnte genauer auf die Entstehung der Sonnenstrahlung und auf das Strahlungsspektrum eingegangen werden. Dabei könnte auch die Wellenphysik wiederholt und vertiefend betrachtet werden. In diesem Fall wäre das Lernmodul jedoch erst ab Jahrgangsstufe elf durchführbar, da die Wellenphysik und Wellenoptik erst in der elften Klasse eingeführt werden (vgl. Ministerium für Kultus und Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016, S. 26-39).

Bisher werden die Auswirkungen der Wechselwirkungen zwischen Strahlung und Materie innerhalb der Erdatmosphäre auf die Stärke der Sonnenstrahlung nur kurz in der Abschlusspräsentation erwähnt. Auf diese Auswirkungen könnte man auch auf den Arbeitsblätter noch näher eingehen und zum Beispiel die Air-Mass-Zahl thematisieren. Außerdem könnten die Schüler die modellierten Daten mit realen Daten vergleichen und sich Möglichkeiten überlegen, wie die atmosphärischen Effekte in das physikalische Modell integriert werden könnten. Außerdem könnte im Anschluss die Aufgabe zur Standortsuche so angepasst werden, dass nun auch die atmosphärischen Effekte berücksichtigt werden. In diesem Fall ist der Standort dann nicht mehr nur vom Breitengrad sondern auch vom Längengrad abhängig. Zudem könnte in diesem Zusammenhang auch der Strahlungshaushalt der Erde thematisiert werden.

In den bereits bestehenden Materialien zum Solarkraftwerk ist ein Lernmodul für die Mittelstufe enthalten. Daher besteht eine weitere Möglichkeit zur Weiterentwicklung darin, das Lernmodul so anzupassen und zu vereinfachen, dass auch eine Durchführung mit niedrigeren Jahrgangsstufen möglich ist.

Außerdem könnte das Lernmodul noch stärker an den IMP-Unterricht angepasst werden. Dazu könnte beispielsweise die Länge der Arbeitsblätter an die Unterrichtsstunden angepasst und die Inhalte noch stärker mit dem Bildungsplan IMP der Klassenstufe neun abgestimmt werden.

# **Anhang**

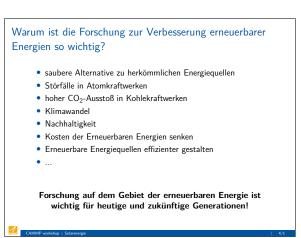
# A. Präsentationen

## A.1. Einstiegspräsentation



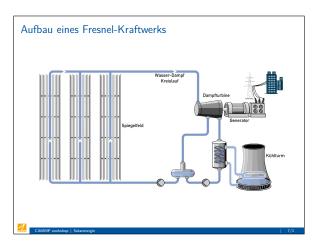


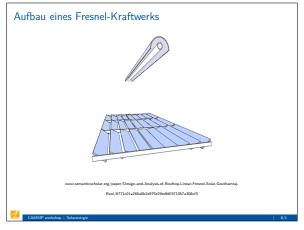


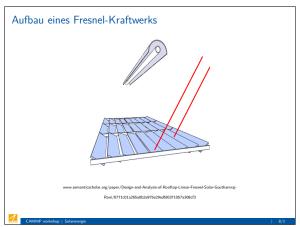


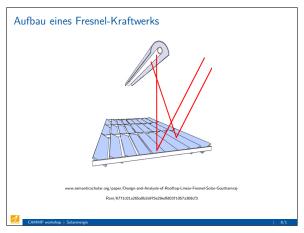






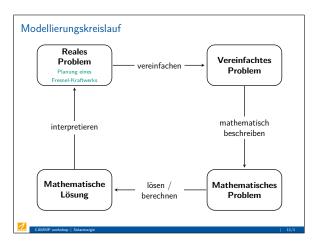


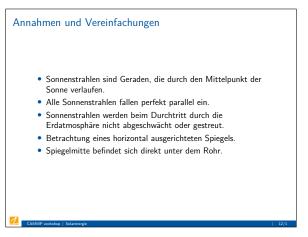


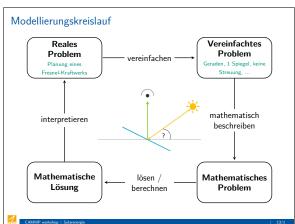


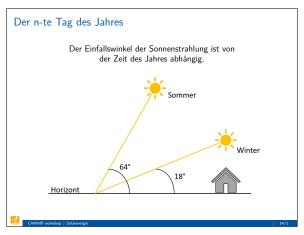


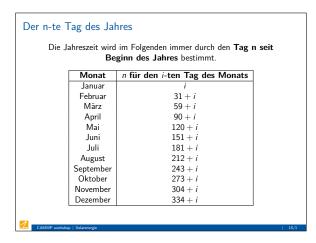


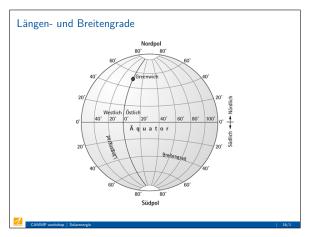


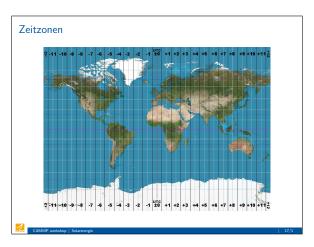


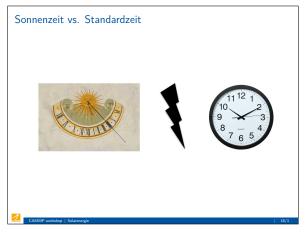


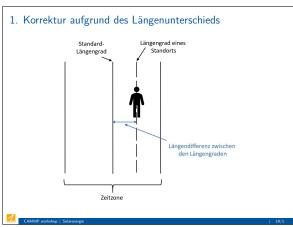


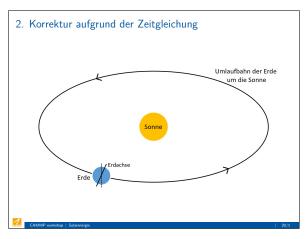


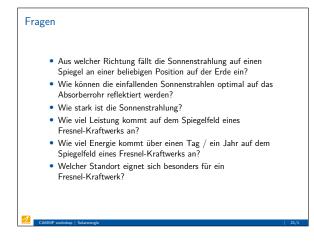














# A.2. Notizen Einstiegspräsentation



### Notizen Einstiegspräsentation

### Folie 1: Eröffnungsfolie

Nachdem ihr nun mehr über die mathematische Modellierung erfahren habt, starten wir nun mit dem Workshop zum Thema Solarenergie.

### Folie 2: Intensive Forschung zu erneuerbaren Energien in Forschung und Wirtschaft

Kurzen Einblick in die Forschung und Projekte der einzelnen Unternehmen geben:

- DLR: Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt
  - Forschungszentrum der Bundesrepublik Deutschland für Luft und Raumfahrt sowie Energie, Verkehr, Sicherheit und Digitalisierung
  - Ziel der DLR-Energieforschung ist die effiziente Nutzung von Solar- und Windenergie. Dabei stehen die Entwicklung und Optimierung von solarthermischen Kraftwerken im Fokus.
  - o Weiter Infos: https://www.dlr.de/DE/forschung/energie\_node.html
- FLAGSOL:
  - FLAGSOL nimmt weltweit eine führende Position im Markt für solarthermische Kraftwerke ein
  - o Spezialgebiet: Parabolrinnenkraftwerke
  - o Weitere Infos: http://www.flagsol.com/flagsol/cms/
- ebl: Genossenschaft Elektra Basselland
  - Energieversorgungsunternehmen mit Sitz in der Schweiz
  - o ebl fördert die Energiegewinnung durch neue erneuerbare Energien
  - beteiligte sich maßgeblich am Solarkraftwerk Puerto Errado 2 in Spanien und am Windpark in Möthlitz in Deutschland
  - o Weitere Infos: https://www.ebl.ch/de/unternehmen/innovation.html
- Vattenfall:
  - Schwedisches Energieunternehmen
  - o Marktführer in der Onshore- und Offshore-Windkraft
  - o Weitere Infos: https://group.vattenfall.com/de/energie/wind

### Folie 3: Warum ist die Forschung zur Verbesserung erneuerbarer Energien so wichtig?

Fragestellung im Plenum diskutieren lassen und einige Antworten sammeln.

### Folie 4: Warum ist die Forschung zur Verbesserung erneuerbarer Energien so wichtig?

- Kurz die wesentlichen Gründe für die Wichtigkeit der Forschung zur Verbesserung erneuerbarer Energien anhand der Stichpunkte zusammenfassen.
- Fazit der Diskussion: Forschung auf dem Gebiet der erneuerbaren Energien ist wichtig für heutige und zukünftige Generationen!



#### Folie 5: Wie kann man durch Sonnenstrahlung Energie gewinnen?

Frage in die Runde stellen und einige Antworten sammeln.

#### Folie 6:

- Video 1 bis 1:08 Min. abspielen und von einem Schüler oder einer Schülerin zusammenfassen lassen.
- Video 2 bis 1:08 Min. abspielen und von einem Schüler oder einer Schülerin zusammenfassen lassen.

### Folie 7: Aufbau eines Fresnel-Kraftwerks

Aufbau eines Fresnel-Kraftwerks erläutern:

- Der Wasserkreislauf ist blau hervorgehoben. Hierbei handelt es sich um einen geschlossenen Wasser-Dampf-Kreislauf.
- Das Wasser wird durch die Absorberrohre gepumpt.
- Die Absorberrohre befinden sich über einer Reihe von mehreren parallel zueinander aufgestellten Spiegeln.
- Das Wasser wird durch die von den Spiegeln reflektierte Sonnenwärme erhitzt und verdampft
- Der Dampf treibt eine Dampfturbine an, sodass die Sonnenenergie in elektrische Energie umgewandelt und in die Netze eingespeist wird.
- Der Wasserdampf wird durch einen Kühlturm abgekühlt und in flüssigem Aggregatzustand wieder in das Absorberrohrsystem geleitet.

### Folie 8: Aufbau eines Fresnel-Kraftwerks

- Ebene Spiegel fokussieren das einfallende Sonnenlicht auf das Absorberrohr.
- Um die Ausbeute zu verbessern werden zusätzlich über einen Sekundärreflektor die Sonnenstrahlen, welche das Absorberrohr nur knapp verfehlen, auf das Absorberrohr gelenkt.

### Folie 9: Aus welcher Richtung fällt die Sonnenstrahlung ein?

Die erste zentrale Fragestellung, mit der ihr euch im Workshop beschäftigen werdet, lautet: "Aus welcher Richtung fällt die Sonnenstrahlung ein?"

### Folie 10: Welcher Standort ist besonders geeignet für ein Fresnelkraftwerk?

Und die zweite zentrale Frage lautet:

"Welcher Standort ist besonders geeignet für ein Fresnelkraftwerk?"



### Folie 11: Modellierungskreislauf

Unser reales Problem ist die Planung eines Fresnel-Kraftwerks. Dieses müssen wir zunächst vereinfachen.

#### Folie 12: Annahmen und Vereinfachungen

Folgende Annahmen und Vereinfachungen werden getroffen:

- Sonnenstrahlen sind Geraden, die durch den Mittelpunkt der Sonne verlaufen.
- Alle Sonnenstrahlen fallen perfekt parallel ein.
- Sonnenstrahlen werden beim Durchtritt durch die Erdatmosphäre nicht abgeschwächt oder gestreut.
- Betrachtung eines horizontal ausgerichteten Spiegels.
- · Spiegelmitte befindet sich direkt unter dem Rohr.

#### Folie 13: Modellierungskreislauf

Das reale Problem wurde zu einem vereinfachten Problem vereinfacht. Dieses ist auch in der Mitte des Modellierungskreislaufes zu sehen. In der ersten Arbeitsphase wird es das Ziel sein, den Winkel, der durch das Fragezeichen gekennzeichnet ist, zu bestimmen.

### Folie 14: Der n-te Tag des Jahres

- Bevor mit der Bearbeitung des Lernmoduls begonnen werden kann, müssen ein paar Grundlagen besprochen werden.
- Wie in der Abbildung zu sehen ist, ist der Einfallswinkel der Sonnenstrahlung von der Zeit des Jahres abhängig.

### Folie 15: Der n-te Tag des Jahres

Um die Zeit des Jahres bei der Modellierung zu berücksichtigen, wird diese durch den Tag n seit Beginn des Jahres bestimmt. Ein beliebiges Datum kann mithilfe dieser Tabelle in den n-ten Tag des Jahres umgerechnet werden. Diese Tabelle befindet sich auch auf einem der Übersichtsblätter, die im Anschluss an die Präsentation ausgeteilt werden.

### Folie 16: Längen- und Breitengrade

Unsere Erde ist, wie in der Abbildung zu sehen, in 360 Längengrade, davon 180 in östliche und 180 in westliche Richtung, und 180 Breitengrade, davon 90 in nördliche und 90 in südliche Richtung, eingeteilt. Von besonderer Bedeutung ist der nullte Breitengrad (Äquator) und der nullte Längengrad, der durch den Ort Greenwich verläuft. Die Breiten- und Längengrade werden bei der Modellierung des Sonnenstrands eine wichtige Rolle spielen.



### Folie 17: Zeitzonen

In der Abbildung ist die Einteilung der Erde in die Zeitzonen zu sehen. Dies wird besonders auf dem ersten Arbeitsblatt von Bedeutung sein.

#### Folie 18: Sonnenzeit und Standardzeit

Vielleicht ist euch schonmal aufgefallen, dass eure Armbanduhr eine andere Uhrzeit als eine Sonnenuhr anzeigt. Dies liegt daran, dass die Standardzeit, die auf den Armbanduhren angezeigt wird, nicht der Sonnenzeit, die sich am Stand der Sonne orientiert, entspricht.

### Folie 19: 1. Korrektur aufgrund des Längenunterschieds

Der Unterschied zwischen Standardzeit und Sonnenzeit entsteht aufgrund eines Längenunterschieds zwischen dem Standardlängengrad einer Zeitzone, der sich in der Mitte der Zeitzone befindet, und dem Längengrad eines Beobachters. Dieser Unterschied wird auf dem ersten Arbeitsblatt modelliert.

#### Folie 20: 2. Korrektur aufgrund der Zeitgleichung

Ein weiterer Grund für den Unterschied zwischen Standardzeit und Sonnenzeit ist die sogenannte Zeitgleichung. Durch diese wird die Auswirkung der beiden Phänomene, dass sich unsere Erde auf einer elliptischen Bahn um die Sonne bewegt und dass die Erdachse nicht senkrecht auf dieser Bahn steht, beschrieben. Ausführlicher wird dies auf Arbeitsblatt 1 erläutert.

### Folie 21: Fragen

Bevor nun endlich mit der Bearbeitung der Materialien begonnen werden kann, sind hier nochmal zusammenfassend die Fragen, die im Laufe des Workshops beantwortet werden, aufgeführt.

### Folie 22: Wie findet ihr Antworten auf all diese Fragen

Nun kann mit der Bearbeitung der Arbeitsblätter begonnen werden. Dabei sollt ihr die folgenden Punkte beachten.

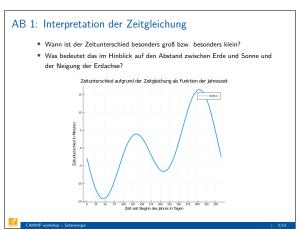
Damit ihr euch im JupyterHub zurecht findet, öffnen wir nun einmal gemeinsam das erste Arbeitsblatt.

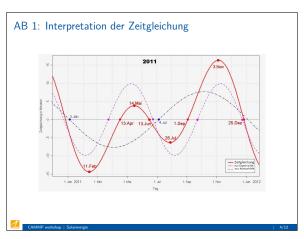
→ AB1-SuS.ipynb öffnen und anhand dessen kurz den Aufbau der Blätter und den Umgang mit Julia erklären (Bsp.: Eingabe von Plus, Minus, Mal und Geteilt)

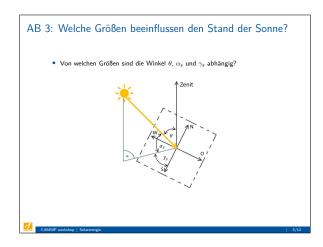
# A.3. Zwischenpräsentation

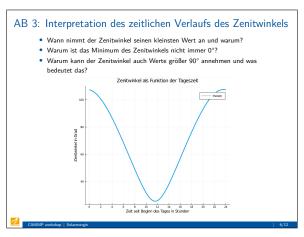


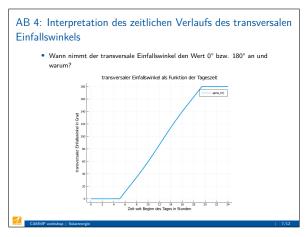


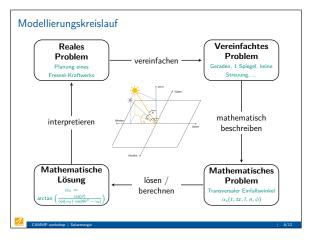


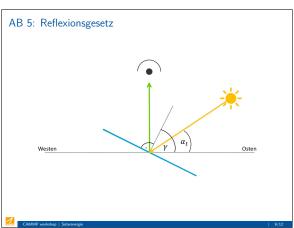


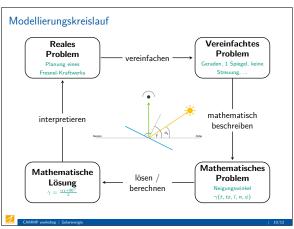


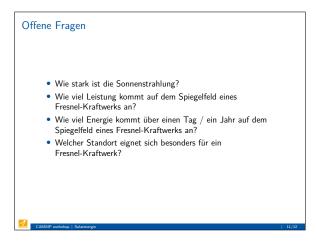














## A.4. Notizen Zwischenpräsentation



### Notizen Zwischenpräsentation

### Folie 1: Eröffnungsfolie

Nachdem ihr nun den ersten Teil des Workshops bearbeitet habt, möchten wir vor der Mittagspause noch kurz die Ergebnisse besprechen.

### Folie 2: Zusammenfassung

Bei der Diskussion der Arbeitsblätter 1 bis 5 konzentrieren wir uns auf die Aufgaben, deren Lösung nicht in ein Codefeld eingegeben wurde.

#### Folie 3: AB 1: Interpretation der Zeitgleichung

Auf dem ersten Arbeitsblatt solltet ihr die Zeitgleichung hinsichtlich der folgenden Fragen interpretieren:

- Wann ist der Zeitunterschied besonders groß bzw. besonders klein?
  - $\rightarrow$  Bei  $n \approx 50$  und n  $n \approx 300$  ist der Unterschied besonders groß.
  - $\rightarrow$  Bei  $n \approx 110$ ,  $n \approx 180$ ,  $n \approx 250$  und  $n \approx 360$  ist der Unterschied ungefähr null.
- Was bedeutet das im Hinblick auf den Abstand zwischen Erde und Sonne und der Neigung der Erdachse?
  - → In der Perihel-Umgebung (Winterhalbjahr auf der Nordhalbkugel) ist die Erde der Sonne am nächsten und die Sonnenzeit vergeht langsamer als die Standardzeit.
  - → In der Aphel-Umgebung (Sommerhalbjahr auf der Nordhalbkugel) ist die Erde am weitesten von der Sonne entfernt und die Sonnenzeit vergeht schneller als die Standardzeit
  - → Tag- und Nacht-Gleiche: Schnittwinkel zwischen der Erdachse und der Bahnebene ist am größten. Die Sonnenzeit vergeht hier schneller als die Standardzeit.
    - Sonnenwende: Erdachse und Bahnachse decken sich scheinbar. Sonnenzeit vergeht langsamer als Standardzeit.
  - → Negative Zahlenwerte bedeuten, dass die Sonnenzeit der Standardzeit nach läuft.
  - → Positive Zahlenwerte bedeuten, dass die Sonnenzeit der Standardzeit voraus läuft.

### Folie 4: AB 1: Interpretation der Zeitgleichung

In dieser Abbildung seht ihr zum einen die Zeitgleichung (rot) und zum anderen die Auswirkungen der beiden Phänomene einzeln. Die Auswirkung der Exzentrizität sind in blau und die der Achsschiefe in pink dargestellt.



#### Folie 5: AB 3: Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?

Von welchen Größen sind die Winkel  $\theta$ ,  $\alpha_s$  und  $\gamma_s$  abhängig? Was habt ihr vermutet?

- $\rightarrow$  Tag n seit Beginn des Jahres
- → Zeit t seit Beginn des Tages
- $\rightarrow$  Breitengrad  $\phi$  des Standorts
- $\rightarrow$  Längengrad  $\dot{l}$  des Standorts
- $\rightarrow$  Zeitzone tz des Standorts

#### Folie 6: AB 3: Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels

Auf Arbeitsblatt 3 solltet ihr den zeitlichen Verlauf des Zenitwinkels interpretieren.

- Wann nimmt der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert an und warum?
  - → Am Mittag, sobald die Sonne den Höchststand erreicht hat.
- Warum ist das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0°?
  - → Der vollständige Zenitstand ist nur für Breitengrade zwischen -23.45° und 23.45° zu einer bestimmten Jahreszeit möglich.
- Warum kann der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen und was bedeutet das?
  - ightarrow Die Erde ist eine Kugel. Für heta>90° verschwindet die Sonne hinter der horizontalen Fläche

### Folie 7: AB 4: Interpretation des zeitlichen Verlaufs des transversalen Einfallswinkels

Auf Arbeitsblatt 4 habt ihr den transversalen Einfallswinkel modelliert. Wann nimmt der transversale Einfallswinkel den Wert 0° bzw. 180° an und warum?

- $ightarrow lpha_t = 0^\circ$ : Sonne ist noch nicht aufgegangen bzw. befindet sich noch hinter der horizontalen Fläche
- $\rightarrow \alpha_t = 180^\circ$ : Sonne ist schon untergegangen bzw. befindet sich schon hinter der horizontalen Fläche

### Folie 8: Modellierungskreislauf

Die Fragestellung, aus welcher Richtung die Sonnenstrahlen einfallen, haben wir mathematisch durch den transversalen Einfallswinkel beschrieben. Wir haben durch das Aufstellen einer Formel zur Berechnung von  $\alpha_t$  eine mathematische Lösung gefunden und dieses eben interpretiert. Somit haben wird den Modellierungskreislauf einmal komplett durchlaufen.

### Folie 9: AB 5: Reflexionsgesetz

Auf dem fünften Arbeitsblatt solltet ihr den Spiegel so einzeichnen, dass eine physikalisch korrekte Reflexion entsteht. Hoffentlich sieht die Zeichnung bei allen so aus. Kann jemand kurz erklären, warum es sich hierbei um eine physikalisch korrekte Reflexion handelt?



### Folie 10: Modellierungskreislauf

Das Problem der Ausrichtung eines Spiegels haben wir in ein mathematisches Problem überführt, in dem wir die Ausrichtung des Spiegels durch den Neigungswinkel  $\gamma$  beschreiben. Durch Aufstellen der Formel zur Berechnung des Neigungswinkels haben wir ein mathematisches Resultat gefunden. Wir haben also auch hier den Modellierungskreislauf bis auf den Schritt der Interpretation vollständig durchlaufen.

### Folie 11: Offene Fragen

Nach der Mittagspause geht es mit dem zweiten Teil des Workshops weiter. In diesem Teil möchten wir Antworten auf die Fragen:

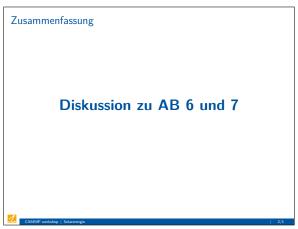
- Wie stark ist die Sonnenstrahlung?
- Wie viel Leistung kommt auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks an?
- Wie viel Energie kommt über einen Tag / ein Jahr auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks an?
- Welcher Standort eignet sich besonders für ein Fresnel-Kraftwerk? finden.

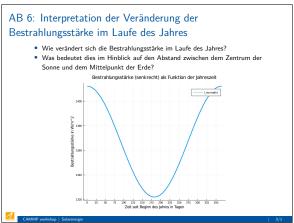
### Folie 12: Ihr seid dran!

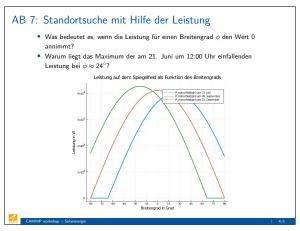
Auf Arbeitsblatt 6 geht es nach der Mittagspause um 13:00 Uhr weiter.

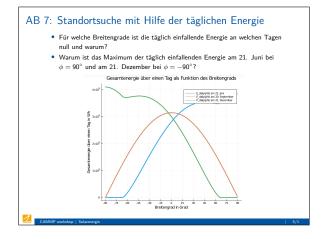
## A.5. Abschlusspräsentation

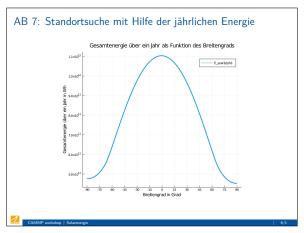


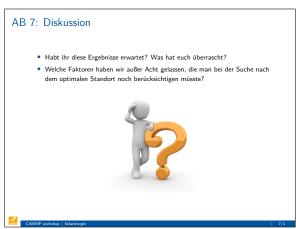


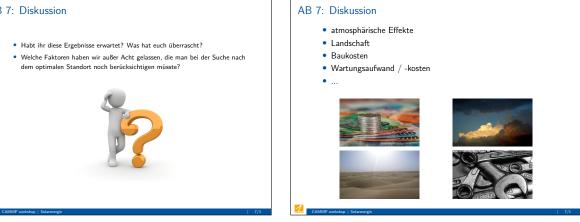


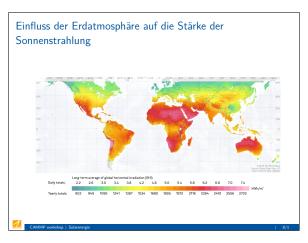




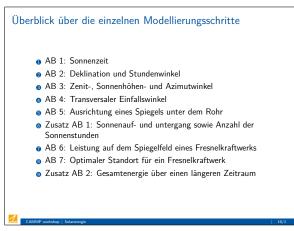












## A.6. Notizen Abschlusspräsentation



### **Notizen Abschlusspräsentation**

### Folie 1: Eröffnungsfolie

Nachdem ihr nun den zweiten Teil des Workshops bearbeitet habt, möchten wir nun zum Abschluss die Ergebnisse kurz besprechen.

### Folie 2: Zusammenfassung

Bei der Diskussion der Arbeitsblätter 6 und 7 konzentrieren wir uns wieder auf die Aufgaben, deren Lösung nicht in ein Codefeld eingegeben wurde.

# <u>Folie 3:</u> AB 6: Interpretation der Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres

Auf Arbeitsblatt 6 habt ihr die Bestrahlungsstärke kennengelernt. Nun möchten wir die Veränderungen der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres diskutieren.

- Wie verändert sich die Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres?
  - ightarrow Im Sommer (Nordhalbkugel) ist die Bestrahlungsstärke am geringsten.
  - → Im Winter (Nordhalbkugel) ist die Bestrahlungsstärke am größten.
- Was bedeutet dies im Hinblick auf den Abstand zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde?
  - → İm Sommer (Nordhalbkugel) ist der Abstand zwischen Erde und Sonne am größten.
  - ightarrow Im Winter (Nordhalbkugel) ist der Abstand zwischen Erde und Sonne am geringsten.

### Folie 4: AB 7: Standortsuche mit Hilfe der Leistung

Im ersten Teil des siebten Arbeitsblattes wurde mit Hilfe der Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks der optimale Standort für ein Fresnelkraftwerk gesucht. Die grafischen Ergebnisse für t=12 seht ihr in der unteren Abbildung.

- Was bedeutet es, wenn die Leistung für einen Breitengrad  $\varphi$  den Wert 0 annimmt?
  - Wenn die Leistung für einen Breitengrad φ zu einer Uhrzeit den Wert 0 annimmt, scheint zu dieser Zeit keine Sonne an diesem Breitengrad.
- Warum liegt das Maximum der am 21. Juni um 12:00 Uhr einfallenden Leistung bei  $\varphi\approx 24^{\circ}?$ 
  - $\rightarrow$  Am 21. Juni ist Sommersonnenwende. Das heißt, die Sonne steht um 12:00 Uhr beim Breitengrad  $\varphi \approx 24^\circ$  im Zenit. Somit ist die eintreffende Leistung hier am größten.



#### Folie 5: AB 7: Standortsuche mit Hilfe der täglichen Energie

Im zweiten Teil habt ihr den optimalen Standort mit Hilfe der täglich einfallenden Energie bestimmt. Die grafischen Ergebnisse seht ihr in der unterstehenden Abbildung.

- Für welche Breitengrade ist die täglich einfallende Energie null? An welchen Tagen ist das und warum?
  - → An den Polarkreisen geht im Sommer bzw. im Winter die Sonne gar nicht auf. Daher ist die t\u00e4glich einfallende Energie in dieser Zeit f\u00fcr die Breitengrade gr\u00f6\u00dfer 66\u00f6 gleich null.
- Warum ist das Maximum der täglich einfallenden Energie am 21. Juni bei  $\phi=90^\circ$  und am 21. Dezember bei  $\phi=-90^\circ$ ?
  - → Zum Zeitpunkt der Sommersonnen- bzw. Wintersonnenwende geht die Sonne an den Polarkreisen nicht unter, daher ist die einfallende Energie über einen Tag hier am größten.

#### Folie 6: AB 7: Standortsuche mit Hilfe der jährlichen Energie

Im dritten Teil wurde der optimale Standort mit Hilfe der jährlich einfallenden Energie bestimmt. Als Ergebnis wurde der Breitengrad  $\varphi \approx 0^\circ$ , wie in der Abbildung zu sehen, gefunden.

### Folie 7: AB 7: Diskussion

Wir möchten nun eure Überlegungen zu den beiden Fragestellungen

- Habt ihr diese Ergebnisse erwartet? Was hat euch überrascht?
- Welche Faktoren haben wir außer Acht gelassen, die man bei der Suche nach dem optimalen Standort noch berücksichtigen müsste?
   gemeinsam diskutieren.

Mögliche Faktoren, die man noch beachten müsste, sind zum Beispiel:

- Atmosphärische Effekte
- Landschaft
- Baukosten
- Wartungsaufwand / -kosten
- ..

### Folie 8: Einfluss der Erdatmosphäre auf die Stärke der Sonnenstrahlung

In der Abbildung steht die jährlich einfallende Energie pro Quadratmeter. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Energie nicht am Äquator am größten ist, sondern eher in Nord- und Südafrika, in Australien oder in Kalifornien. Habt ihr eine Idee, an was das liegen könnte? (Diskussionsrunde)

- Ein Teil der Sonnenstrahlung wird an der Erdatmosphäre reflektiert und in den Weltraum zurück gestrahlt. Dadurch wird die auf der Erdoberfläche ankommende Strahlung reduziert.
- Ein Teil der Sonnenstrahlung wird absorbiert.
- Ein Teil der Sonnenstrahlung wird an Molekülen oder Aerosolen gestreut.



Die Unterschiede im Bereich um den Äquator kommen maßgeblich aufgrund der Streuung zustande. In Wüstenregionen ist die Streuung sehr gering, daher ist hier die Stärke der Sonnenstrahlung am größten.

#### Folie 9: Unterschied zwischen diffuser und direkter Strahlung

Durch die Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie in der Erdatmosphäre entsteht ein gerichteter und ein ungerichteter Anteil der Strahlung. Der gerichtete Anteil wird als Direktstrahlung und der ungerichtete Anteil als Diffusstrahlung bezeichnet.

#### Folie 10: Überblick über die einzelnen Modellierungsschritte

Zum Abschluss möchten wir nochmal auf die einzelnen Modellierungsschritte zurückblicken:

- 1. AB 1: Sonnenzeit
- 2. AB 2: Deklination und Stundenwinkel
- 3. AB 3: Zenit-, Sonnenhöhen- und Azimutwinkel
- 4. AB 4: Transversaler Einfallswinkel
- 5. AB 5: Ausrichtung eines Spiegels unter dem Rohr
- 6. Zusatz AB 1: Sonnenauf- und Sonnenuntergang sowie Anzahl der Sonnenstunden
- 7. AB 6: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks
- 8. AB 7: Optimaler Standort für ein Fresnelkraftwerk
- 9. Zusatz AB 2: Gesamtenergie über einen längeren Zeitraum
- ightarrow Überleitung zur Evaluation

# B. Arbeitsblätter mit Lösungen

#### B.1. Arbeitsblatt 1

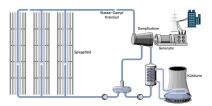
#### Arbeitsblatt 1: Sonnenzeit

- Notiere deine Ergebnisse w\u00e4hrend dem Bearbeiten der Arbeitsbl\u00e4tter des ersten Teils des Workshops auf diesem <u>Antwortblatt (../printables/Antwortblatt1.pdf)</u>.
- Du kannst deine Eingaben in den Codefeldern des ersten Teils des Workshops auf diesem <u>Dokumentationsblatt</u> ("/printables/Dokublatt1.pdf) festhalten.
- Auf diesem <u>Blatt ("/printables/Variablen.pdf)</u> findest du eine Übersicht über alle verwendeten Größen und deren Bedeutung.

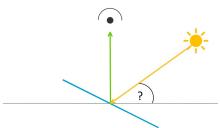
#### Einleitung:

Bei einem Fresnelkraftwerk, wie du es im linken Bild siehst, handelt es sich um einen bestimmten Typ von Solarkraftwerken. In diesen Kraftwerken werden die Sonnenstrahlen durch flache Spiegel auf ein wasserführendes Rohr reflektiert. Dieses Rohr ist von einem gekrümmten Spiegel umgeben, der die Strahlen, die knapp neben das Rohr treffen dennoch auf das Rohr reflektiert. Durch die Wärmestrahlung wird das Wasser im Rohr so stark erhitzt, dass es verdampft. Der entstehende Dampf treibt eine Turbine an, die mit einem Generator verbunden ist. Durch den Generator wird die Bewegungsenergie schließlich in elektrische Energie umgewandelt.



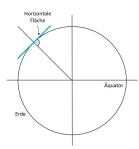


Um die Effizienz eines solchen Kraftwerks zu erhöhen, müssen die Sonnenstrahlen immer optimal auf das Rohr reflektiert werden. Damit die Spiegel hierfür richtig eingestellt werden können, müssen wir die Richtung, aus der die Sonnenstrahlung einfällt, zu jeder Tages- und Jahreszeit kennen. Im ersten Teil des Workshops werden wir ein Modell entwickeln, mit dem wir die Richtung der Sonnenstrahlen mit Hilfe eines **transversalen Einfallswinkels** (siehe Fragezeichen in der Abbildung) modellieren können.



Anschließend werden wir im zweiten Teil des Workshops die **Leistung** bestimmen, die auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks einfällt, und einen **optimalen Standort** für ein Kraftwerk finden.

In der **mathematischen Modellierung** ist es üblich, mit einer (stark) vereinfachten Situation zu beginnen und diese Schritt für Schritt der Realität anzunähern. Wir nehmen zunächst an, dass die Sonnenstrahlen Geraden sind, die durch den Mittelpunkt der Sonne verlaufen, und immer perfekt parallel einfallen. Eine Abschwächung oder Streuung der Sonnenstrahlen durch die Erdatmosphäre wird vernachlässigt. Außerdem betrachten wir zunächst immer nur Oberflächen, die horizontal ausgerichtet sind (siehe Abbildung).





Damit du dieses Arbeitsblatt bearbeiten kannst, musst du als erstes den folgenden Code ausführen. Klicke dazu in das nächste Code-Feld und drücke auf den ▶-Button oder "Shift"+"Enter".

```
In [1]: #include("../code/LoadPackages.jl");
include("../code/SetupAB1.jl");
```

#### Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit:

Zur Modellierung der Richtung, aus der die Sonnenstrahlung einfällt, wird nicht die normale Standardzeit, die auf unseren Armbanduhren angezeigt wird, verwendet, sondern die **Sonnenzeit**. Unter der Sonnenzeit versteht man die Zeit, die sich am Tagesverlauf der Sonne orientiert. Diese Zeit entspricht nicht immer unserer normalen Uhrzeit. Die Sonnenzeit ist immer vom Standort auf der Erde abhängig und ist so definiert, dass es 12:00 Uhr ist, wenn die Sonne gerade die Mittagshöhe erreicht hat. Wir werden im Folgenden eine Formel herleiten, mit der wir aus der Standardzeit die Sonnenzeit berechnen können.

Bei der Umrechnung der Standardzeit in die Sonnenzeit müssen wir zwei Korrekturen durchführen:

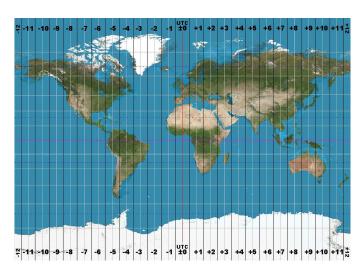
- Korrektur aufgrund des Unterschieds zwischen dem Längengrad eines gewählten Standorts und dem Längengrad, auf dem die lokale Standardzeit basiert.
- Korrektur aufgrund der sogenannten Zeitgleichung.

#### Teil 1: Zeitdifferenz aufgrund des Unterschieds der Längengrade

#### a) Berechnung des Standardlängengrads

Zunächst möchten wir den Zeitunterschied herleiten, der aufgrund des Längenunterschieds zwischen dem Standardlängengrad der Zeitzone und dem Längengrad des Standordts entsteht. Hierzu müssen wir als erstes den **Standardlängengrad** einer Zeitzone bestimmen. Als Standardlängengrad einer Zeitzone wird der Längengrad bezeichnet, der in der Mitte der Zeitzone liegt. Falls du nicht weißt, wie die Längengrade festgelegt sind, kannst du dein Wissen hier ("/help/wdh\_gradnetz.ipynb), kurz auffrischen.

Die **Zeitzonen** sind so festgelegt, dass der nullte Längengrad, der durch den Ort Greenwhich nahe London verläuft, der Standardlängengrad der Zeitzone UTC±0 ist. Entfernt man sich in westliche Richtung von dem nullten Längengrad wird die Zeitzone mit UTC-x bezeichnet, in östliche Richtung mit UTC+x. Das x gibt dabei den Unterschied zwischen der Uhrzeit am Ort des gewählten Standorts und der Uhrzeit in Greenwich an. Je größer der Längengrad des Standorts, desto größer ist x und der Zeitunterschied zwischen der Uhrzeit am gewählten Standort und der Uhrzeit in Greenwhich. In der nachfolgenden Abbildung ist die Einteilung unserer Erde in die Zeitzonen zu sehen.



Stelle nun eine Formel auf, mit der du anhand einer gegebenen Zeitzone tz den Standardlängengrad SL dieser Zeitzone bestimmen kannst.



Ersetze das erste NaN durch eine beliebige Zeitzone, das zweite NaN durch eine Formel, die von der Zeitzone tz abhängt und mit der du den Standardlängengrad der Zeitzone berechnen kannst. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Standardlängengrad der Zeitzone ausgegeben.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine <u>Hilfekarte (../help/help01.ipynb)</u> ansehen.

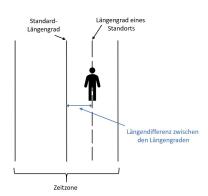
```
In [2]: ► # Zeitzone
tz = #=NaN; =# 2 # Ersetze das NaN durch eine beliebige Zeitzone zwischen -12 und +12.

# StandardLängengrad
SL(tz) = #=NaN; =# tz*15 # Ersetze das NaN durch eine Formel, mit der du den Standardlängengrad but # Hier nichts ändern!
checkStandardLongitude(tz,SL)
```

 $\checkmark$  Deine Formel ist korrekt. Der Standardlängengrad ist der 30. Längengrad.

#### b) Berechnung des Zeitunterschieds

Als nächstes werden wir die **Zeitdifferenz** berechnen, die aufgrund der Längendifferenz zwischen dem Standardlängengrad und dem Längengrad eines Standorts entsteht. Diese Zeitdifferenz bestimmt die erste Korrektur, die wir durchführen müssen, um die Standardzeit in Sonnenzeit umzurechnen.



Wir möchten im Folgenden immer einen der drei Standorte **Moskau, Karlsruhe** oder **Daggett (Kalifornien)** betrachten. In der folgenden Tabelle findest du die Koordinaten und die zugehörigen Zeitzonen. Die östlichen Längengrade werden hierbei mit einem positiven und die westliche mit einem negativen Vorzeichen angegeben. Bei den Breitengraden werden die nördlichen Breiten mit einem positiven und die südlichen mit einem negativen Vorzeichen versehen.

Standort	Längengrad	Breitengrad	Zeitzone
Moskau	+37.62°	+55.76°	UTC+3
Karlsruhe	+8.41°	+49.01°	UTC+1
Daggett	-116.89°	+34.86°	UTC-8

Bei dem Standort Karlsruhe müssen wir zusätzlich noch die **Sommerzeit** beachten. In der folgenden Tabelle sind der Beginn und das Ende der Sommerzeit angegeben.

Jahr	Beginn der Sommerzeit	Ende der Sommerzeit
2020	29.03.20 02:00 Uhr	25.10.20 03:00 Uhr
2021	28.03.21 02:00 Uhr	31.10.20 03:00 Uhr
2022	27.03.22 02:00 Uhr	30.10.20 03:00 Uhr
2023	26.03.23 02:00 Uhr	25.10.20 03:00 Uhr
2024	31.03.24 02:00 Uhr	27.10.20 03:00 Uhr
2025	30.03.25 02:00 Uhr	26.10.20 03:00 Uhr

Wir werden im Folgenden immer mit der **Standardzeitzone** (**Winterzeit**) rechnen. Falls du also für einen Tag, der in der Sommerzeit liegt, den Zeitunterschied bestimmen willst, musst du bei der Eingabe der Tageszeit erst noch eine Stunde abziehen.

Stelle nun eine Formel für den Zeitunterschied auf. Beachte dabei, dass der Zeitunterschied meistens unter einer Stunde liegt und daher eine Angabe des Zeitunterschieds in **Minuten** sinnvoller ist.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad 1, des von dir gewählten Standorts und das zweite NaN durch die Zeitzone dieses Standorts. Ersetze das dritte NaN durch eine Formel, die von SL(tz) und 1 abhängt und mit der du den Zeitunterschied zwischen dem Längengrad des Beobachters und dem Standardlängengrad bestimmen kannst. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Zeitunterschied zwischen den beiden Längengraden in Minuten ausgegeben.

#### Hinweis

Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12,6=12.6.

 $Falls \ du \ Hilfe \ ben\"{o}tigst, kannst \ du \ dir \ hier \ eine \ \underline{Hilfekarte \ (../help/help02.ipynb)} \ ansehen.$ 

```
In [3]: 

# Längengrad des Standorts
1 = #=NaN; =# -116.89 # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone des Standorts
tz = #=NaN; =# -8 # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitunterschied zwischen den beiden Längengraden in Minuten
DeltaT(tz, 1) = #=NaN; =# 4*(SL(tz) - 1) # Ersetze das NaN durch eine Formel, mit der du den Zeit

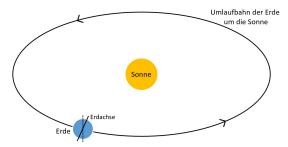
# Hier nichts ändern!
checkTimeDifference(tz,1,DeltaT)
```

 $\checkmark$  Deine Formel ist richtig. Der Zeitunterschied beträgt -12.44 Minuten.

### Teil 2: Zeitdifferenz aufgrund der Zeitgleichung

#### a) Zeitgleichung

Die Erde bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um die Sonne. Dadurch ändert sich die Bahngeschwindigkeit der Erde im Laufe des Jahres. Die Erdachse, um die sich die Erde dreht, steht nicht senkrecht zur dieser elliptischen Bahn. Aufgrund dieser beiden Phänomene kommt es zu einem Zeitunterschied zwischen der Standardzeit und der Sonnenzeit. Dieser Zeitunterschied wird durch die Zeitgleichung beschrieben.



Durch Aufrufen der Funktion EoT(n) kannst du dir den Zeitunterschied in Minuten an verschiendenen Tagen n ausgeben lassen.



Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag n zwischen 1 und 365. Führe anschließend den Code aus. Dir sollte nun der Zeitunterschied in Minuten ausgegeben werden. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der der Zeitunterschied aufgrund der Zeitgleichung gegen die Jahreszeit aufgetragen ist.

```
In [4]: 

# Tag des Jahres

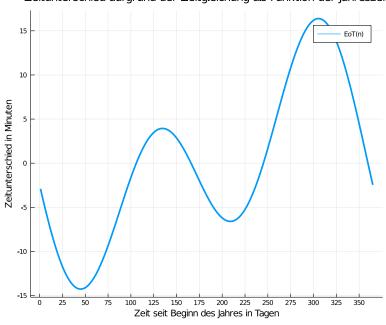
n = #=NaN; =# 12 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag n zwischen 1 und 365.

# Hier nichts ändern!

EoT(n); plotEoT(n)
```

Der Zeitunterschied aufgrund der Zeitgleichung beträgt -7.524 Minuten.

Out[4]: Zeitunterschied aufgrund der Zeitgleichung als Funktion der Jahreszeit



#### b) Interpretation der Zeitgleichung

- Wann ist der Zeitunterschied besonders groß bzw. besonders klein?
- Was bedeutet dies im Hinblick auf den Abstand zwischen Erde und Sonne und der Neigung der Erdachse?



Notiere deine Ergebnisse auf deinem Antwortblatt.

#### Teil 3: Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit

Wir kennen nun auch die Korrektur, die aufgrund der Zeitgleichung entsteht. Stelle eine Formel auf, mit der du aus der Standardzeit die Sonnenzeit bestimmen kannst. Du kannst hiefür die Funktionen <code>DeltaT(tz,1)</code> und <code>EoT(n)</code> verwenden. Beachte bei deiner Formel, dass die Tageszeit in Standardzeit in **Stunden** angegeben ist und die beiden Korrekturen in **Minuten** ausgegeben werden. Die Tagesezeit in Sonnenzeit sollte am Ende auch wieder in **Stunden** ausgegeben werden.

**Hinweis:** Die Tageszeit t wird in Stunden nach Tagesbeginn angegeben. Beispielsweise entspricht 12:30 Uhr der Zeit t = 12.5.



Ersetze das erste NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h. Ersetze das zweite NaN durch eine Formel, die von t, DeltaT(tz,1) und EoT(n) abhängt und mit der du die Sonnenzeit berechnen kannst. Führe den Code anschließend aus. Dir wird die Sonnenzeit ausgegeben.

```
In [5]: W # Tageszeit
t = #=NaN; =# 12 # Ersetze das NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h.

# Umwandlung der Standardzeit in Sonnenzeit
suntime(t,tz,l,n) = #=NaN; =# t + 1/60*DeltaT(tz, l) + 1/60*EoT(n) # Ersetze das NaN durch eine F
# Hier nichts ändern!
checkSunTime(t,tz,l,n,suntime)
```

 $\checkmark$  Deine Formel ist korrekt. Die Sonnenzeit beträgt 11.667 Stunden. Der Zeitunterschied zur Standardzeit beträgt also 19.98 Minuten.

#### Fazit:

Wir wissen nun, dass bei der Modellierung der Richtung, aus der die Sonne einfällt, nicht unsere Standardzeit sondern die Sonnenzeit verwendet wird. Auf dem zweiten Arbeitsblatt ("/worksheets/AB2-SuS.ipynb) starten wir mit der Modellierung des Einfallswinkels, indem wir uns zunächst anschauen, welche Auswirkungen die Erdbewegungen auf den Stand der Sonne haben.

#### B.2. Arbeitsblatt 2

#### Arbeitsblatt 2: Deklination und Stundenwinkel

#### Einleitung:

Wir werden nun mit der Modellierung des Einfallswinkels beginnen. Hierzu werden wir uns zunächst anschauen, welchen Einfluss die Bewegung der Erde um die Sonne und die Rotation der Erde um sich selbst auf den Stand der Sonne haben.

Wir beschränken uns bei der Berechnung zunächst wieder auf einen der drei Standorte Moskau, Karlsruhe oder Daggett. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast, eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad und das zweite NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

```
In [1]: W # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupAB2.jl");

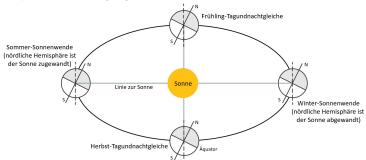
# Längengrad des Standorts
1 = #=NaN; =# 8.41; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone des Standorts
tz = #=NaN; =# 1; # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.
```

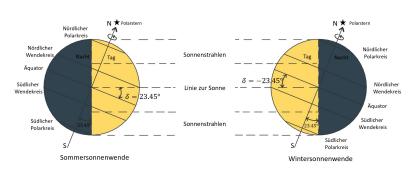
#### Teil 1: Die Drehung der Erde um die Sonne

#### Modellierung der Neigung der Erde über den Deklinationswinkel

Die Erde umläuft die Sonne innerhalb eines Jahres auf einer fast perfekten Kreisbahn. Da die Erdachse geneigt ist, ändert sich die Sonnehöhe im Laufe des Jahres. So ist die nördliche Hemisphäre über Winter von der Sonne abgeneigt und die südliche Hemisphäre der Sonne zugeneigt. Über Sommer ist nun die nördliche Hemisphäre der Sonne zugeneigt und die südliche Hemisphäre von der Sonne abgeneigt.



Durch die **Deklination**  $\delta$  wird die Neigung der Erde beschrieben. Der Deklinationswinkel gibt den Winkel zwischen der Linie zur Sonne und dem Äquator an (siehe Abbildung). Zum Zeitpunkt der **Sommersonnenwende** am 21. Juni ist die nördliche Hemisphäre am weitesten der Sonne zugeneigt und die Deklination beträgt  $\delta=23.45^\circ$ . Zur **Wintersonnenwende** am 21. Dezember ist die nördliche Hemisphäre am weitesten von der Sonne abgeneigt. Die Deklination beträgt hier  $\delta=-23.45^\circ$ . Bei der **Herbst-** und **Frühling-Tagundnachtgleiche** ist die Deklination gleich null.



Der Deklinationswinkel  $\delta$  an einem beliebigen Tag n kann mithilfe einer Sinusfunktion der Form  $\delta(n)=a\cdot\sin(b\cdot(n+c))+d$  berechnet werden. Falls du nicht mehr weißt, für was die Paramter stehen, findest du hier eine kurze <u>Wiederholung ("/help/wdh\_sin.ipynb</u>). Berechne nun die Paramter a,b,c und d der Funktion  $\delta$ .



Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres. Ersetze das zweite NaN durch den Parameter a, das dritte NaN durch den Parameter b, das vierte NaN durch den Parameter c und das letzte NaN durch den Parameter d. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Graph der Funktion delta(n) für die von dir gewählten Parameter ausgegeben. Falls du alles richtig gemacht hast verläuft der Graph durch die beiden Punkte. Außerdem wird dir die Deklination an dem von dir gewählten Tag ausgegeben.

#### Hinweis

Der Sinus wird im Code mit sind() eingegeben. Das d steht dabei für die verwendete Einheit Gradmaß (engl. degree).

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine <u>Hilfekarte (../help/help03.ipynb)</u> ansehen.

```
In [2]: N # Tag des Jahres:
    n = #=NaN; =# 245 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag des Jahres zwischen 1 und 365.

# Parameter a:
    a = #=NaN; =# 23.45 # Ersetze das NaN durch den Parameter a.

# Parameter b:
    b = #=NaN; =# 360/365 # Ersetze das NaN durch den Parameter b.

# Parameter c:
    c = #=NaN; =# -81 # Ersetze das NaN durch den Parameter c.

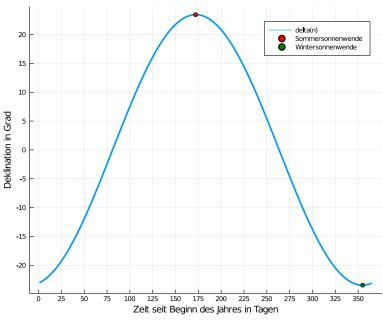
# Parameter d:
    d = #=NaN; =# 0 # Ersetze das NaN durch den Parameter d.

# Berechnung der Deklination:
    delta(n) = a*sind(b*(n+c))+d;

# Hier nichts ändern!
    checkDelta(n,a,b,c,d,delta)
```

 $\checkmark$  Deine Parameter für die Formel der Deklination sind richtig. Die Deklination am 245. Tag des Jahres beträgt 7.342°.

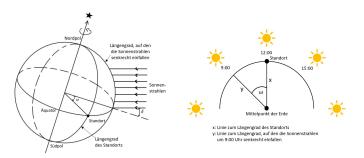
#### Out[2]: Deklination als Funktion der Zeit des Jahres



### Teil 2: Die Drehung der Erde um sich selbst

#### Beschreibung der horizontalen Abweichung über den Stundenwinkel

Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre eigene Achse. Aufgrund dieser Rotation ergibt sich eine Abweichung der einfallenden Sonnenstrahlen östlich oder westlich vom Längengrad des gewählten Standorts. Der Winkel  $\omega$ , der diese Abweichung beschreibt, wird als **Stundenwinkel** bezeichnet (siehe Abbildung).



Zur Zeit  $t_s=12:00$  Uhr beträgt der Stundenwinkel 0°. Die Vormittagsstunden werden mit **negativem** Vorzeichen und die Nachmittagsstunden mit **positivem** Vorzeichen angegeben.

Stelle nun eine Formel auf, mit der du aus einer gegebenen Tageszeit den Stundenwinkel berechnen kannst. Beachte dabei, dass der Stundenwinkel immer zwischen -180° und 180° liegt und sich an der Sonnenzeit orientiert.

#### Hinweise

- Die Zeit t wird in Stunden nach Tagesbeginn angegeben. Beispielsweise entspricht 14:30 Uhr der Zeit t=14.5.
- Du kannst zur Berechnung der Sonnenzeit die Funktion suntime(t,tz,1,n) des vorherigen Übungsblatts verwenden und in deine Formel einbauen.



Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n zwischen 1 und 365 und das zweite NaN durch eine beliebige
Tageszeit t zwischen 0 Uhr und 24 Uhr. Ersetze das dritte NaN durch eine Formel, die von suntime(t,tz,1,n) abhängt
und mit der du den Stundenwinkel berechnen kannst. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Stundenwinkel für die
gewählte Uhrzeit ausgegeben. Falls du alles richtig gemacht hast, erscheint eine Abbildung, in der der Stundenwinkel
gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

Falls du Hilfe benötigst, findest du hier eine <u>Hilfekarte (../help/help04.ipynb)</u>.

```
In [3]: 

# Tag des Jahres
n = #=NaN; =# 67 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag zwischen 1 und 365.

# Tageszeit
t = #=NaN; =# 10.5 # Ersetze das NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen θ h und 24 h.

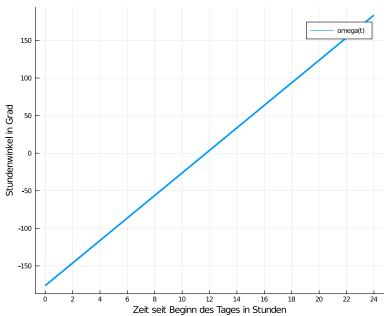
# Berechnung des Stundenwinkels
omega(t,tz,l,n) = #=NaN; =# (suntime(t,tz,l,n)-12)*15 # Ersetze das NaN durch eine Formel zur Ber

# Hier nichts ändern!
checkOmega(t,tz,l,n,omega)
```

✓ Deine Formel zur Berechnung des Stundenwinkels ist richtig. Der Stundenwinkel am 67. Tag des Jahres zur Zeit t = 10.5 h beträgt -18.777°.

#### Out[3]:

#### Stundenwinkel als Funktion der Tageszeit



#### Fazit:

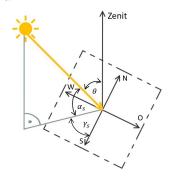
Wir haben nun eine Formel zur Berechnung der Deklination  $\delta$  und des Stundenwinkels  $\omega$  aufgestellt. Diese beiden Winkel beschreiben allerdings noch nicht den genauen Stand der Sonne, sondern nur die Auswirkungen der Erdbewegungen auf den Sonnenstand. Auf dem <u>nächsten Arbeitsblatt ("/worksheets/AB3-SuS.ipynb</u>) lernst du den Zenitwinkel, den Sonnenhöhenwinkel und den Sonnenazimutwinkel kennen. Diese Winkel werden zur Beschreibung des Sonnenstands genutzt.

## B.3. Arbeitsblatt 3

## Arbeitsblatt 3: Zenit-, Sonnenhöhen- und Azimutwinkel

#### Einleitung:

Nachdem wir auf dem letzten Blatt Formeln zur Berechnung der Deklination  $\delta$  und dem Stundenwinkel  $\omega$  hergleitet haben, werden wir nun den Zenitwinkel  $\theta$ , den Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und den Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  bestimmen. Diese drei Winkel können wir nutzen, um ausgehend von einer horizontalen Oberfläche an einem Standort auf der Erde den Stand der Sonne zu beschreiben (siehe Abbildung).



#### Teil 1: Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?

Überlege dir, von welchen Größen die drei Winkel  $\theta$ ,  $\alpha_s$  und  $\gamma_s$  zur Beschreibung des Sonnenstands abhängig sind.



Notiere deine Ergebnisse auf deinem Antwortblatt.

·
·
·

• •

Der Zenitwinkel  $\theta$ , der Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und der Azimutwinkel  $\gamma_s$  sind von diesen Größen abhängig:

- Tag n des Jahres
- Zeit t seit Beginn des Tages
- Breitengrad  $\phi$  des Standorts.
- Längengrad l des Standorts.
- Zeitzone tz des Standorts.

Falls du nicht weißt wie die Breitengrade festgelegt sind, kannst du <u>hier ("/help/wdh\_gradnetz.ipynb</u>) dein Wissen kurz auffrischen.

Wir beschränken uns bei der Betrachtung der Winkel zunächst wieder auf einen der drei Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast, eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

```
In [1]: # # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupAB3.jl");

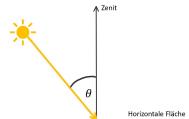
# Längengrad
1 = #=NaN; =# 8.41; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Breitengrad
phi = #=NaN; =# 49.01; # Ersetze das NaN durch den Breitengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone
tz = #=NaN; =# 1; # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.
```

#### Teil 2: Berechnung des Zenitwinkels der Sonne

Zunächst werden wir uns den **Zenitwinkel**  $\theta$  genauer anschauen. Als Zenitwinkel wird der Winkel zwischen der Senkrechten, die zum Zenit zeigt, und der direkten Linie zur Sonne bezeichnet.



Der Zenitwinkel  $\theta$  kann über die folgende Formel berechnet werden:

 $\cos(\theta) = \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(\omega) + \sin(\phi)\sin(\delta)$ 

#### a) Zenitwinkel in Abhängigkeit von der Tageszeit

Durch Aufrufen der Funktion theta(t,tz,1,n,phi) kannst du dir den Zenitwinkel an einem beliebigen Tag n zu einer beliebigen Tageszeit t ausgeben lassen.

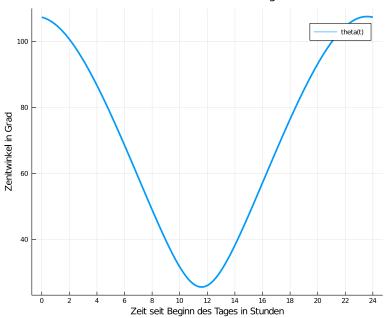


Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres und das zweite NaN durch eine beliebige Uhrzeit t an diesem Tag. Führe den Code anschließend aus. Dir wird nun der Zenitwinkel für die von dir gewählten Daten ausgegeben. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der der Zenitwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

Der Zenitwinkel am 172. Tag des Jahres zur Zeit t = 12 h beträgt 26.032°.

#### Out[2]:

#### Zenitwinkel als Funktion der Tageszeit



#### b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels

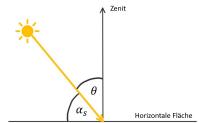
- Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.
- Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.
- $\bullet~$  Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies bedeutet.



Notiere deine Ergebnisse zu diesen drei Punkten auf deinem Antwortblatt.

#### Teil 3: Berechnung des Sonnenhöhenwinkels

Als **Sonnenhöhenwinkel**  $\alpha_s$  wird der Winkel zwischen einer horizontalen Fläche und der Linie zur Sonne bezeichnet.



Stelle nun eine Formel zur Berechnung des Sonnenhöhenwinkels  $\alpha_s$  auf. Du kannst die Funktion theta(t,tz,1,n,phi) verwenden.



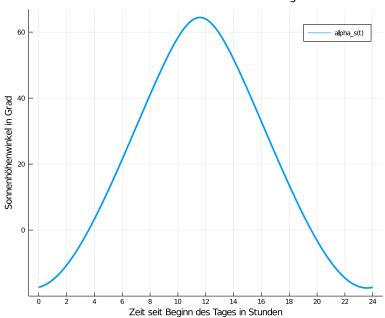
Ersetze das NaN durch eine Formel zur Berechnung des Sonnenhöhenwinkels. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Sonnehöhenwinkel ausgegeben. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der der Sonnenhöhenwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

 $Falls \ du \ Hilfe \ ben\"{o}tigst, \ kannst \ du \ dir \ hier \ eine \ \underline{Hilfekarte \ (\underline{../help/help05.ipynb)}} \ anschauen.$ 

```
In [3]: # Berechnung des Sonnenhöhenwinkels
alpha_s(t,tz,l,n,phi) = #=NaN; =# 90-theta(t,tz,l,n,phi) # Ersetze das NaN durch eine Formel zur
# Hier nichts ändern!
checkAlphaS(t,tz,l,n,phi,alpha_s)
```

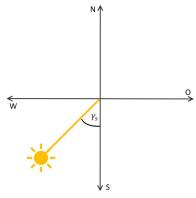
√ Deine Formel zur Berechnung des Sonnenhöhenwinkels ist richtig. Der Sonnenhöhenwinkel am 172. Tag des Jahres zur Zeit t = 12 h beträgt 63.968°.

### Out[3]: Sonnenhöhenwinkel als Funktion der Tageszeit



#### Teil 4: Berechnung des Sonnenazimutwinkels

Im letzten Teil dieses Arbeitsblatts werden wir uns den **Sonnenazimutwinkel**  $\gamma_s$  genauer anschauen. Der Sonnenazimutwinkel gibt die Abweichung der Sonnenposition bezogen auf Süden an. Die Abweichung in östliche Richtung wird mit negativem Vorzeichen und die Abweichung in westliche Richtung mit positivem Vorzeichen angegeben.



Der Sonnenazimutwinkel  $\gamma_{s}$  kann über die folgende Formel bestimmt werden:

$$\gamma_s = \operatorname{sgn}(\omega) \cdot \left| \operatorname{arccos} \left( \frac{\cos(\theta) \sin(\phi) - \sin(\delta)}{\sin(\theta) \cos(\phi)} \right) \right|$$

Falls du die Funktion f mit  $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$  nicht kennst, findust du hier ("/help/info\_sgn.ipynb) eine kurze Einführung. Durch Aufrufen der Funktion\_gamma\_s(t,tz,n,1,phi) kannst du dir den Azimutwinkel an einem beliebigen Tag n zu einer beliebigen Tageszeit t ausgeben lassen.



Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres und das zweite NaN durch eine beliebige Uhrzeit t an diesem Tag. Führe den Code anschließend aus. Dir wird nun der Azimutwinkel für die von dir gewählten Daten ausgegeben. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der der Azimutwinkel gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

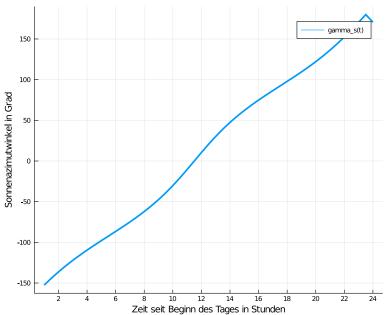
```
In [4]: N
# Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 255; # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag zwischen 1 und 365.

# Tageszeit t in Stunden
t = #=NaN; =# 12; # Ersetze das NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h.

# Hier nichts ändern!
gamma_s(t,tz,l,n,phi); plotGammaS(t,gamma_s)
```

Der Sonnenazimutwinkel am 255. Tag des Jahres zur Zeit t = 12 h beträgt 10.387°.

#### Out[4]: Sonnenazimutwinkel als Funktion der Tageszeit



#### Fazit:

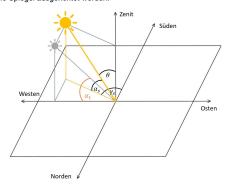
Nachdem wir nun die wichtigsten Winkel zur Beschreibung des Sonnenstands kennengelernt haben, werden wir auf dem nächsten Arbeitsblatt ("/worksheets/AB4-SuS.ipynb) den transversalen Einfallswinkel bestimmen. Dieser Winkel ist bei der späteren Ausrichtung der Spiegel von großer Bedeutung.

### B.4. Arbeitsblatt 4

# Arbeitsblatt 4: Berechnung des transversalen Einfallswinkels

#### Einleitung:

Unser Ziel auf diesem Arbeitsblatt ist es, eine Formel für den **transversalen Einfallswinkel**  $\alpha_t$  der Sonnenstrahlen aufzustellen. Dieser beschreibt den Winkel zwischen der Ost-West-Achse und der Projektion des Sonnenstands in die Transversalebene. Der transversale Einfallswinkel ist von großer Bedeutung bei der Modellierung eines Fresnelkraftwerks, da mit Hilfe dieses Winkels die Spiegel ausgerichtet werden.



Wir beschränken uns bei der Berechnung zunächst wieder auf einen der drei Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast, eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

```
In [1]: # # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupAB4.jl");

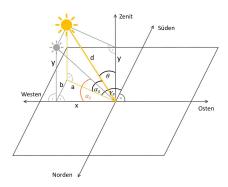
# Längengrad
l = #=NaN; =# -116.89; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Breitengrad
phi = #=NaN; =# 34.86; # Ersetze das NaN durch den Breitengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone
tz = #=NaN; =# -8; # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.
```

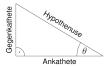
#### Teil 1: Berechnung der x- und y-Komponenten

Um eine Formel zur Berechnung des transversalen Einfallswinkels herzuleiten, bestimmen wir zunächst die x- und y- **Komponente**n des Sonnenstands (siehe Abbildung). Wir beschränken uns zunächst auf den Fall, dass der Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  zwischen 0° und 90° liegt. Dies gilt für die Nachmittagsstunden.



Stelle eine Formel zur Berechnung der x- und y-Komponente in Abhängigkeit von d, dem Abstand zwischen Sonne und Erde, auf. Du kannst die Funktionen theta(t,tz,l,n,phi), alpha\_s(t,tz,l,n,phi) und gamma\_s(t,tz,l,n,phi) von Arbeitsblatt 3 und d für den Abstand zwischen Sonne und Erde verwenden.

Hinweis: Nutze die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck:



$$\begin{split} \sin(\theta) &= \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Hypothenuse}} \\ \cos(\theta) &= \frac{\text{Länge Ankathete}}{\text{Länge Ankathete}} \\ \tan(\theta) &= \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Ankathete}} \end{split}$$



Ersetze das erste NaN durch eine Formel für die x-Komponente und das zweite NaN durch eine Formel für die y-Komponente. Führe den Code anschließend aus.

#### Hinweis:

Der Sinus, Cosinus und Tangens werden im Code mit sind(), cosd() und tand() eingegeben. Das d steht dabei für die verwendete Einheit Gradmaß (engl. **degree**).

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir <a href="https://help/lelp06x.ipynb">hilfe hilfe karte für die x-Komponente und hier hilfe h

```
In [2]: # Hier nichts ändern!
n = 172; t = 14

# x-Komponente
x = #=NaN; =# d*cosd(alpha_s(t,tz,l,n,phi))*cosd(90-gamma_s(t,tz,l,n,phi)) # Ersetze das NaN durc
# y-Komponente
y = #=NaN; =# d*cosd(theta(t,tz,l,n,phi)) # Ersetze das NaN durch eine Formel zur Berechnung der
# Hier nichts ändern!
checkCoordinates(t,tz,l,n,phi,x,y)
```

 ${m \checkmark}$  Deine Lösung ist für die x-Komponente und die y-Komponente korrekt.

#### Teil 2: Berechnung des transversalen Einfallswinkel

#### a) Berechnung des transversalen Einfallswinkels für $\gamma_{\scriptscriptstyle S} \in [0^\circ, 90^\circ]$

Wir kennen nun die x- und y-Komponente des Sonnenstands. Stelle nun mit Hilfe dieser beiden Komponenten eine Formel für den **transversalen Einfallswinkel** für den Fall  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$  auf. Nutze hierzu wieder die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck.



Ersetze das NaN durch eine Formel zur Berechnung des transversalen Einfallswinkel. Du kannst die Komponenten  $\times$  und y, die du in der vorherigen Aufgaeb bestimmt hast, verwenden. Führe den Code anschließend aus.

 $\textbf{Hinweis:} \ \mathsf{Die} \ \mathsf{Arkusfunktionen} \ \mathsf{werden} \ \mathsf{im} \ \mathsf{Code} \ \mathsf{mit} \ \ \mathsf{asind()} \ , \ \mathsf{acosd()} \ \ \mathsf{und} \ \ \mathsf{atand()} \ \ \mathsf{eingegeben}.$ 

 $Falls\ du\ Hilfe\ ben\"{o}tigst,\ kannst\ du\ dir\ hier\ eine\ \underline{Hilfekarte\ (../help/help07.ipynb)}\ anschauen.$ 

 $\checkmark$  Deine Formel zur Berechnung des transversalen Einfallswinkels ist richtig. Der transversale Einfallswinkel beträgt 65.517°.

#### b) Berechnung des transversalen Einfallswinkels zu einer beliebigen Tageszeit

Um den transversalen Einfallswinkel zu jeder Tageszeit t berechnen zu können, müssten wir noch drei weitere Fälle betrachten:

- $\gamma_s < -90^\circ$  (Morgenstunden)
- $\gamma_s \in [-90^\circ, 0^\circ)$  (Vormittagsstunden)
- $\gamma_s > 90^\circ$  (Abendstunden).

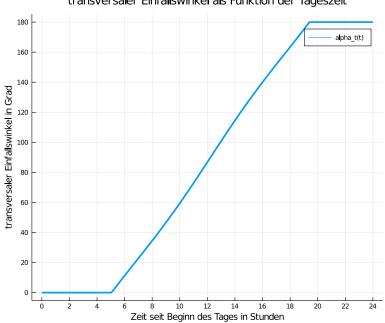
Um auf dem nächsten Arbeitsblatt mit der Ausrichtung eines Spiegel weitermachen zu können, ohne die drei weiteren Fälle noch zu modellieren, steht dir die Funktion  $alpha_t(t,tz,l,n,phi)$  zur Verfügung. Durch Aufrufen dieser Funktion kannst du dir den transversalen Einfallswinkel an einem beliebigen Tag n zu einer beliebigen Tageszeit t ausgeben lassen.



Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres und das zweite NaN durch eine beliebige Uhrzeit t an diesem Tag. Führe den Code anschließend aus. Dir wird nun der transversale Einfallswinkel für die von dir gewählten Daten ausgegeben. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der der transversale Einfallswinkel gegen die Tageszeit aufgetragen int

Der transversale Einfallswinkel am 172. Tag des Jahres zur Zeit t = 12 h beträgt 86.78°.

#### Out[4]: transversaler Einfallswinkel als Funktion der Tageszeit



#### c) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des transversalen Einfallswinkels

Erkläre wann und warum der transversale Einfallswinkel den Wert 0° bzw. den Wert 180° annimmt.



Notiere deine Ergebnisse auf deinem Antwortblatt.

#### Fazit:

Wir kennen jetzt den transversalen Einfallswinkel und können nun auf dem <u>nächsten Arbeitsblatt ("/worksheets/ABS-SuS.ipynb</u>) die Ausrichtung der Spiegel modellieren.

#### Arbeitsblatt 5: Ausrichtung eines Spiegels unter dem Rohr

#### Einleitung:

Nachdem wir auf Arbeitsblatt 4 den transversalen Einfallswinkel bestimmt haben, werden wir auf diesem Arbeitsblatt den **Neigungswinkel**  $\gamma$  bestimmen, um den der Spiegel geneigt werden muss, damit die Strahlen optimal auf das Absorberrohr reflektiert werden

Wir beschränken uns bei der Berechnung zunächst wieder auf einen der drei Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast einneben



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

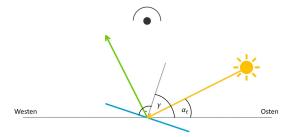
```
In [1]: # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupAB5.jl");

# Längengrad
1 = #=NaN; =# 8.41; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Breitengrad
phi = #=NaN; =# 49.01; # Ersetze das NaN durch den Breitengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone
tz = #=NaN; =# 1; # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.
```

Wir betrachten im Folgenden nur **einen einzigen Spiegel**, der sich direkt **unter dem Rohr** befindet. Diese Situation ist in der folgenden Abbildung dargestellt. Der **Neigungswinkel**  $\gamma$  des Spiegels ist der Winkel zwischen der Senkrechten auf den Spiegel (im Bild grau dargestellt) und dem Boden.



Damit der reflektierte Sonnenstrahl (im Bild grün) genau auf das Absorberrohr trifft, muss der Neigungswinkel des Spiegels stets an den transversalen Einfallswinkel der Sonnenstrahlen angepasst sein. Weil sich der Sonnenstand im Verlauf des Tages ändert, muss auch der Spiegel während des Tages gedreht werden.

#### Teil 1: Ausrichtung des Spiegels zu einer konkreten Tageszeit

Als erstes verschaffen wir uns einen Eindruck von dem Verlauf der einfallenden und reflektierten Sonnenstrahlung je nach gewählter Neigung des Spiegels.

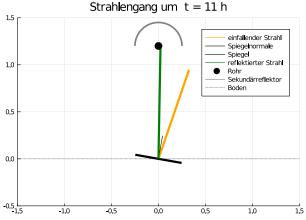


 $\textit{Ersetze das erste} \hspace{0.2cm} \textit{NaN} \hspace{0.2cm} \textit{durch einen beliebigen Tag} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{zwischen 1 und 365 und das zweite} \hspace{0.2cm} \textit{NaN} \hspace{0.2cm} \textit{durch eine Tageszeit t} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textrm{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textrm{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textrm{n} \hspace{0.2cm} \textit{n} \hspace{0.2cm} \textrm{n} \hspace{0.2cm}$  $zwischen\ 0\ h\ und\ 24\ h.\ Mithilfe\ der\ Funktion\ \ a Lpha\_t(t,tz,l,n,phi)\ \ wird\ dann\ der\ Einfallswinkel\ der\ Sonnenstrahlen$ ausgegeben. Ersetze das dritte NaN durch einen Wert für den Neigungswinkel  $\gamma$ . Führe den Code anschließend aus. Es erscheint eine Abbildung, die den Strahlenverlauf zu der gewählten Tageszeit zeigt.

Versuche gamma so zu wählen, dass der reflektierte Strahl auf das Rohr fällt.

```
In [2]: ▶ # Tag n des Jahres
            n = #=NaN; =# 67 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag zwischen 1 und 365.
             # Tageszeit t in Stunden
            t = #= NaN; =# 11 # Ersetze NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h.
            # Neigungswinkel in Grad
gammal = #= NaN; =# 80 # Ersetze NaN durch einen beliebigen Winkel im Gradmaß.
             alpha1 = alpha\_t(t,tz,l,n,phi); \ plotSimpleFresnel(t,tz,l,n,phi,gamma1,alpha1)
```

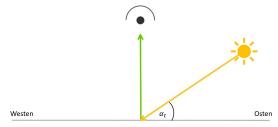
Out[2]:



Vermutlich hast du den Neigungswinkel  $\gamma$  in der Grafik durch Ausprobieren so wählen können, dass der reflektierte Strahl das Rohr trifft! Wählen wir in Teil 1 jedoch eine andere Tageszeit und damit einen anderen Einfallswinkel  $\alpha_t$ , so muss auch der Neigungswinkel  $\gamma$  wieder angepasst werden, damit die Sonnenstrahlen wie gewünscht reflektiert werden. Das ist per Hand ziemlich umständlich! Ziel ist es deswegen **eine Formel** zur Berechnung des korrekten Neigungswinkels  $\gamma$  aufzustellen, **die** vom aktuellen Einfallswinkel der Sonnenstrahlen  $\alpha_t$  abhängt.

#### Teil 2: Reflexionsgesetz

Die untere Abbildung zeigt, wie der reflektierte Strahl zum einfallenden Strahl stehen muss, damit er genau auf das Absorberrohr trifft. Jedoch fehlt in dieser Abbildung der Spiegel.





Wie muss der Spiegel eingezeichnet werden, damit die dargestellte Reflexion **physikalisch korrekt** ist? Ergänze die Zeichnung auf deinem Antwortblatt um den **Spiegel** und die **Senkrechte auf den Spiegel**, sodass eine physikalisch korrekte Reflexion entsteht. Zeichne auch den Neigungswinkel γ ein.

#### Teil 3: Formel zur Berechnung des Neigungswinkels

Stelle nun eine Formel für den Neigungswinkel  $\gamma$  auf. Du kannst die Funktion alpha\_t(t,tz,l,n,phi) verwenden.



Ersetze das erste NaN durch eine beliebige Tageszeit t zwischen 0 h und 24 h. Ersetze das zweite NaN durch eine Formel, die von  $alpha_t(t,tz,1,n,phi)$  abhängt und mit der der gesuchte Neigungswinkel  $\gamma$  berechnet werden kann. Führe den Code anschließend aus. Julia erstellt für die gewählte Zeit t und mit deiner Funktion für  $\gamma$  eine Abbildung. Wenn du alles richtig gemacht hast, fällt der reflektierte Sonnenstrahl genau auf das Absorberrohr - und zwar unabhängig von deiner Wahl für  $\alpha$ .

Tipp: Du kannst deine angefertigte Zeichnung zur Hilfe nehmen. Berücksichtige auch den Fall, dass die Sonne aus Westen kommt, also  $\alpha_t \in (90, 180)$  gilt.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help08.ipynb) ansehen.

```
In [3]: ## Tageszeit t in Stunden

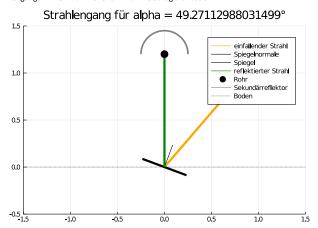
t = #= NaN; =# 10; # Ersetze NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h.

# Berechnung von Gamma
gamma(t,tz,l,n,phi) = #= NaN; =# (alpha_t(t,tz,l,n,phi) + 90) / 2 # Ersetze NaN durch eine Formel,

# Hier nichts ändern!
checkReflection(t, alpha_t, gamma)
```

✓ Deine Formel zur Berechnung des Neigungswinkels ist korrekt. Der Neigungswinkel zur Zeit t = 10 h beträgt 69.636°.





#### Fazit:

Wir haben den Spiegel nun so eingestellt, dass der mittlere reflektierte Strahl direkt auf das Rohr fällt.

Gleich geht es mit dem **2. Teil des Workshops** weiter! Zuvor werden wir die Ergebnisse kurz im Plenum diskutieren. In der Zwischenzeit kannst du das folgenden Zusatzblatt zur Berechnung des Sonnenauf- und untergangs sowie der Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag bearbeiten. Öffne dazu das <u>Zusatzblatt 1 (/ZusatzAB1-SuS.ipynb)</u>.

#### B.6. Arbeitsblatt 6

# Arbeitsblatt 6: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

- Notiere deine Ergebnisse während dem Bearbeiten der Arbeitsblätter des zweiten Teils des Workshops auf diesem Antwortblatt ("/printables/Antwortblatt2.pdf).
- Du kannst deine Eingaben in den Codefeldern des zweiten Teils des Workshops auf diesem <u>Dokumentationsblatt</u> ("/printables/Dokublatt2.pdf) festhalten.

#### Einleitung:

Im zweiten Teil des Workshops werden wir schrittweise die Effizienz eines Kraftwerks modellieren und der Frage nachgehen, welcher Standort sich optimal für ein Fresnelkraftwerk eignet. Hierbei ist unter anderem die Leistung eines Kraftwerks von Bedeutung. Die **Leistung** P bezeichnet die in einer bestimmten Zeitspanne  $\Delta t$  umgesetzte Energie  $\Delta E$ . Es gilt:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Mithilfe der Leistung kann dann anschließend die Energie, die über einen Tag oder ein Jahr einfällt berechnet werden.

Wir beschränken uns bei der Modellierung zunächst wieder auf einen der Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast, eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

#### Teil 1: Solarkonstante

Wir können uns die Sonne als einen gigantischen Funktionsreaktor vorstellen, in dessen Inneren je vier Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern verschmelzen. Die bei dieser Kernfusion frei werdende Energie gibt die Sonne in Form von Strahlung in den Weltraum ab. Sie strahlt kontinuierlich eine **Strahlungsleistung** von  $3.845 \cdot 10^{26} \mathrm{W}$  in alle Richtungen ab. Auf der Erde kommt jedoch nur ein minimaler Anteil davon an. Die auf der Erde im Durchschnitt pro Quadratmeter ankommende Leistung wird als **Solarkonstante** bezeichnet und hat die Einheit **Watt pro Quadratmeter** ( $\frac{W}{c}$ ).

Stelle eine Formel zur Berechnung der Solarkonstanten auf. Du kannst die folgenden Größen in deiner Formel verwenden:

- von der Sonne abgestrahlte Leistung: P\_sun =  $3.845 \cdot 10^{26} W$ ,
- Abstand zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde:  $d = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .



Ersetze das NaN durch eine Formel, mit der du die Solarkonstante berechnen kannst. Du kannst die Größen P\_sun und d in deinem Code verwenden. Führe den Code anschließend aus. Falls du alles richtig gemacht hast, wird dir der Wert der Solarkonstant angezeigt. Sie hat die Einheit Watt pro Quadratmeter (W/m^2).

**Hinweis:** Die Kreiszahl  $\pi$  wird in Julia mit pi eingegeben.

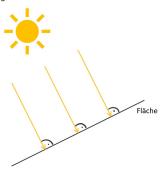
Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine <u>Hilfekarte (../help/help14.ipynb)</u> ansehen.

 $\checkmark$  Deine Formel zur Berechnung der Solarkonstante ist korrekt. Es gilt G = 1367.172 W/m^2.

# Teil 2: Bestrahlungsstärke auf einer Fläche senkrecht zur einfallenden Strahlung

#### a) Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres

Die Umlaufbahn der Erde um die Sonne ist kein perfekter Kreis. Der Abstand zwischen der Erde und der Sonne ändert sich also im Laufe des Jahres. Diese Veränderung und deren Einfluss auf die Solarkonstante G musst du nicht selbst modellieren, stattdessen erhälst du die Funktion <code>I\_normal(n)</code>, in der dieser Einfluss berücksichtigt ist. Diese Funktion gibt die Leistung pro Quadratmeter (**Bestrahlungsstärke**) aus, die auf einer Fläche, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist, an einem beliebigen Tag n des Jahres ankommt.



Gib zunächst verschiedene Tage n ein und lasse dir die zugehörige Bestrahlungsstärke ausgegeben. Die Bestrahlungsstärke hat, wie die Solarkonstante, die Einheit **Watt pro Quadratmeter**  $(\frac{W}{m^2})$ .



Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres zwischen 1 und 365. Führe den Code aus. Dir wird die Bestrahlungsstärke auf einer Oberfläche senkrecht zur einfallenden Strahlung am Tag n ausgegeben. Außerdem erscheint eine Abbildung, in der die Bestrahlungsstärke über die Zeit im Jahr aufgetragen ist.

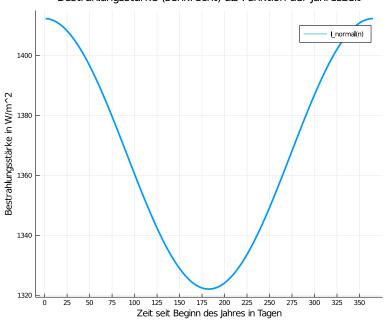
```
In [3]: ► # Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 240 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag des Jahres zwischen 1 und 365.

# Hier nichts ändern!
I_normal(n); plotI_normal(n)
```

Die Bestrahlungsstärke am 240. Tag des Jahres beträgt 1342.41 W/m^2.

Out[3]:

### Bestrahlungsstärke (senkrecht) als Funktion der Jahreszeit



#### b) Interpretation der Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres

Beschreibe wie sich die Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres verändert. Erkläre was dies im Hinblick auf den Abstand zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde bedeutet.



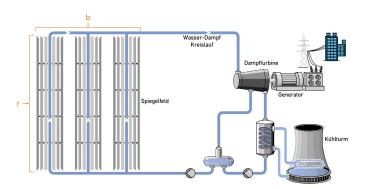
Notiere deine Ergebnisse auf deinem Antwortblatt.

#### Teil 3: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

Im letzten Teil dieses Arbeitsblatts werden wir die Leistung berechnen, die das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks erreicht. Wir haben bisher immer eine Fläche betrachtet, die senkrecht zur Sonnenstrahlung ausgerichtet ist. Das Spiegeldfeld des Kraftwerks wird als eine horizontale Fläche modelliert. Die Leistung, die dieses Spiegelfeld erreicht, ist somit vom Zenitwinkel der Sonnenstrahlung abhängig. Es gilt, je spitzer der Zenitwinkel, desto größer die eintreffende Leistung. Dieser Effekt wird auch als Kosinuseffekt bezeichnet.

#### a) Spiegelfeld eines Kraftwerks

Als erstes legen wir die Größe (Länge r und Breite b) des Spiegelfelds eine Fresnelkraftwerks fest.



## $Q_{\alpha}\Box$

Recherchiere im Internet, wie groß das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks (z. B. Puerto Errado 2 in Spanien) ist. Falls du keine genauen Angaben zur Länge r und Breite b des Spiegelfelds findest, kannst du annehmen, dass eine Spiegelreihe 1000 m lang ist. Ersetze das erste NaN durch die Länge r des Spiegelfelds und das zweite NaN durch die Breite b des Spiegelfelds. Führe den Code anschließend aus. Die Größen r und b werden nun im Hintergrund gespeichert.

```
In [4]: N
# Länge des Spiegelfelds in Metern
r = #=NaN; =# 1000; # Ersetze das NaN durch die Länge des Spiegelfelds.

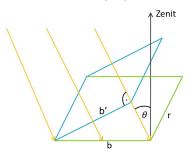
# Breite des Spiegelfelds in Metern
b = #=NaN; =# 302; # Ersetze das NaN durch die Breite des Spiegelfelds.

# Hier nichts ändern!
saverb(r,b)
```

Die Länge r = 1000 m und Breite b = 302 m des Spiegelfelds wurden im Hintergrund gespeichert.

#### b) Flächenberechnung

Da sich der Zenitwinkel der Sonnenstrahlung im Tagesverlauf ändert, ist auch die Leistung, die das Speigelfeld des Kraftwerks erreicht, von der Tageszeit abhängig. Wir führen zur Berechnung der Leistung, die das Spiegelfeld erreicht, eine imaginäre Hilfsfläche ein, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist.



Die Hilfsfläche (blau) nimmt die gleiche Leistung durch die Sonnenstrahlen auf wie das Spiegelfeld des Kraftwerks (grün), sie steht jedoch senkrecht zu der einfallenden Strahlung. Die Leistung, die die Hilfsfläche erreicht, können wir also mit Hilfe der Bestrahlungsstärke  $I_{normal}$  berechnen.

Stelle eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts der Hilfsfläche auf. Verwende dabei die Länge r und die Breite b des Spiegelfelds von Teil a) sowie den Zenitwinkel  $\theta$  von Arbeitsblatt 3.

Hinweis: Nutze die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck:



$$\begin{split} \sin(\theta) &= \frac{\text{L\"{a}nge Gegenkathete}}{\text{L\"{a}nge Hypothenuse}} \\ \cos(\theta) &= \frac{\text{L\'{a}nge Ankathete}}{\text{L\'{a}nge Hypothenuse}} \\ \tan(\theta) &= \frac{\text{L\'{a}nge Gegenkathete}}{\text{L\'{a}nge Ankathete}} \end{split}$$



Ersetze im folgenden Code das erste NaN durch eine beliebige Tageszeit t zwischen 0 h und 24 h und das zweite NaN durch eine Formel, die von r, b und theta(t,tz,l,n,phi) abhängt und mit der du den Flächeninhalt der Hilfsfläche berechnen kannst. Führe den Code anschließend aus.

#### Hinweis:

Der Sinus, Cosinus und Tangens werden im Code mit sind(), cosd() und tand() eingegeben. Das d steht dabei für die verwendete Einheit Gradmaß (engl. **degree**).

 $Falls \ du \ Hilfe \ ben\"{o}tigst, \ kannst \ du \ dir \ hier \ eine \ \underline{Hilfekarte \ (../help/help15.ipynb)} \ ansehen.$ 

```
In [5]: # Tageszeit t in Stunden
t = #=NaN; =# 12 # Ersetze das NaN durch eine beliebige Tageszeit zwischen 0 h und 24 h.

# Flächeninhalt der Hilfsfläche
A_help(t,tz,l,n,phi,r,b) = #=NaN; =# r * cosd(theta(t,tz,l,n,phi)) * b # Ersetze das NaN durch ei
# Hier nichts ändern!
checkAhelp(t,tz,l,n,phi,r,b,A_help)
```

✓ Deine Formel für den Flächeninhalt der Hilfsfläche ist richtig.

#### c) Berechnung der Leistung auf dem Spiegelfeld des Kraftwerks

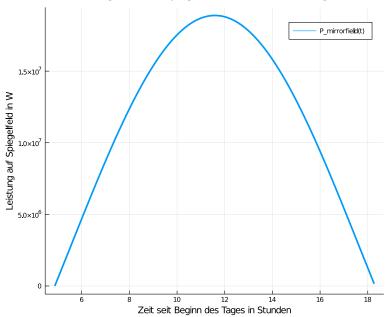
Stelle nun eine Formel auf, mit der du die Leistung  $P_{\rm mirrorfield}$ , die auf dem Spiegelfeld der Länge r und Breite b ankommt, berechnen kannst. Du kannst die Funktionen I\_normal(n) , theta(t,tz,l,n,phi) und A\_help(t,tz,l,n,phi,r,b) verwenden.



Ersetze das NaN durch eine Formel in I\_normal(n) und A\_help(t,tz,l,n,phi,r,b), welche die Leistung berechnet, die das Spiegelfeld der Länge r und Breite b erreicht. Führe den Code anschließend aus. Es erscheint eine Abbildung, in der die Leistung auf dem Spiegelfled gegen die Tageszeit aufgetragen ist.

 $\checkmark$  Deine Formel zur Berechnung der Leistung, die auf das Spiegelfeld trifft, ist korrekt. Die Leistung beträgt P\_mirrorfield = 3.10032837795e8 W.

Out[6]: Leistung auf dem Spiegelfeld als Funktion der Tageszeit



### Fazit:

Wir kennen nun die potenziell nutzbare Leistung, die auf das Spiegelfeld eines Kraftwerks zu einer bestimmten Uhrzeit an einem bestimmten Tag einfällt. Auf dem <u>nächsten Arbeitsblatt ("/worksheets/AB7-SuS.ipynb</u>) werden wir den optimalen Standort für ein Fresnelkraftwerk suchen.

#### B.7. Arbeitsblatt 7

#### Arbeitsblatt 7: Optimaler Standort für ein Solarkraftwerk

#### Einleitung:

Vor dem Bau eines Fresnelkraftwerks stellt sich die Frage, welcher Standort besonders geeignet ist. Um diese Frage zu beantworten, betrachtet man die Leistung bzw. die Energie, die ein Kraftwerk an einem beliebigen Ort der Erde liefern

Du musst die täglich bzw. jährlich einfallende Energie nicht selbst modellieren, stattdessen erhälst du die Funktionen  ${\tt E\_daily(tz,l,n,phi,r,b)} \ \ {\tt und} \ \ {\tt E\_yearly(tz,l,n,phi,r,b)} \ . \ {\tt Diese \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \"{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \'{\tt uber \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \'{\tt uber \ beiden \ beiden \ Funktionen \ geben \ die \ Energie, \ die \ \'{\tt uber \ beiden \ beiden \ beiden \ beiden \ beiden \ beiden \ Gangle \$ einen Tag bzw. über ein Jahr einfällt, in Wattstunden (Wh) aus. Falls du diese beiden Funktionen selbst herleiten willst, kannst du das Zusatzblatt 2 (../worksheets/ZusatzAB2-SuS.ipynb) bearbeiten.

Ziel dieses Arbeitsblatts ist es, den Standort (Breitengrad  $\phi$ ) zu finden, für den die Leistung bzw. die Energie maximal ist.

Bei der Suche beschränken wir uns auf den Nullmeridian, also  $l=0^{\circ}$ , und damit auf die Zeitzone tz=0. Außerdem betrachten wir ein Spiegelfeld der Länge  $r=1000\,\mathrm{m}$  und Breite  $b=302\,\mathrm{m}$  .



Führe das folgende Codefeld aus, damit diese Parameter im Hintergrung gespeichert werden.

```
In [1]: ▶ # Hier nichts ändern!
               include("../code/SetupAB7.jl");
               # --- Festlegung der Parameter --- #
               1 = 0;
               l = 0; # Längengrad
tz = 0; # Zeitzone
               r = 1000; # Länge des Spiegelfleds
b = 302; # Breite des Spiegelfelds
```

#### Teil 1: Breitengrad $\phi$ , für den die Leistung maximal ist

Als erstes betrachten wir die Leistung, die auf dem Spiegelfeld der Länge r und Breite b einfällt. Ziel ist es, an einem festgelegten Tag n und zu einer bestimmten Uhrzeit t den Breitengrad  $\phi$  so zu wählen, dass die Leistung auf dem Spiegelfeld maximal wird. In der Mathematik stellt dies ein Optimierungsproblem dar. Die Funktion, deren optimaler Wert bestimmt werden soll, wird als **Zielfunktion** bezeichnet. In diesem Fall ist also f mit  $f(\phi) = P_{\text{mirrorfield}}(t, tz, l, n, \phi, r, b)$ die Zielfunktion.

Wir betrachten im Folgenden konkret den 21. Juni, den 20. September und den 21. Dezember zu den Uhrzeiten 9:30 Uhr, 12:00 Uhr und 15:00 Uhr.

#### a) Optimalen Breitengrad $\phi$ am Graphen ablesen

Zunächst werden wir den optimalen Breitengrad grafisch bestimmen. Dazu betrachten wir den Graphen der Funktion f mit  $f(\phi) = P_{\text{mirrorfield}}(t, tz, l, n, \phi, r, b)$  für festgelegte Werte t, tz, l, n, r und b.

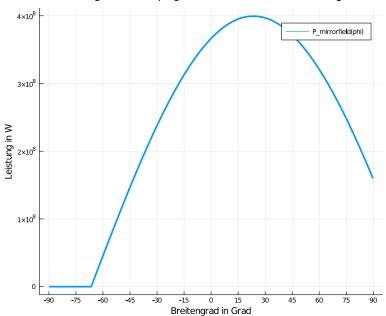


Ersetze das erste NaN durch den Tag n und das zweite NaN durch die Tageszeit t. Führe den Code anschließend aus. Dir  $\textit{wird der Graph der Funktion} \hspace{0.2cm} \texttt{f(phi)} = \texttt{P\_mirrorfield(t,tz,l,n,phi,r,b)} \hspace{0.2cm} \textit{ausgegeben. Lies aus dem Graphen den} \\$ Breitengrad  $\phi$  ab, für den die Leistung maximal ist. Notiere dein Ergebnis in der Tabelle auf deinem Antwortblatt. Ändere anschließend den Tag n und die Tageszeit t und führe den Code erneut aus.

```
In [2]: N
# Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 172 # Ersetze das NaN durch den Tag des Jahres.
# Tageszeit t in Stunden
t = #=NaN; =# 12 # Ersetze das NaN durch die Tageszeit.
#Hier nichts ändern!
plotPphi(phi)
```

Out[2]:

#### Leistung auf dem Spiegelfeld als Funktion des Breitengrads



#### b) Interpretation der grafischen Ergebnisse

- Erkläre was es bedeutet, wenn die Leistung für einen Breitengrad  $\phi$  den Wert 0 annimmt.
- Erläutere warum des Maximum der am 21. Juni um 12:00 Uhr einfallenden Leistung bei  $\phi pprox 24^\circ$  liegt.



Notiere deine Ergebnisse zu diesen beiden Punkten auf deinem Antwortblatt.

#### c) Optimalen Breitengrad $\phi$ mit Hilfe von Julia bestimmen

Das Ablesen der Lösung am Graphen liefert nicht immer die perfekte Lösung, da es oft sehr ungenau ist. Die Programmiersprache Julia bietet die Möglichkeit mit Hilfe eines Optimierungstools den Standort  $\phi$ , für den die Leistung maximal ist, **näherungsweise** mit dem Computer zu bestimmen. Hierzu müssen wir einen **Suchbereich** festlegen, in dem wir nach dem Optimum suchen möchten.



Ersetze das erste NaN durch den Tag n und das zweite NaN durch die Tageszeit t. Lege eine linke und rechte Grenze für den Suchbereich fest. Ersetze das zweite und dritte NaN durch die Grenzen, die du gewählt hast. Führe den Code anschließend aus. Julia berechnet für dich den Breitengrad  $\phi$ , für den die Leistung maximal ist. Notiere dein Ergebnis in der Tabelle auf deinem Antwortblatt. Ändere anschließend den Tag n und die Tageszeit t sowie den Suchbereich und führe den Code erzeit sie.

#### Hinweis

- Der Suchbereich muss als Kommazahl eingegeben werden, also ist beispielsweise 23 = 23.0.
- Die Ausgabe 3.05e8 entspricht  $3.05 \cdot 10^8$  .

```
In [3]: # Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 172 # Ersetze das NaN durch den Tag des Jahres.

# Tageszeit t in Stunden
t = #=NaN; =# 12 # Ersetze das NaN durch die Tageszeit.

# Linke Grenze des Suchbereichs
phileft_P = #=NaN; =# -90.0 # Ersetze das NaN durch die Linke Grenze des Suchbereichs.

# rechte Grenze des Suchbereichs
phiRight_P = #=NaN; =# 90.0 # Ersetze das NaN durch die rechte Grenze des Suchbereichs.

# Hier nichts ändern!
optimizeP(t,tz,l,n,r,b,phileft_P,phiRight_P)
Optimaler Standort: phi = [23 45913174074174] Grad.
```

Optimaler Standort: phi = [23.45013174074174] Grad. Maximale Leistung:  $P_{mirrorfield} = 3.9947718253819877e8$  W

# Teil 2: Breitengrad $\phi$ , für den die täglich einfallende Energie maximal ist

Als nächstes betrachten wir die Energie, die auf dem Spiegelfeld der Länge r und Breite b über einen Tag einfällt. Ziel ist es, an einem festgelegten Tag n den Breitengrad  $\phi$  so zu wählen, dass die Gesamtenergie über einen Tag auf dem Spiegelfeld maximal wird. Unsere Zielfunktion ist nun also g mit  $g(\phi)=E_{\rm daily}(tz,l,n,\phi,r,b)$ .

Wir betrachten im Folgenden konkret wieder den 21. Juni, den 20. September und den 21. Dezember.

#### a) Optimalen Breitengrad $\phi$ am Graphen ablesen

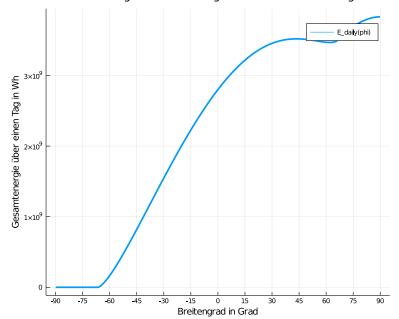
Zunächst werden wir den optimalen Breitengrad wieder grafisch bestimmen. Dazu betrachten wir den Graphen der Funktion g mit  $g(\phi) = E_{\text{daily}}(tz, l, n, \phi, r, b)$  für festgelegte Werte tz, l, n, r und b.



Ersetze das erste NaN durch den Tag n, an dem du den optimalen Breitengrad finden willst. Führe den Code anschließend aus. Dir wird der Graph der Funktion  $g(phi)=E_{daily(tz,l,n,phi,r,s)}$  ausgegeben. Lies aus dem Graphen den Breitengrad  $\phi$  ab, für den die Gesamtenergie über einen Tag maximal ist. Notiere dein Ergebnis in der Tabelle auf deinem Antwortblatt. Ändere anschließend den Tag n und führe den Code erneut aus.

Out[4]:

#### Gesamtenergie über einen Tag als Funktion des Breitengrads



#### b) Interpretation der grafischen Ergebnisse

- Für welche Breitengrade ist die täglich einfallende Energie null? An welchen Tagen ist das und warum?
- Erkläre warum des Maximum der täglich einfallenden Energie am 21. Juni bei  $\phi=90^\circ$  und am 21. Dezember bei  $\phi=-90^\circ$  lient



Notiere deine Ergebnisse zu diesen beiden Punkten auf deinem Antwortblatt.

#### c) Optimalen Breitengrad $\phi$ mit Hilfe von Julia bestimmen

Um den Breitengrad  $\phi$ , für den die Gesamtenergie über einen Tag maximal ist, wieder mithilfe des Optimierungstolls von Julia **näherungsweise** zur bestimmen, müssen wir wieder einen **Suchbereich** festlegen, in dem wir nach dem Optimum suchen möchten.



Ersetze das erste NaN durch den Tag n, an dem du den optimalen Breitengrad  $\phi$  finden willst. Lege eine linke und rechte Grenze für den Suchbereich fest. Ersetze das zweite und dritte NaN durch die Grenzen, die du gewählt hast. Führe den Code anschließend aus. Julia berechnet für dich den Breitengrad  $\phi$  für den die Gesamtenergie über einen Tag maximal ist. Notiere dein Ergebnis in der Tabelle auf deinem Antwortblatt. Ändere anschließend den Tag n sowie den Suchbereich und führe den Code erneut aus.

 $\textbf{Hinweis:} \ \text{Der Suchbereich muss als Kommazahl eingegeben werden, also ist beispielsweise} \ 23 = 23.0.$ 

```
In [5]: ## Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 172 # Ersetze das NaN durch den Tag des Jahres.

# Linke Grenze des Suchbereichs
phiLeft_Ed = #=NaN; =# -90.0 # Ersetze das NaN durch die Linke Grenze des Suchbereichs.

# rechte Grenze des Suchbereichs
phiRight_Ed = #=NaN; =# 90.0 # Ersetze das NaN durch die rechte Grenze des Suchbereichs.

# Hier nichts ändern!
optimizeE_daily(tz,l,n,r,b,phiLeft_Ed,phiRight_Ed)

Optimaler Standort: phi = [89.999999999947] Grad.
Maximale Energie: E_daily = 3.83123108473672e9 Wh
```

## Teil 3: Breitengrad $\phi$ , für den die jährlich einfallende Energie maximal ist

Abschließend betrachten wir die Energie, die auf das Spiegelfeld der Länge r und Breite b über ein Jahr einfällt. Ziel ist es, den Breitengrad  $\phi$  so zu wählen, dass die Gesamtenergie über ein Jahr maximal wird. Unsere Zielfunktion ist nun also h mit  $h(\phi)=E_{\rm yearly}(tz,l,\phi,r,b)$ .

## a) Optimalen Breitengrad $\phi$ am Graphen ablesen

Zunächst werden wir den optimalen Breitengrad wieder grafisch bestimmen. Dazu betrachten wir den Graphen der Funktion h mit  $h(\phi) = E_{\rm yearly}(tz, l, \phi, r, s)$  für festgelegte Werte tz, l, r und b.

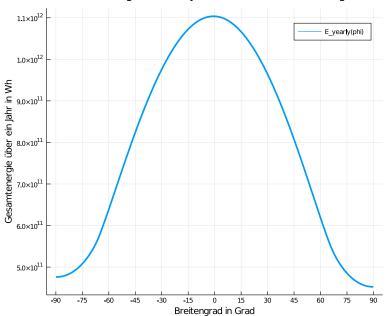


Führe den Code aus. Dir wird der Graph der Funktion  $h(phi)=E\_yearly(tz,l,phi,r,b)$  ausgegeben. Lies aus dem Graphen den Breitengrad  $\phi$  ab, für den die Gesamtenergie über ein Jahr maximal ist. Notiere dein Ergebnis auf deinem Antwortblatt.



Out[6]:

## Gesamtenergie über ein Jahr als Funktion des Breitengrads



## b) Optimalen Breitengrad $\phi$ mit Hilfe von Julia bestimmen

Um den Breitengrad  $\phi$ , für den die Gesamtenergie über ein Jahr maximal ist, wieder mithilfe des Optimierungstools von Julia **näherungsweise** zu bestimmen, müssen wir erneut einen Suchbereich festlegen, in dem wir nach dem Optimum suchen möchten.



Lege eine linke und rechte Grenze für den Suchbereich fest. Ersetze das zweite und dritte NaN durch die Grenzen, die du gewählt hast. Führe den Code anschließend aus. Julia berechnet für dich den Breitengrad  $\phi$  für den die Gesamtenergie über ein Jahr maximal ist. Notiere dein Ergebnis auf deinem Antwortblatt.

**Hinweis:** Der Suchbereich muss als Kommazahl eingegeben werden, also ist beispielsweise 23 = 23.0.

```
In [7]: W # Linke Grenze des Suchbereichs
phiLeft_Ey = #=NaN; =# -90.0 # Ersetze das NaN durch die Linke Grenze des Suchbereichs.

# rechte Grenze des Suchbereichs
phiRight_Ey = #=NaN; =# 90.0 # Ersetze das NaN durch die rechte Grenze des Suchbereichs.

# Hier nichts ändern!
optimizeE_yearly(tz,l,r,b,phiLeft_Ey,phiRight_Ey)
```

Optimaler Standort: phi = [-0.6718245703851866] Grad. Maximale Energie: E\_yearly = 1.103649425046606e12 Wh

## Teil 4: Diskussion

- Habt ihr diese Ergebnisse erwartet? Was hat euch überrascht?
- Welche Faktoren haben wir außer Acht gelassen, die man bei der Suche nach dem optimalen Standort noch berücksichtigen müsste?



Diskutiere deine Antworten auf die Fragen mit deinem Sitznachbar. Notiert eure Ergebnisse auf dem Antwortzettel.

## Fazit:

Wir haben nun einen optimalen Standort für ein Fresnelkraftwerk gefunden und werden die Ergebnisse gleich im Plenum diskutieren.

## **Zusatzblatt 1: Sonnenaufgang, Sonnenuntergang und Anzahl** der Sonnenstunden an einem Tag

### Einleitung:

Auf diesem Arbeitsblatt werden wir uns mit dem Sonnenaufgang und dem Sonnenuntergang, sowie der Zahl der Sonnenstunden beschäftigen.

Wir beschränken uns bei der Berechnung zunächst wieder auf einen der Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

**Hinweis:** Kommazahlen werden im Code mit Punkt angegeben, beispielsweise ist 12, 6 = 12.6.

```
In [1]: | # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupZusatzAB1.jl");

# Längengrad
l = #=NaN; =# -116.89; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Breitengrad
phi = #=NaN; =# 34.86; # Ersetze das NaN durch den Breitengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone
tz = #=NaN; =# -8; #Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.
```

## Teil 1: Sonnenaufgang und Sonnenuntergang

## a) Zenitwinkel zum Zeitpuntk des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs

Um den Sonnenaufgang und Sonnenuntergang, d. h. den Zeitpunkt, ab wann der horizontale Spiegel bestrahlt wird, und den Zeitpunkt, ab wann keine Strahlung mehr auf dem Spiegel ankommt, berechnen zu können, müssen wir uns zunächst überlegen, was zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs bzw. Sonnenuntergangs für den Zenitwinkel gilt.



Ersetze das erste NaN durch den Zenitwinkel zum Zeitpunkt des Sonnenuntergangs und das zweite NaN durch den Zenitwinkel zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help09.ipynb) anschauen.

```
In [2]: 
# # Zenitwinkel Sonnenuntergang
theta_sunset = #=NaN; =# 90 # Ersetze das NaN durch den Zenitwinkel zum Zeitpunkt des Sonnenunter

# Zenitwinkel Sonnenaufgang
theta_sunrise = #=NaN, =# -90 # Ersetze das NaN durch den Zenitwinkel zum Zeitpunt des Sonnenaufg

# Hier nichts ändern!
checkThetaSunsetSunrise(theta_sunset,theta_sunrise)

V Deine Überlegung ist richtig.
Es gilt theta_sunrise = -90° und theta_sunset = 90°.
```

### b) Stundenwinkel beim Sonnenaufgang und Sonnenuntergang

Wir wissen nun was für den Zenitwinkel zum Zeitpunkt des Sonnenuntergangs und zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs gelten muss. Stelle nun eine Formel auf, mit der du den **Stundenwinkel des Sonnenuntergangs** und den **Stundenwinkel des Sonnenaufgangs** am Tag n berechnen kannst.



Ersetze das erste NaN durch einen beliebigen Tag n des Jahres und das zweite NaN durch eine Formel, die von phi und delta(n) abhängt und mit der du den Stundenwinkel des Sonnenuntergangs brechnen kannst. Ersetze das dritte NaN durch eine Formel für den Stundenwinkel des Sonnenaufgangs. Führe den Code anschließend aus.

Hinweis: Die Arkusfunktionen werden im Code mit asind(), acosd() und atand() eingegeben.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help10.ipynb) anschauen.

```
In [3]: ## Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 172 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag des Jahres zwischen 1 und 365.

# Stundenwinkel des Sonnenuntergangs
omega_sunset(n, phi) = #=NaN; =# acosd(- tand(phi) * tand(delta(n))) # Ersetze das NaN durch eine

# Stundenwinkel des Sonnenaufgangs
omega_sunrise(n, phi) = #=NaN; =# -omega_sunset(n, phi) # Ersetze das NaN durch eine Formel für c

# Hier nichts ändern!
checkOmegaSunsetSunrise(n,phi,omega_sunset, omega_sunrise)
```

 $\checkmark$  Deine Lösung ist für den Sonnenuntergang und den Sonnenaufgang korrekt. Es gilt omega\_sunset = 107.587° und omega\_sunrise = -107.587°.

## c) Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Sonnenzeit

Wir kennen nun den Stundenwinkel des Sonnenuntergangs und des Sonnenaufgangs, aber nicht die Uhrzeit zu der die Sonne auf- bzw. untergeht. Stelle nun eine Formel auf, mit der du die **Uhrzeit des Sonnenuntergangs und die des Sonnenaufgangs in Sonnenzeit** berechnen kannst. Du kannst die Funktionen omega\_sunset(n,phi) und omega\_sunrise(n,phi) verwenden.



Ersetze das erste NaN durch eine Formel, mit der du die Sonnenzeit des Sonnenuntergangs berechnen kannst, und das zweite NaN durch eine Formel für die Sonnenzeit des Sonnenaufgangs. Führe den Code anschließend aus.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine <u>Hilfekarte ("/help/help11.ipynb)</u> anschauen.

```
In [4]: # Uhrzeit des Sonnenuntergangs in Sonnenzeit
st_sunset(n, phi) = #=NaN; =# omega_sunset(n, phi)/15 + 12 # Ersetze das NaN durch eine Formel, n
# Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Sonnenzeit
st_sunrise(n, phi) = #=NaN; =# omega_sunrise(n, phi)/15 + 12 # Ersetze das NaN durch eine Formel,
# Hier nichts ändern!
checkTimeSunsetSunriseSuntime(n,phi,st_sunset,st_sunrise)
```

√ Deine Lösung ist für den Sonnenuntergang und den Sonnenaufgang korrekt. Es gilt st\_sunset = 19.172 h und st\_sunrise = 4.828 h.

## d) Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Standardzeit

143

Wir haben nun eine Formel zur Berechnung der Sonnenzeit des Sonnenuntergangs und Sonnenaufgangs hergeleitet. Stelle nun eine Formel auf, mit der du aus der Sonnenzeit des Sonnenauf- und untergangs die **Standardzeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs** berechnen kannst. Du kannst in deiner Formel die Funktionen  $st\_sunset(n,phi)$ ,  $st\_sunrise(n,phi)$ , DeltaT(tz,l) und EoT(n) verwenden.



Ersetze das erste NaN durch eine Formel zur Berechnung der Standardzeit des Sonnenuntergangs und das zweite NaN durch eine Formel zur Berechnung der Standardzeit des Sonnenaufgang. Führe den Code anschließend aus.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help12.ipynb) anschauen.

```
In [5]: N # Uhrzeit des Sonnenuntergangs in Standardzeit
t_sunset(tz,l,n,phi) = #=NaN; =# st_sunset(n,phi) - 1/60 * DeltaT(tz,l) - 1/60 * EoT(n) # Ersetze
# Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Standardzeit
t_sunrise(tz,l,n,phi) = #=NaN; =# st_sunrise(n,phi) - 1/60 * DeltaT(tz,l) - 1/60 * EoT(n) # Erset
# Hier nichts ändern!
checkTimeSunsetSunriseStandardtime(tz,l,n,phi,t_sunset,t_sunrise)
```

 $\checkmark$  Deine Lösung ist für den Sonnenuntergang und den Sonnenaufgang korrekt. Es gilt t\_sunset = 19.402 h und t\_sunrise = 5.057 h.

## Teil 2: Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag

Ziel in diesem Teil des Arbeitsblatts ist es, eine Formel herzuleiten, mit der die **Anzahl der Sonnenstunden** zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang an einem Tag n berechnet werden kann. Du kannst die Funktion omega\_sunset(n,phi) verwenden.



Ersetze das NaN durch eine Formel, mit der du die Zahl der Sonnenstunden berechnen kannst. Führe den Code anschließend aus.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help13.ipynb) anschauen.

 $\checkmark$  Deine Lösung ist korrekt. Die Sonne scheint am 172. Tag des Jahres 14.345 Stunden.

### Fazit:

Wir wissen nun, wann die Sonne auf- bzw. untergeht und wie viele Stunden sie am Tag scheint.

Gleich geht es mit dem **2. Teil des Workshops** weiter! Zuvor werden wir die Ergebnisse kurz im Plenum diskutieren.

## B.9. Zusatzblatt 2

## Zusatzblatt 2: Gesamtenergie über einen längeren Zeitraum

### Einleitung:

Auf Arbeitsblatt 6 haben wir die Leistung, die auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks einfällt, in Abhängigkeit von der Tagesund Jahreszeit modelliert. Bei der Entscheidung für einen geeigneten Standort spielt allerdings nicht nur die eintreffende Leistung sondern auch die über einen Tag oder ein Jahr umgesetzte Energie eine wichtige Rolle. Das Ziel dieses Arbeitsblatts ist es, die **Gesamtenergie** über einen Tag bzw. über ein Jahr zu berechnen, die auf das Spiegelfeld eines Kraftwerks einfällt.

Wir beschränken uns bei der Modellierung zunächst wieder auf einen der Standorte **Moskau**, **Karlsruhe** oder **Daggett**. Im folgenden Codefeld kannst du den Längengrad, den Breitengrad und die Zeitzone für den Standort, den du dir ausgesucht hast, eingeben. Außerdem kannst du die Länge r und die Breite b des Spiegelfelds, das du betrachtest, eingeben.



Ersetze das erste NaN durch den Längengrad, das zweite NaN durch den Breitengrad und das dritte NaN durch die Zeitzone deines gewählten Standorts. Ersetze das vierte NaN durch die Länge des Spiegelfelds und das letzte NaN durch die Breite des Spiegelfelds. Führe den Code anschließend aus. Die gewählten Parameter werden nun im Hintergrund gespeichert.

```
In [1]: # Hier nichts ändern!
include("../code/SetupZusatzAB2.jl");

# Längengrad
1 = #=NaN; =# 8.41; # Ersetze das NaN durch den Längengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Breitengrad
phi = #=RaN; =# 49.01; # Ersetze das NaN durch den Breitengrad, des von dir gewählten Standorts.

# Zeitzone
tz = #=NaN; =# 1; # Ersetze das NaN durch die Zeitzone, des von dir gewählten Standorts.

# Länge des Spiegelfelds in Metern
r = #=NaN; =# 1000; # Ersetze das NaN durch die Länge des Spiegelfelds.

# Breite des Spiegelfelds in Metern
b = #=NaN; =# 302; # Ersetze das NaN durch die Breite des Spiegelfelds.
```

## Teil 1: Gesamtenergie über einen Tag

Ziel ist es, die umgesetze Energie auf dem Spiegelfeld über einen Tag **näherungsweise** zu berechnen. Wir wissen von Arbeitsblatt 6, dass die **Leistung P** der umgesetzten **Energie**  $\Delta T$  pro **Zeiteinheit**  $\Delta t$  entspricht. Es gilt also:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

**Hinweis:** Das Symbol  $\Delta$ (=Delta) steht für die Differenz zwischen zwei Werten.



Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag n zwischen 1 und 365. Stelle anschließend eine Formel zur Berechnung der über einen Tag umgesetzten Energie auf dem Spiegelfeld auf. Die Energie soll in der Einheit Wattstunde(= $W \cdot h$  oder kurz Wh) ausgegeben werden. Du kannst die Funktion  $P_{introrfield}(t,tz,l,n,phi,r,b)$  vom vorherigen Arbeitsblatt verwenden. Gib deine Formel im folgenden Codefeld ein und führe den Code anschließend aus. Falls du alles richtig gemacht hast, erscheint eine Abbildung, in der die Gesamtenergie an einem Tag gegen die Jahreszeit aufgetragen ist.

Hinweis: Nutze eine for-Schleife. Falls die Verwendung von for-Schleifen neu für dich ist, findest du hier (../help/info for.ipvnb) eine kurze Einführung.

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine Hilfekarte (../help/help16.ipynb) ansehen.

```
In [2]: N
# Tag n des Jahres
n = #=NaN; =# 65 # Ersetze das NaN durch einen beliebigen Tag des Jahres zwischen 1 und 365.

# Gesamtenergie über einen Tag
function E_daily(tz,l,n,phi,r,b)

Energy = 0; # Am Anfang des Tages ist die Gesamtenergie noch θ
DeltaT = #=NaN; =# 0.1; # Wähle einen Wert für die Länge der Zeitabschnitte Δt, in die du de

## Beginn der for-Schleife
for t = #= NaN : NaN : NaN; =# 0 : DeltaT : 24 # Berechne mit Hilfe von diesem for-Schleifen-
Energy = #=NaN; =# Energy + P_mirrorfield(t,tz,l,n,phi,r,b)*DeltaT
end

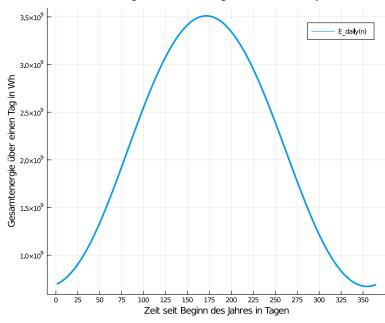
return Energy
end

# Hier nichts ändern!
checkDailyEnergy(tz,l,n,phi,r,b,E_daily)
```

 $\checkmark$  Dein Ergebnis ist eine gute Näherung für die Gesamtenergie über einen Tag. Diese beträgt 1.681686422027e9 Wh.

### Out[2]:

## Gesamtenergie über einen Tag als Funktion der Jahreszeit



## Teil 2: Gesamtenergie über ein Jahr

Wir kennen nun die Gesamtenergie über einen Tag. Abschließend werden wir auf diesem Arbeitsblatt noch einen Näherungswert für die Gesamtenergie über ein Jahr berechnen.



Stelle eine Formel zur Berechnung der umgesetzten Energie über ein Jahr auf. Die Energie soll wieder in der Einheit Wattstunden ausgegeben werden. Du kannst die Funktion  $E_{daily}(tz,l,n,phi,r,s)$  verwenden. Gib deine Formel im folgenden Codefeld ein und führe den Code anschließend aus.

### Hinweise

- Nutze wieder eine for-Schleife.
- Die Ausgabe 3.05e8 entspricht  $3.05 \cdot 10^8$ .

Falls du Hilfe benötigst, kannst du dir hier eine <u>Hilfekarte (../help/help17.ipynb)</u> ansehen.

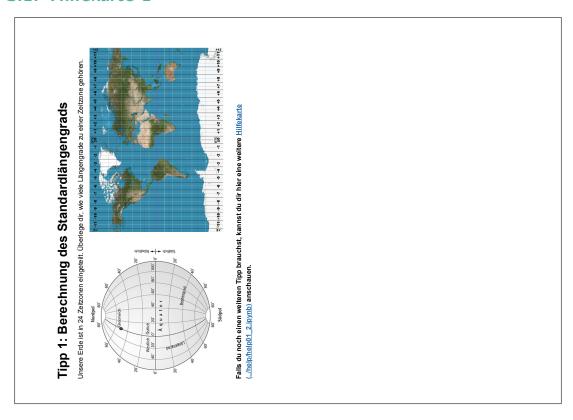
 $\checkmark$  Dein Ergebnis ist eine gute Näherung für die Gesamtenergie über ein Jahr. Diese beträgt 7.58504636290182e11 Wh.

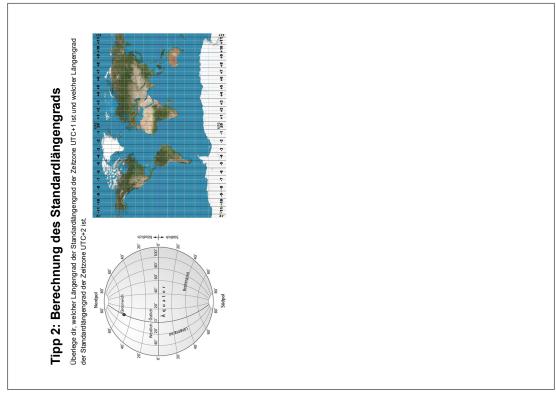
### Fazit:

Wir haben nun ein Modell entwickelt, mit dem wir die potenziell umgesetzte Energie über einen Tag oder ein Jahr berechnen können. Auf <u>Arbeitsblatt 7 (../worksheets/AB7-suS.ipynb</u>) ist das Ziel, einen optimalen Standort für ein Fresnelkraftwerk zu finden.

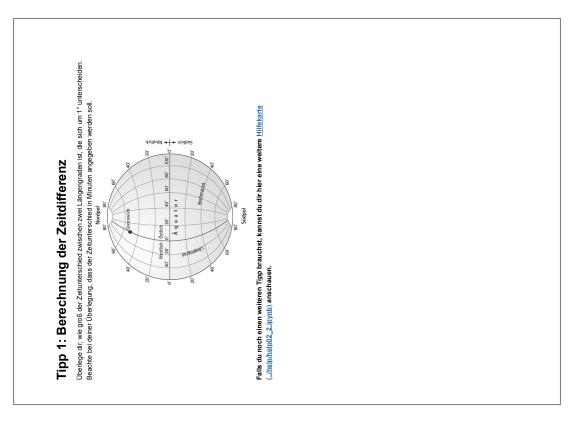
## C. Hilfekarten

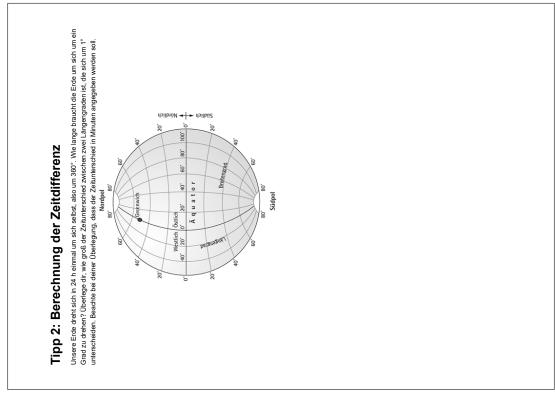
## C.1. Hilfekarte 1





## C.2. Hilfekarte 2





## Tipp 2: Berechnung der Deklination - Parameter a

Der Paramter a bestimmt die Amplitude der Funktion. Als Amplitude wird der maximale Ausschlag von der Ruhelage in y-Richtung bezeichnet. Überlege dir wie groß die maximale Deklination ist. Diese bestimmt die Amplitude und damit den Parameter a.

## Tipp 1: Berechnung der Deklination

Um die Funktion  $\delta(n)=a\cdot\sin(b\cdot(n+c))+d$  zur Berechnung der Deklination herzuleiten, müssen wir die Parameter a,b,c und d bestimmen. Falls du nicht weißt, was die einzelnen Parameter bewirken, findest du hier eine kurze Wiederholung (../help/wdh\_sin-SuS.ipynb).

Beachte bei der Bestimmung der Paramter die folgenden Annahmen:

- Wir betrachten keine Schaltjahre. Ein Jahr hat also genau 365 Tage.
   Die Erde bewegt sich auf einer perfekten Kreisbahn um die Sonne.
   Der n.-te Tag des Jahres ist immer eine natürliche Zahl.

## 1. Bestimmung der Amplitude:

Zur Bestimmung der Amplitude der Funktion  $\delta$  benötigen wir den maximalen Ausschlag der Funktion in y-Richtung. Überlege dir zunächst wie groß die maximale bzw. minimale Deklination ist. Aus diesen Werten kannst du nun die Amplitude der Funktion bestimmen. Falls du noch einen weiteren Tipp zur Berechnung der Amplitude brauchst, kannst du dir hier eine weitere Hilfekarte (../help/help03\_a.ipynb) anschauen.

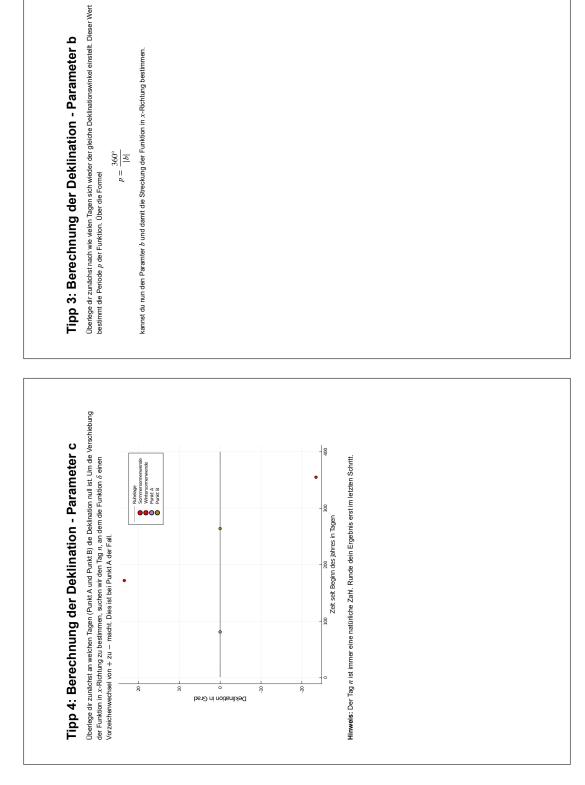
## 2. Bestimmung der Periode:

du p bestimmt hast, kannst du auch den Parameter b bestimmen. Beachte, dass wir das Gradmaß verwenden vielen Tagen sich die Funktion wiederholt. Aus dieser Information kannst du die Periode p bestimmen. Sobald Zur Bestimmung der Periode benötigen wir die Streckung der Funktion in x-Richtung. Überlege dir, nach wie und nicht das Bogenmaß. Es gilt  $2\pi=360^\circ$  . Falls du noch einen weiteren Tipp zur Berechnung der Periode brauchst, kannst du dir hier eine weitere Hilfekarte (../help/help03\_b.ipynb) anschauen.

## 3. Bestimmung der Verschiebung in x-Richtung:

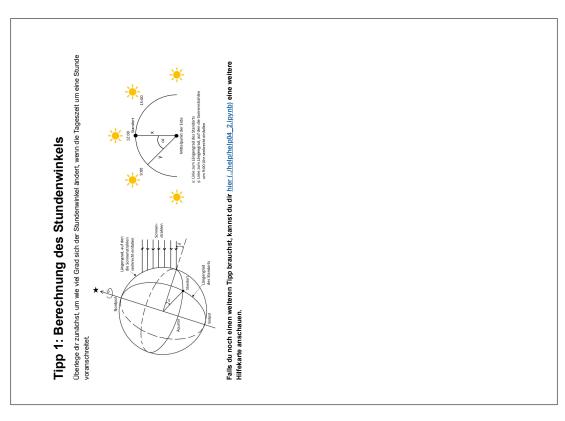
Um die Verschiebung der Funktion in x-Richtung zu bestimmen, musst du dir überlegen, an welchen Stellen die Funktion die x-Achse schneidet. Die Deklination ist am 21. Juni (Tag 172) maximal und am 21. Dezember (Tag 355) minimal. Überlege dir nun, an welchen Tagen die Deklination null ist. Mit diesen Daten kannst du nun die

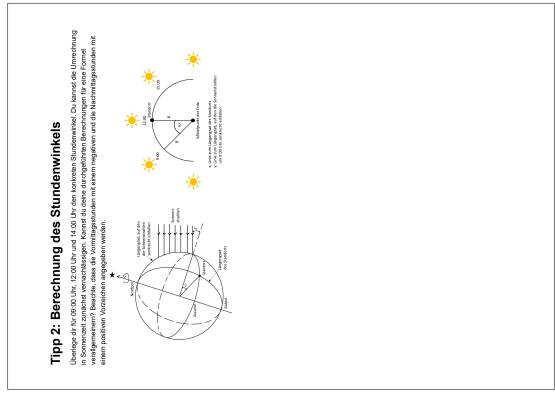
Falls du noch einen weiteren Tipp zur Berechnung der Verschiebung in x-Richtung brauchst, kannst du dir hier eine weitere <u>Hilferkarte ("help/help03 c.lpynb</u>) anschauen.



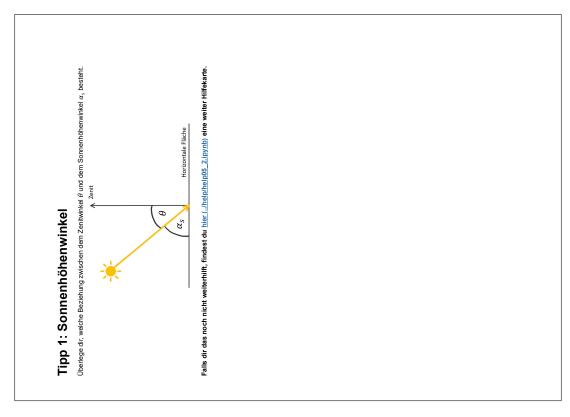
 $p = \frac{360^{\circ}}{|b|}$ 

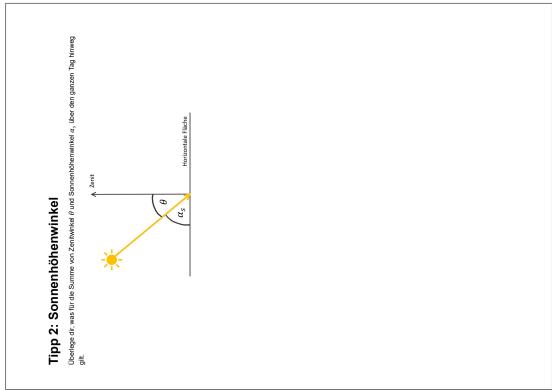




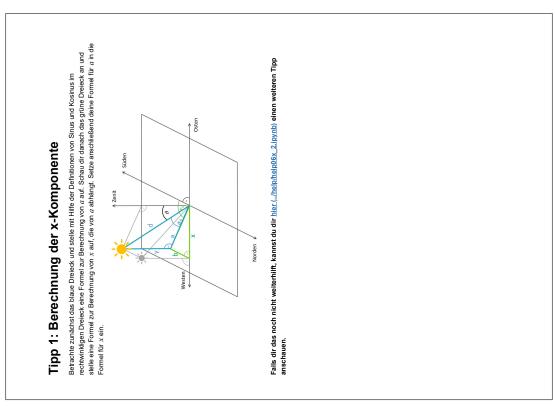


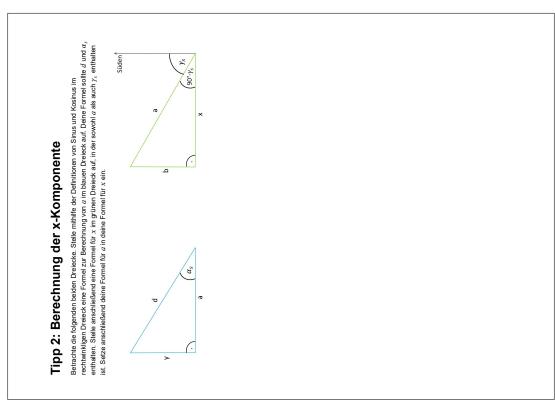
## C.5. Hilfekarte 5

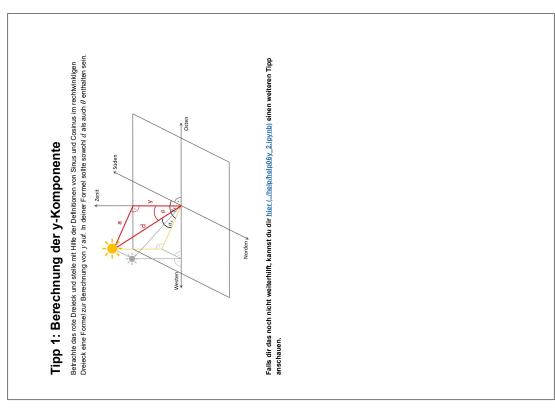


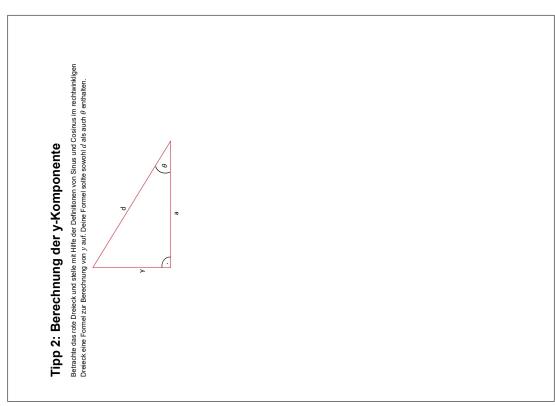


## C.6. Hilfekarte 6

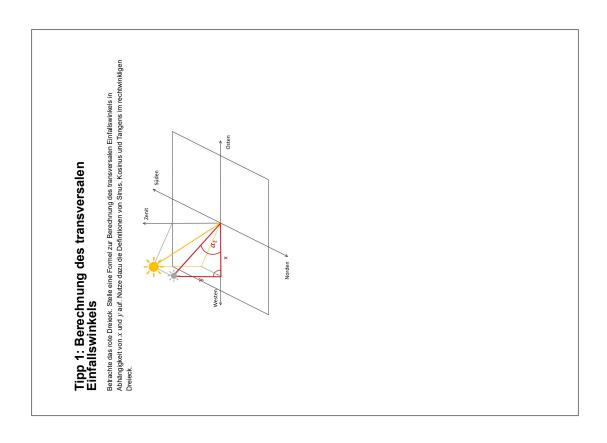




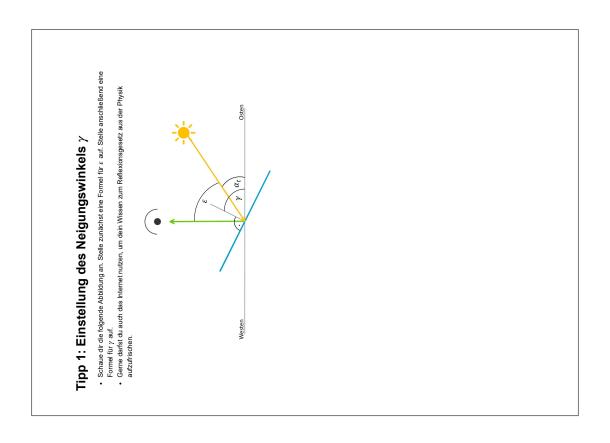




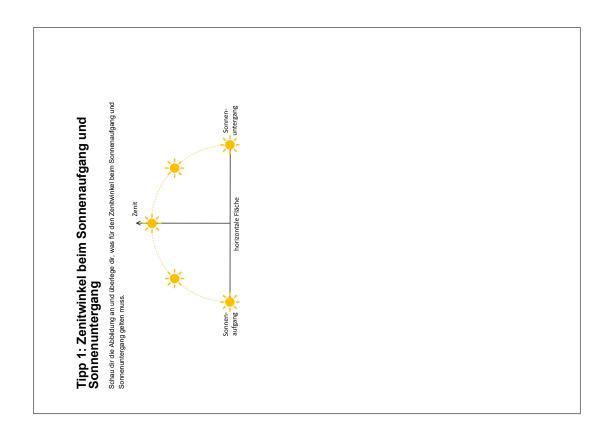
## C.7. Hilfekarte 7



## C.8. Hilfekarte 8

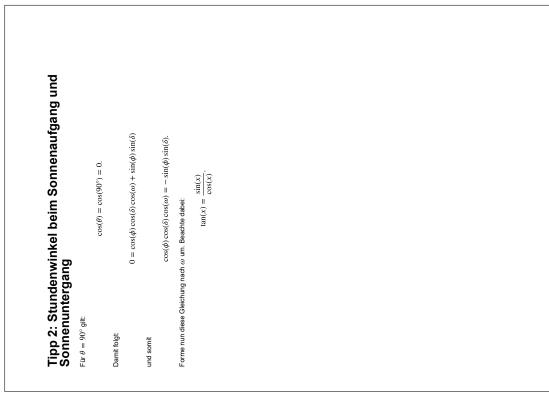


## C.9. Hilfekarte 9



## C.10. Hilfekarte 10

# Sonnenuntergang Seze in die Gelichung für den Zentwinkel Seze in die Gelichung für den Zentwinkel Cos(θ) = cos(φ) cos(φ) + sin(φ) sin(φ) den Zentwinkel für den Sonnenaufgang bzw. Sonnenuntergang ein. Forme anschließend die Gleichung nach ω um. Beachte dabei: tun(x) = sin(x) / cos(x). Falls dir das noch nicht weitenhilft, kannet du dir hier ("Ineiphneipfü 2...Ipynib) einen weiteren Trpp anschauen.



## C.11. Hilfekarte 11

## Tipp 1: Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Sonnenzeit

Seze in die Formel zur Berechnung des Stunderwinkels den Stunderwinkel des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs ein und forme nach der Sonnenzeit um.

Falls dir das noch nicht weiterhilft, kannst du dir hier ("helpfhelp $11\_2.$ lpynb) einen weiteren Tipp anschauen.

# Tipp 2: Zeit des Sonnenutgangs in Sonnenzeit Einsetzen des Sundenwinkels von Sonnenaut und Sonnenuntergang in de Formel zur Berechnung des Stundenwinkels liefert Obusset = (I<sub>x, cannet</sub> - 12) · 1.5 und Obusset = (I<sub>x, cannet</sub> - 12) · 1.5. Forme die Formelin nach I<sub>x, cannet</sub> und I<sub>x, canne</sub>

## Tipp 1: Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Standardzeit

Setze in die Formei zur Berechnung der Sonnenzeit die beiden Sonnenzeiten für Sonnenauf- und untergang ein. Forme anschließend nach der Standardzeit um.

Falls dir das noch nicht weiterhilft, kannst du dir <u>hier ("Thelp.help12\_2.jpynb)</u> einen weiteren Tipp anschauen.

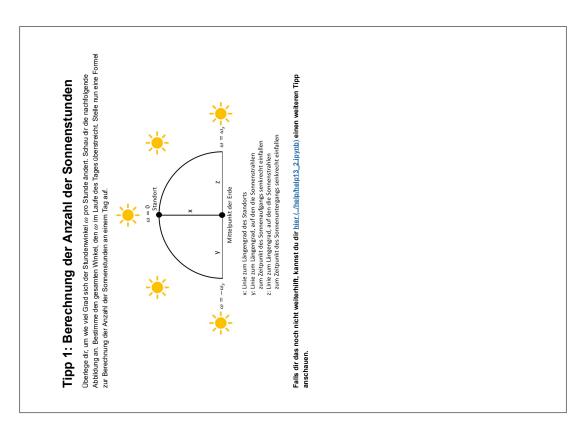
## Einsetzen der Sonnenzeit von Sonnenauf- und Sonnenuntergang in die Formel zur Berechnung der Sonnenzeit aus der Standardzeit liefert: $t_{\rm s,\; sunrise} = t_{\rm sunrise} + \frac{1}{60} \cdot \Delta T + \frac{1}{60} \cdot E.$ $t_{\rm s,\; sunset} = t_{\rm sunset} + \frac{1}{60} \cdot \Delta T + \frac{1}{60} \cdot E$

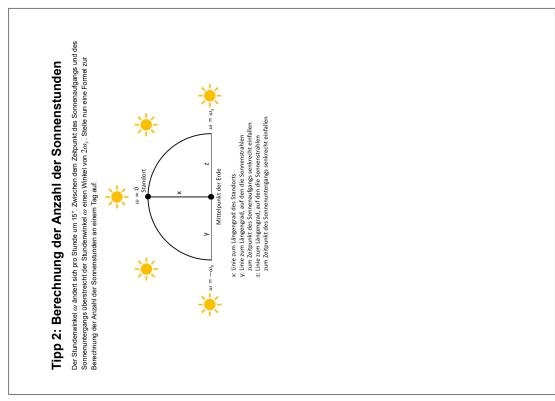
Forme die Formeln nach  $t_{\mathrm{sunset}}$  und  $t_{\mathrm{sunrise}}$  um.

pun

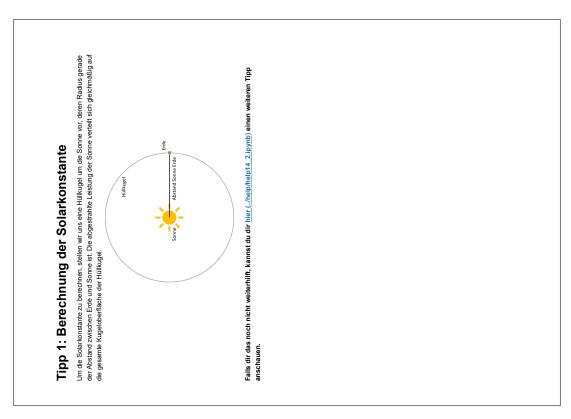
Tipp 2: Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Standardzeit

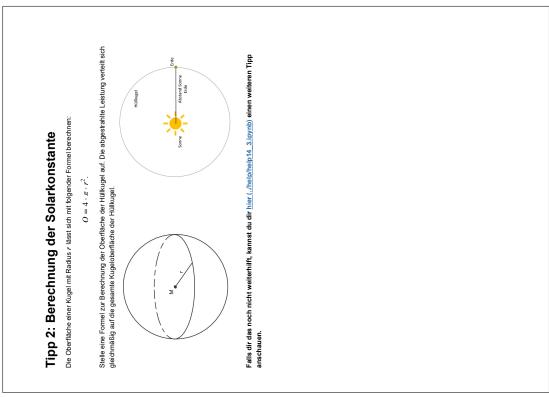
## C.13. Hilfekarte 13

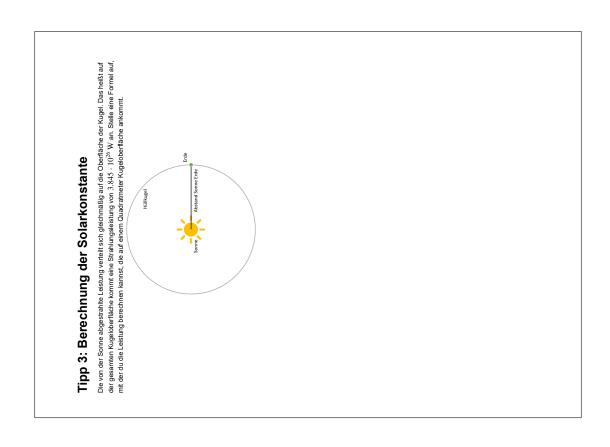


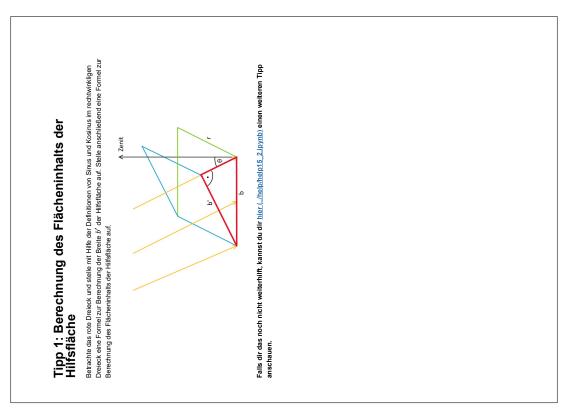


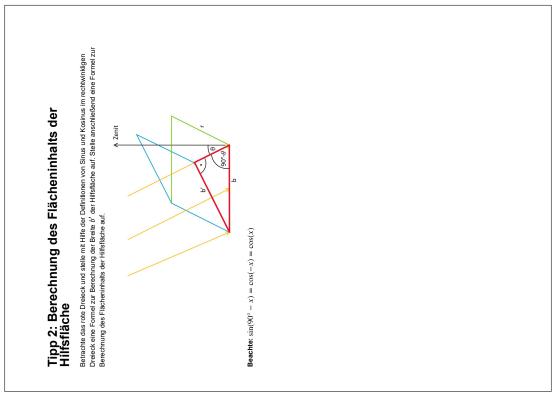
## C.14. Hilfekarte 14











## Tipp 2: Berechnung der Gesamtenergie über einen Tag

Durch Umstellen der Formel  $P=rac{\Delta E}{\Delta t}$  nach  $\Delta E$  ergibt sich für die, in der Zeit  $\Delta t$  umgesetzte Energie, der folgende Zusammenhang:

Agenic Expansion on target.  $\Delta E=P\cdot\Delta I.$  To a point Zan in zum Zaitninkt füher die Einktlon P=-(I+I) in A:B

Die Leistung P können wir am Tag n zum Zeitpunkt t über die Funktion  $P_{\rm mirrorfield}(t,tz,t,n,\phi,r,b)$  bestimmen.

Überlege dir, wie die Zeitspanne  $\Delta t$  und der Zeitpunkt t, an dem die Leistung  $P_{\rm mirror field}$  berechnet wird, gewählt werden sollten.

Überlege dir, wie du für ein kleines Zeitintervall (z.B.:  $\Delta t=1$  h) die Energie  $\Delta E$ , die in dieser Zeit einfällt berechnen würdest.

Falls du noch einen weiteren Tipp brauchst, kannst du dir hier eine weitere <u>Hilfekarte</u> ("Ihel<u>p/helpfe 3.ipynb</u>) anschauen.

## Tipp 1: Berechnung der Gesamtenergie über einen Tag Forme die Gleichung

 $P = \frac{\Delta E}{\Delta E}$ 

 $\Delta E$  um. Beachte, dass auf beiden Seiten des Gleichheitszeichen die gleiche Einheit stehen muss. Die Leistung P hat die Einheit Watt (= W) und die Energie  $\Delta E$  soll in Wattstunden (= Wit) angegeben werden.

Falls du noch einen weiteren Tipp brauchst, kannst du dir hier eine weitere Hilfekarte ("Ihe johne jo 16. Z. jaynb) anschauen.

## Tipp 3: Berechnung der Gesamtenergie über einen Tag

Wir möchten die Energie, die zwischen 11:00 Uhr und 12:00 Uhr einfällt, berechnen. Das könnten wir zum Beispiel über die folgenden beiden Formeln machen:

$$\Delta E_1 = P_{\rm mirror field}(11,tz,l,n,\phi,r,b) \cdot 1$$
 h

 $\Delta E_2 = P_{\text{mirrorfield}}(12, tz, l, n, \phi, r, b) \cdot 1 \text{ h}$ 

Für  $n=172, tz=1, l=8.41^\circ$ ,  $\phi=49.01^\circ$ ,  $r=1000~\mathrm{m}$  und  $b=302~\mathrm{m}$  ergibt sich dann

 $\Delta E_1 = 3.085 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 3.085 \cdot 10^8 \text{ Wh}$ 

pun

 $\Delta E_2 = 3.1 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 3.1 \cdot 10^8 \text{ Wh}.$ 

Beide Formein liefern ein Ergebnis für die Energie, die zwischen 11:00 Uhr und 12:00 Uhr einfällt. Doch welches Ergebnis ist jetzt das richtige? Beide Ergebnisse sind ungenau, da wir annehmen, dass eine Stunde lang konstant die gleiche Leistung wie zur Zeit t=11 h oder t=12 h einfällt.

Das Ergebnis wird genauer, wenn die Energie für Kleinere Zeitabschnitte berechnet und anschließend aufsummiert wird. Das könnten dann beispielsweise so aussehen:

 $\Delta E = P_{\text{mirrorfield}}(11, tz, l, n, \phi, r, s) \cdot 0.25 \text{ h}$   $+ P_{\text{mirrorfield}}(11.25, tz, l, n, \phi, r, s) \cdot 0.25 \text{ h}$   $+ P_{\text{mirrorfield}}(11.5, tz, l, n, \phi, r, s) \cdot 0.25 \text{ h}$   $+ P_{\text{mirrorfield}}(11.5, tz, l, n, \phi, r, s) \cdot 0.25 \text{ h}$ +  $P_{\rm mirror field}(11.75,tz,l,n,\phi,r,s)\cdot 0.25\,\mathrm{h}$  Diese Berechnung liefert das Ergebnis  $\Delta E=3.104\cdot 10^8$  Wh. Dieses Ergebnis ist deulitch genauer als die von uns zuvor berechneten Lösungen. Je Kleiner die Zeitschrifte gewählt werden, umso genauer wird das Ergebnis.

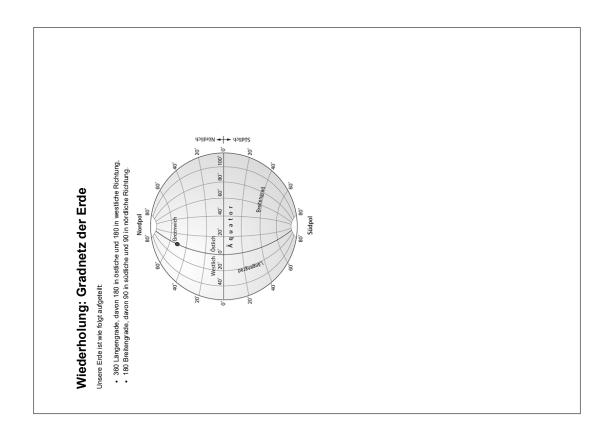
Überlege dir nun, wie du die Energie, die über einen Tag einfällt berechnen kannst. Du solltest die Zeitschritte nicht zu klein wählen, da sonst die Laufzeit der Simulation deutlich verlängert wird.

## C.17. Hilfekarte 17

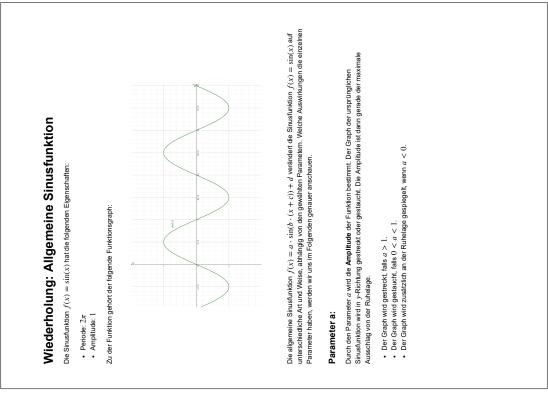
# Tipp 1: Berechnung der Gesamtenergie über ein Jahr Wir kannen die Energie, die am Tag n einfallt mit der Funktion $F_{coun}(x,t,n,\phi,r,s)$ berechnen. Uberlege dit, wire du die Energie, die an zwei auferiendenfolgenden Tegen einfallt, berechnen kannet. Falls du noch einem welteren Tipp brauchset, kannst du dir her eine weltere Hillibearte ("neiphheigt 7. 2.lpyrb) anschauen.

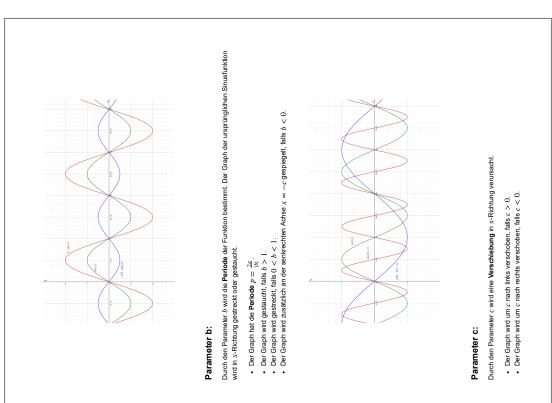
# Tipp 2: Berechnung der Gesamtenergie über ein Jahr Die Energie, die an den beiden Tagen n=172 und n=173 einfallt, kam über $E=E_{\rm siny}(z,1.12,\phi,\kappa,s)+E_{\rm siny}(z,1.173,\phi,\kappa,s)$ berechnet werden. Überlege dir nun, wie du die Energie, die über ein Jahr enfällt, berechnen kannet.

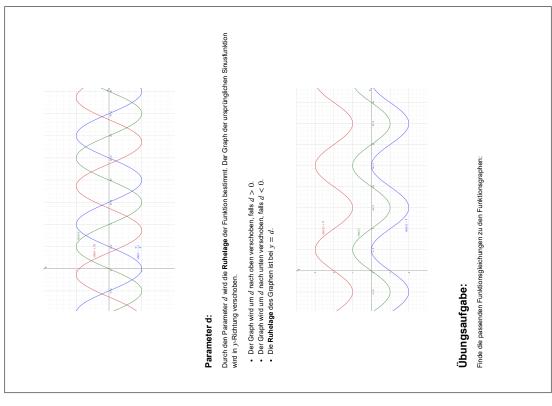
## C.18. Wiederholung: Gradnetz

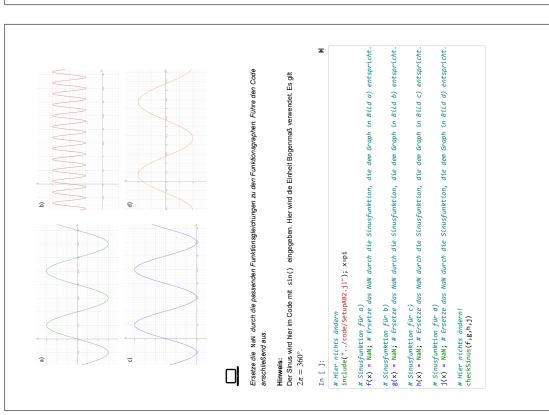


## C.19. Wiederholung: Allgemeine Sinusfunktion









## C.20. Einführung: Vorzeichenfunktion

```
Einführung: Vorzeichenfunktion

De Vorzeichenfunktion ist eine Abbidung von der Menge der reellen Zahlen in die Menge (=1,0.1) und ist fogendernaßen derinert:

$\text{sign($x$) := \begin{cases} 0 & \text{falls} & x > 0 \\ -1 & \text{falls} & x > 0
```

## C.21. Einführung: for-Schleife

**T** In der ersten Zeile legt man den Namen und den Wertebereich der Schleifenvariable fest. Die Schleifenvariable (hier Variable genannt), wird zu Anfang auf den Startwert (hier Start genannt) gesetzt und dann zwischen jedem Durchgang um die Schrittweite (hier Step genannt) geändert, bis der Zelwert (hier End gennant) mehrmals hintereinander ausführen. Den Codeabschnitt immer händisch zu reproduzieren macht - selbst unter Hier wird schnell deutlich, dass dies sehr aufwendig wird. Eine schnellere Alternative wäre die Berechnung der Als Beispiel wollen wir alle ungeraden Zahlen zwischen 1 und 200 aufsummieren. Würden wir dies per Hand der Verwendung von copy-paste - spätestens nach der dritten Wiederholung keinen Spaß mehr. Außerdem wird der Code unnötig lang. Daher gibt es sogenannte for-Schleifen, in denen ein bestimmter Abschnitt des Sehr häufig möchte man einen Codeabschnitt (eine Berechnung oder einer Gruppe von Berechnungen) erreicht ist. Natürlich müssen Start , Step und End geeignete Zahlen sein. Wenn keine Schrittweite Führe das nachfolgende Codefeld aus. Dir wird die Summe aller ungeraden Zahlen zwischen 1 und 200 Codes mehrmals hintereinander ausgeführt wird. Die Anzahl der Wiederholungen und die Werte des Arguments in den einzeinen Durchgängen werden schon vor dem Eintritt in die Schleife festgelegt. angegeben wird (hier wäre das Start: End ), wird die Schrittweite automatisch auf 1 gesetzt. # Aufsummieren aller ungeraden Zahlen zwischen 1 und 200: Werfen wir zunächst einen Blick auf den formalen Syntax. Summe über eine for-Schleife, wie im folgenden Codefeld. durchführen, würd das beispielsweise so aussehen: Einführung: for-Schleife for Variable = Start:Step:End println("Das Ergebnis ist \$sum.") Das Ergebnis ist 10000 for i = 1 : 2 : 200 sum = sum + i;ausgegeben. In [1]: 

Als Übung kannst du die Summe aller gerader Zahlen zwischen 1 und 500 mithilfe einer for-Schleife Erhöhe i wieder um 2 (d. h. i = 5) und addiere den Wert von i wieder zu sum hinzu. • Ethöhe i wieder um 2(d, h, i = 7) und addiere den Wert von i wieder zu sum hinzu. Erhöhe i nun um 2 (d. h. i = 3) und addiere den Wert von i wieder zu sum hinzu. berechnen. Das Gerüst ist im folgenden Code Block schon vorgegeben Starte mit dem Wert i = 1 und rechne ihn zu dem Wert von sum # Aufsummieren aller geraden Zahlen zwischen 1 und 500: i wird so lange um 2 erhöht, bis es den Wert 200 überschreitet. • Die Variable sum hat nun den Wert sum = 9 + 7 = 16 Die Variable sum wird zunächst auf den Wert 0 gesetzt. • Die Variable sum hat nun den Wert sum = 0 + 1 = 1- Die Variable sum hat nun den Wert sum=1+3=4- Die Variable sum hat nun den Wert sum=4+5=9In Worten kann man die for-Schleife so beschreiben: println("Das Ergebnis ist \$sum2") for i = NaN : NaN : NaN NaN = NaN + NaN sum2 = NaN pua

## D. Begleitmaterial Schüler

## D.1. Antwortblatt 1

	Antwortblatt – Workshop Teil 1
<u>Arbei</u>	tsblatt 1: Sonnenzeit
•	b) Interpretation der Zeitgleichung Wann ist der Zeitunterschied besonders groß bzw. besonders klein? Was bedeutet dies im Hinblick auf den Abstand zwischen Erde und Sonne und der Neigung de Erdachse?
	tsblatt 3: Zenit-, Sonnenhöhen- und Azimutwinkel
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	<del></del>
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?
Teil 1:	Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne? Von welchen Größen sind die Winkel $\theta$ , $\alpha_s$ und $\gamma_s$ abhängig? b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>
Teil 1:	<ul> <li>Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?</li> <li>Von welchen Größen sind die Winkel θ, α<sub>s</sub> und γ<sub>s</sub> abhängig?</li> <li>b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels</li> <li>Erkläre wann der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert annimmt und warum.</li> <li>Überlege dir, warum das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0° ist.</li> <li>Erläutere warum der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen kann und was dies</li> </ul>



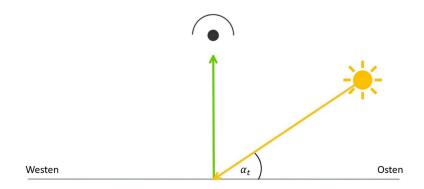
#### Arbeitsblatt 4: Berechnung des transversalen Einfallswinkels

c) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des transversalen Einfallswinkels Erkläre wann und warum der transversale Einfallswinkel den Wert 0° bzw. den Wert 180° annimmt.

#### Arbeitsblatt 5: Ausrichtung eines Spiegels unter dem Rohr

#### Teil 2: Reflexionsgesetz

• Wie muss der Spiegel eingezeichnet werden?





#### **Antwortblatt – Workshop Teil 2**

#### Arbeitsblatt 6: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

Teil 2:	b) Interpretation der Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres Beschreibe wie sich die Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres verändert. Erkläre was dies im Hinblick auf den Abstand zwischen Zentrum der Sonne und Mittelpunkt der Erde bedeutet.

#### Arbeitsblatt 7: Optimaler Standort für ein Solarkraftwerk

Du kannst deine Ergebnisse zusätzlich noch in die Weltkarte am Ende des Arbeitsblattes einzeichnen. So erkennst du direkt welche Regionen der Erde sich besonders als Standort für ein Fresnelkraftwerk eignen.

#### Teil 1: a) Optimaler Breitengrad $\phi$ , für den die Leistung maximal ist, am Graphen ablesen

• Trage deine Ergebnisse für den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$  am Tag n zu der Zeit t in die Tabelle ein.

		Breitengrad $\phi$	Leistung P <sub>mirrorfield</sub> in W
	9:30 Uhr		
21. Juni	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		
	9:30 Uhr		
20. September	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		
	9:30 Uhr		
21. Dezember	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		



Teil 1: h	Interpretation	der	arafischen	Frachnisse
I CII I. D	, illici bi cialibii	uei	uranscrien	LI UCDI II 33C

•	Erkläre was es bedeutet, wenn die Leistung für einen Breitengrad $\phi$ den Wert 0 annimmt. Erläutere warum das Maximum der am 21. Juni um 12:00 Uhr einfallenden Leistung bei $\phi$ $\approx$ 24° liegt

Teil 1: c) Optimaler Breitengrad  $\phi$ , für den die Leistung maximal ist, mit Julia bestimmen

• Trage deine Ergebnisse für den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$  am Tag n zu der Zeit t in die Tabelle ein. Runde auf drei Nachkommastellen.

		Breitengrad $\phi$	Leistung P <sub>mirrorfield</sub> in W
	9:30 Uhr		
21. Juni	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		
	9:30 Uhr		
20. September	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		
	9:30 Uhr		
21. Dezember	12:00 Uhr		
	15:00 Uhr		



# Teil 2: a) Optimaler Breitengrad $\phi$ , für den die tägliche einfallende Energie maximal ist, am Graphen ablesen

Trage deine Ergebnisse für den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Energie  $E_{\rm daily}$  am Tag n in die Tabelle ein.

	Breitengrad $\phi$	Energie E <sub>daily</sub> in Wh
21. Juni		
20. September		
21. Dezember		

#### Teil 2: b) Interpretation der grafischen Ergebnisse

- Für welche Breitengrade ist die täglich einfallende Energie null? An welchen Tagen ist das und warum?
- Erkläre warum das Maximum der täglich einfallenden Energie am 21. Juni bei  $\phi$ =90° und am 21. Dezember bei  $\phi$ =-90° liegt.

### Teil 2: c) Optimaler Breitengrad $\phi$ , für den die tägliche einfallende Energie maximal ist, mit Julia bestimmen

• Trage deine Ergebnisse für den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Energie  $E_{\rm daily}$  am Tag n in die Tabelle ein. Runde auf drei Nachkommastellen.

	Breitengrad $\phi$	Energie $E_{ m daily}$ Wh
21. Juni		
20. September		
21. Dezember		



# Teil 3: a) Optimaler Breitengrad $\phi$ , für den die jährlich einfallende Energie maximal ist, am Graphen ablesen

• Notiere den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Energie.

# Teil 3: b) Optimaler Breitengrad $\phi$ , für den die jährlich einfallende Energie maximal ist, mit Julia bestimmen

- Notiere den optimalen Breitengrad  $\phi$  und die zugehörige Energie. Runde auf drei Nachkommastellen.

#### Teil 4: Diskussion

• Notiere dir hier die Ergebnisse der Diskussion mit deinem Sitznachbar.



#### D.3. Dokumentationsblatt 1



# Dokumentationsblatt - Workshop Teil 1

Mithilfe dieses Arbeitsblatts kannst du die Formeln und Gleichung, die du am Computer eingibst, kompakt und übersichtlich dokumentierten. Dies kann dir helfen den Überblick zu behalten. In der Spalte Modellannahmen kannst du alle Annahmen und Vereinfachungen, die wir getroffen haben notieren. Die Spalte Modellverbesserungsideen kannst du nutzen um alle Ideen, die dir im Laufe des Workshops zur späteren Verbesserung des Modells in den Kopf kommen, zu notieren.

		Berechnete Größe	Formel / Funktion	Modellannahmen	Modellverbesse- rungsidee
	Teil 1 a)	Standardlängen- grad SL			
AB 1	Teil 1 b)	Zeitunterschied $\Delta T$			
	Teil 3	Sonnenzeit $t_{ m s}$			
0	Teil 1	Deklination δ			
Ab 2	Teil 2	Stundenwinkel $\omega$			
	Teil 2	Zenitwinkel $ heta$			
AB 3	Teil 3	Sonnenhöhen- winkel $\alpha_s$			
	Teil 4	Sonnenazimut- winkel $\gamma_s$			

	F	AB 4	Teil 2 a)	AB 5 Teil 3	Toil 4		F	Zusatz (ell I C) AB 1	F	(p  -  -	Teil 2
-	x-Komponte	y-Komponente	Transversaler Einfallswinkel $lpha_t$	Neigungswinkel γ	Stundenwinkel Sonnenuntergang $\omega_{ m sunset}$	Stundenwinkel Sonnenaufgang $\omega_{ m sunrise}$	Zeit Sonnenunter- gang t <sub>s,sunset</sub> (Sonnenzeit)	Zeit Sonnenaufgang $t_{\rm s,sunrise}$ (Sonnenzeit)	Zeit Sonnenunter- gang t <sub>sunset</sub> (Standardzeit)	Zeit Sonnenaufgang $t_{ m sunrise}$ (Standardzeit)	Zahl N der Sonnenstunden
_											
_											

#### D.4. Dokumentationsblatt 2



# Dokumentationsblatt - Workshop Teil 2

Mithilfe dieses Arbeitsblatts kannst du die Formeln und Gleichung, die du am Computer eingibst, kompakt und übersichtlich dokumentierten. Dies kann dir helfen den Überblick zu behalten. In der Spalte Modellannahmen kannst du alle Annahmen und Vereinfachungen, die wir getroffen haben notieren. Die Spalte Modellverbesserungsideen kannst du nutzen um alle Ideen, die dir im Laufe des Workshops zur späteren Verbesserung des Modells in den Kopf kommen, zu notieren.

		Berechnete Größe	Formel / Funktion	Modellannahmen	Modellverbesse- rungsidee
	Teil 1	Solarkonstante G			
AB 6	Teil 3 b)	Hilfsfläche $A_{ m help}$			
	Teil 3 c)	Leistung P <sub>mirrorfield</sub>			
Zusatz	Teil 1	Gesamtenergie über einen Tag $E_{ m daily}$			
AB 2	Teil 2	Gesamtenergie über ein Jahr $E_{ m yearly}$			

# D.5. Übersicht über die verwendeten Variablen

#### Solarenergie Variablenübersicht

#### Übersicht über verwendete Größen und deren Bedeutung

Variable	Schreibweise in Julia	Bedeutung
n	n	Jahreszeit in Tagen nach Jahresbeginn
t	t	Tageszeit in Stunden nach Tagesbeginn (z. B.: 12 : 30
$t_s$	suntime	Sonnenzeit in Stunden nach Tagesbeginn (z. B.: 12 : 30≘12.5 h)
tz	tz	Zeitzone (z. B.: UTC $+$ 1 $\Leftrightarrow$ $tz$ $=$ 1)
l	I	Längengrad
φ	phi	Breitengrad
SL	SL	Standardlängengrad einer Zeitzone
$\Delta T$	DeltaT	Zeitunterschied zwischen zwei Längengraden
δ	delta	Deklination
ω	omega	Stundenwinkel
$\theta$	theta	Zenitwinkel
$\alpha_s$	alpha_s	Sonnenhöhenwinkel
$\gamma_s$	gamma_s	Sonnenazimutwinkel
$\alpha_t$	alpha_t	Transversaler Einfallswinkel
$\gamma$	gamma	Neigungswinkel des Spiegels
$\omega_{sunset}$	omega_sunset	Stundenwinkel des Sonnenuntergangs
$\omega_{ m sunrise}$	omega_sunrise	Stundenwinkel des Sonnenaufgangs
$t_{ m s,  sunset}$	st_sunset	Zeit des Sonnenuntergangs in Sonnenzeit
$t_{ m s,  sunrise}$	st_sunrise	Zeit des Sonnenaufgangs in Sonnenzeit
$t_{ m sunset}$	t_sunset	Zeit des Sonnenuntergangs in Standardzeit
$t_{ m sunrise}$	t_sunrise	Zeit des Sonnenaufgangs in Standardzeit
N	N	Zahl der Sonnenstunden
d	d	Abstand zwischen Sonne und Erde
$P_{sun}$	P_sun	Strahlungsleistung der Sonne
G	G	Solarkonstante
$I_{normal}$	l_normal	Bestrahlungsstärke auf einer Fläche senkrecht zur einfallenden Strahlung
r	r	Länge des Spiegelfelds
b	b	Breite des Spiegelfelds
$A_{help}$	A_help	Hilfsfläche
$P_{mirrorfield}$	P_mirrorfield	Leistung auf Spiegelfeld eines Kraftwerks
$E_{daily}$	E_daily	täglich einfallende Energie auf Spiegelfeld eines Kraftwerks
$E_{yearly}$	E_yearly	jährlich einfallende Energie auf Spiegelfeld eines Kraftwerks

1/2

#### Koordinaten und Zeitzone der Standorte

Östliche Längengrade werden mit einem positiven und die westlichen Längengrade mit einem negativen Vorzeichen angegeben. Bei den Breitengraden werden die nördlichen Breiten mit einem positiven und die südlichen Breiten mit einem negativen Vorzeichen angegeben.

Standort	Längengrad	Breitengrad	Zeitzone
Moskau	+37.62°	+55.76°	UTC+3
Karlsruhe	+8.41°	+49.01°	UTC+1
Daggett	−116.89°	+34.86°	UTC-8

#### **Sommerzeit**

Die Tabelle gibt den Beginn und das Ende der Sommerzeit für den Standort Karlsruhe an.

Jahr	Beginn der Sommerzeit	Ende der Sommerzeit
2020	29.03. 02:00	25.10. 03:00
2021	28.03. 02:00	31.10. 03:00
2022	27.03. 02:00	30.10. 03:00
2023	26.03. 02:00	25.10. 03:00
2024	31.03. 02:00	27.10. 03:00
2025	30.03. 02:00	26.10. 03:00

#### Tabelle zur Berechnung des n-ten Tag des Jahres

Die Jahreszeit wird durch den n-ten Tag des Jahres bestimmt. Zum Beispiel ist der 15. Mai der 135-te Tag des Jahres.

Monat	n für den $i$ -ten Tag des Monats	Monat	n für den $i$ -ten Tag des Monats
Januar	i	Juli	181 + i
Februar	31+i	August	212 + i
März	59 + i	September	243 + i
April	90 + i	Oktober	273 + i
Mai	120 + i	November	304 + i
Juni	151+i	Dezember	334 + i

2/2

# E. Begleitmaterial Dozenten

# E.1. Basic Paper

# Wie funktioniert eigentlich... ein Solarkraftwerk?



# Motivation

# Modellierung eines Fresnelkraftwerks

#### Lektion 1 Motivation

Der Energiesektor befindet sich im Moment in einem großen Umbruch. Spätestens durch den beschlossenen Ausstieg aus der Kernenergie rückt die Frage, wie diese Energiequelle ersetzt werden kann, in den Vordergrund. Es bieten sich hier zwei Alternativen an: 1. Ersatz durch konventionelle, fossile Kraftwerke oder 2. durch regenerative Energien. Fossile Kraftwerke stehen stark in der Kritik den Klimawandel zu beschleunigen und zu einer Verknappung von Rohstoffen zu führen. Gerade deshalb ist es sinnvoll nach alternativen Energieformen zu suchen. Zu den regenerativen Energien gehören u.a. Wasserkraft, Photovoltaik, Biomasse, solar- und geothermische Kraftwerke, Windenergie und exotische Ansätze, wie z.B. Gezeiten- und Osmosekraftwerke. Hierbei ist es sinnvoll, die passenden regenerativen Energieformen für das jeweils betrachtete Gebiet zu wählen.

In diesem Modul sollen spezielle Solarwärmekraftwerke betrachtet werden. Allgemein wird in Solarwärmekraftwerken die Wärme der Sonne als Energiequelle genutzt. Mithilfe von Spiegeln wird das Sonnenlicht auf einen Absorber gebündelt. Der Absorber besteht, je nach Kraftwerkstyp, aus einem Rohr, welches eine Flüssigkeit oder einen Salzkristall enthält. Die Flüssigkeit oder das Salzkristall wird durch die konzentrierte Sonnenstrahlung erhitzt. So kann die Sonnenwärme konventionell in elektrische Energie umgewandelt werden oder in großen Speichern mittels heißem Wasser oder Salzes gespeichert werden. Hier zeigt sich sofort ein Vorteil der Solarthermie gegenüber der Photovoltaik: Es ist technisch einfacher, Energie in Form von Wärme zu speichern als mit Akkumulatoren oder mechanischer Verfahren (z.B. Schwungrädern). So eignen sich die in diesem Modul betrachteten solarthermischen Kraftwerke besonders für sonnenreiche Gegenden, wie z.B. Spanien, Californien und den Magreb.

Beim Bau solcher solarthermischen Kraftwerke möchte man möglichst wirtschaftlich vorgehen. Bevor ein Kraftwerk also gebaut wird, muss entschieden werden, welche Orte sich besonders als Standorte eignen. Um dies zu bewerten, wird die Leistung bzw. die Energie modelliert, die ein Kraftwerk an einem beliebigen Ort der Erde liefern würde. Die Leistung, die zu einer bestimmten Tages- und Jahreszeit einfällt, ist von der Richtung, aus der die Sonne einfällt abhängig. Daher geht es im ersten Teil dieses Lernmoduls um die physikalische Modellierung des Sonnenstands und im zweiten Teil um die Modellierung der einfallenden Leistung auf einem Kraftwerkareal. Das Material ist so konzipiert, dass es sich gut für den Einsatz im Schulfach IMP eignet. Außerdem kann es beliebig mit dem bereits vorhandenen Lernmaterial zum Solarkraftwerk verknüpft werden.

Im Bereich der solarthermischen Kraftwerke gibt es verschiedene verbreitete Konzepte. Die zwei bekanntesten stellen Solarturmkraftwerke mit einem oder zwei relativ kleinen Absorbern und solarthermische Kraftwerke mit sehr ausgedehnten Absorbern dar. Diese sollen hier kurz vorgestellt und voneinander abgegrenzt werden.

Lektion 1 | Folie 1

#### Solarturmkraftwerke

Bei einem Solarturmkraftwerk (s. [1] und Abb. 1) wird das Sonnenlicht mit Hilfe von Reflektoren auf einen Absorber, der sich in der Spitze eines Solarturms befindet, fokussiert. Pro Kraftwerkfeld gibt es in der Regel lediglich einen Solarturm. Die Reflektoren sind als einzelne Einheiten unabhängig voneinander steuerbar und reflektieren abhängig von Änderungen der Sonnenposition am Himmel das Sonnenlicht auf den Absorber. Man nennt eine solche Einheit deshalb auch Heliostat (altgriech. helios Sonne; statós stehend, eingestellt). Ein solches Solarturmkraftwerk soll hier nicht betrachtet werden.

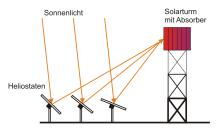


Abbildung 1: Schema eines Solarturmkraftwerks (Quelle: Wikipedia)

#### Solarfarmkraftwerke

In Solarfarmkraftwerken sind die Kollektoren auf einem riesigen Feld parallel zueinander geschaltet. Reflektoren fokussieren das Sonnenlicht auf ein Absorberrohr, das "über" dem Reflektor angebracht ist. Durch das Absorberrohr fließt eine Flüssigkeit, die unter Einfluss der Sonnenenergie erhitzt und verdampft. Man unterscheidet zwischen Kollektoren mit Parabolrinnenspiegeln und Fresnelspiegeln. Bei Parabolrinnenkraftwerken (s. Abb. 2) wird pro Absorber ein einzelner parabolisch geformter Reflektor verwendet, in dessen Brennpunkt das Absorberrohr aufgehangen wird. Dieses bietet den Vorteil einer bestmöglichen Reflektionseffizienz. Dem entgegen stehen die hohen Kosten für die Herstellung und Pflege der Parabolspiegel und häufig die Notwendigkeit nicht nur den Spiegel, sondern auch das Absorberrohr, abhängig von der Sonnenposition am Himmel bewegen zu müssen. Auch auf diese Art von Solarfarmkraftwerken soll hier nicht näher eingegangen werden.

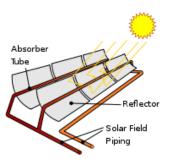


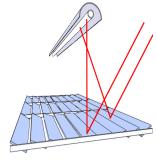
Abbildung 2: Schema eines Parabolrinnen-Kraftwerks (Quelle: Wikipedia)

Bei Fresnelkraftwerken (s. [2] und Abb. 3(a) und 3(b)) wird anstelle einer Parabolrinne eine Reihe von ebenen Spiegeln verwendet, die, der Idee von Fresnellinsen folgend, das einfallende Licht auf ein Absorberrohr fokussieren. Es wird versucht, möglichst viel des einfallenden Lichtes auf das Absorberrohr zu reflektieren. Um die Ausbeute zu verbessern, wird zusätzlich über einen Sekundärreflektor Sonnenlicht, welches das Absorberrohr nur knapp verfehlt, auf das Absorberrohr gelenkt.

Lektion 1 | Folie 2 Seite 2

Der Sekundärreflektor entspricht einem kleinen Parabolspiegel. Vorteile dieses Systems liegen in den geringeren Kosten der Herstellung und der Reinigung der ebenen Spiegel und die Möglichkeit ein unbewegliches Absorberrohr zu verwenden. Dies wird jedoch durch eine geringere Energieausbeute erkauft. Ein solches solarthermisches Kraftwerk soll in dem vorliegenden Modul modelliert werden.





(a) Anordnung der Spiegel um einen Absorber

(b) Schematischer Aufbau

Abbildung 3: Aufbau eines Fesnelkraftwerks (Quelle 3(a): Novatec Solar GmbH)

Lektion 1 | Folie 3

#### Lektion 2 Modellierung eines Fresnelkraftwerks

Zunächst soll in diesem Abschnitt der grundsätzliche Aufbau eines Fresnelkraftwerkes im Detail betrachtet werden. Anschließend wird näher auf die einzelnen Modellierungsschritte eingegangen.

#### **Aufbau eines Fresnelkraftwerks**

In Abbildung 4 ist der Aufbau eines Fresnelkraftwerks dargestellt. Der Wasserkreislauf ist in blau hervorgehoben. Es wird deutlich, dass es sich hier um einen geschlossenen Wasser-Dampf-Kreislauf handelt. Das Wasser wird durch die Absorberrohre gepumpt. Sie befinden sich über einer Reihe von mehreren parallel zueinander aufgestellten Spiegeln. Durch die von den Spiegeln reflektierte Sonnenwärme wird das Wasser erhitzt und verdampft. Der Dampf treibt eine Dampfturbine an: Die Sonnenenergie wird hier in elektrische Energie umgewandelt und in die Netze eingespeist. Der Wasserdampf wird durch einen Kühlturm abgekühlt und in flüssigem Aggregatzustand wieder in das Absorberrohrsystem geleitet. Damit folgt der Grundaufbau eines Fresnelkraftwerks dem eines konventionellen Kraftwerks, z.B. eines Kohlekraftwerks, wobei hier im Speziellen die Sonne als Wärmequelle verwendet wird.

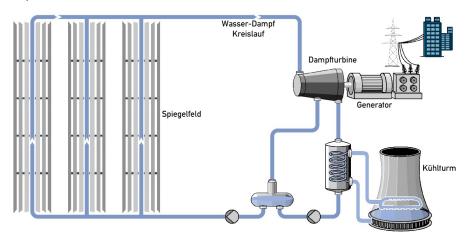


Abbildung 4: Aufbau eines Fresnelkraftwerks

#### Modellierungsschritte

Der Bau eines solchen vorgestellten Fresnelkraftwerks ist sehr teuer. Desalb möchte man es bereits vor dem Bau optimieren und auf seine Effizienz hin untersuchen. Dazu wird es zunächst am Computer simuliert. In dem vorliegenden Workshop beschränken wir uns auf die Modellierung des Einfallswinkels der Sonne auf einen Fresnelspiegel, die Ausrichtung eines Spiegels und die Berechnung der Leistung, die auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks ankommt. Ein Modell stellt eine vereinfachte Abbildung der Realität da. Auch werden (vereinfachende) Annahmen getroffen. So soll die Untersuchung der (realen) Effekte erleichtert werden. Zur Modellierung werden zunächst die folgenden Vereinfachungen und Annahmen getroffen:

- 1. Die Sonnenstrahlen sind Geraden, die durch den Mittelpunkt der Sonne verlaufen;
- 2. Alles Sonnenstrahlen fallen perfekt parallel ein;
- Die Sonnenstrahlen werden beim Durchtritt durch die Erdatmosphäre nicht abgeschwächt oder gestreut.

Lektion 2 | Folie 1

Die Modellierung wird schrittweise durchgeführt und setzt sich aus folgenden Teilaspekten zusammen:

- 1. Bestimmung einer Formel zur Umwandlung der Standardzeit in Sonnenzeit (Arbeitsblatt 1);
- 2. Bestimmung der Deklination  $\delta$  in Abhängigkeit vom n-ten Tag des Jahres (Arbeitsblatt 2, Teil 1);
- 3. Bestimmung des Stundenwinkels  $\omega$  in Abhängigkeit von der Tageszeit (Arbeitsblatt 2, Teil 2);
- 4. Beschreibung des Stands der Sonne durch die folgenden drei Winkel:
  - a) Zenitwinkel  $\theta$  (Arbeitsblatt 3, Teil 2),
  - b) Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  (Arbeitsblatt 3, Teil 3),
  - c) Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  (Arbeitsblatt 3, Teil 4);
- 5. Modellierung des transversalen Einfallswinkels  $\alpha_t$  (Arbeitsblatt 4);
- Bestimmung der Ausrichtung eines Spiegels, der sich direkt unter dem Absorberrohr befindet, in Abhängigkeit vom transversalen Einfallswinkel (Arbeitsblatt 5);
- Bestimmung der Leistung, die auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks ankommt, mit den folgenden Unterschritten:
  - a) Bestimmung der Solarkonstante (Arbeitsblatt 6, Teil 1)
  - b) Bestimmung der Bestrahlungsstärke auf einer Fläche senkrecht zur einfallenden Strahlung (Arbeitsblatt 6, Teil 2)
  - c) Bestimmung der Leistung auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks (Arbeitsblatt 6, Teil
     3)
- 8. Suche eines optimalen Standorts für ein Fresnelkraftwerk anhand unterschiedlicher Faktoren:
  - a) Leistung auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks (Arbeitsblatt 7, Teil 1),
  - b) einfallende Energie pro Tag auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks (Arbeitsblatt 7, Teil 2)
  - c) einfallende Energie pro Jahr auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks (Arbeitsblatt 7, Teil 3);
- 9. Zusatz 1: Bestimmung der Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs sowie der Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag (Zusatzblatt 1);
- Zusatz 2: Bestimmung der über einen längeren Zeitraum einfallenden Energie auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks:
  - a) einfallende Energie pro Tag (Zusatzblatt 2, Teil 1),
  - b) einfallende Energie pro Jahr (Zusatzblatt 2, Teil 2);

Im Folgenden seien immer:

- n der n-te Tag des Jahres nach Jahresbeginn (zum Beispiel ist der 15. Mai der 135-te Tag des Jahres)
- t die Tageszeit in Stunden nach Tagesbeginn (zum Beispiel entspricht 12:30 Uhr der Zeit t=12.5),
- t der Längengrad eines Standorts (östliche Längengrade werden mit positivem und westliche Längengrade mit negativem Vorzeichen angegeben);
- $\phi$  der Breitengrad eines Standorts (nördliche Breitengrade werden mit positivem und südliche Breitengrade mit negativem Vorzeichen angegeben);
- tz die Zeitzone eines Standorts (zum Beispiel entspricht die Zeitzone UTC+1 der Zeitzone tz=1).

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Modellierung zunächst für einen der Standorte Moskau, Karlsruhe oder Daggett durchführen. Die benötigten Daten sind in der folgenden Tabelle gegeben:

Lektion 2 | Folie 2

Standort	Längengrad l	Breitengrad $\phi$	Zeitzone
Moskau	37,62°	55, 76°	UTC+3
Karlsruhe	8,41°	49,01°	UTC+1
Daggett	−116,89°	34,86°	UTC-8

# Lektion 2.1 Bestimmung einer Formel zur Umwandlung der Standardzeit in Sonnenzeit (Arbeitsblatt 1)

Bei der Beschreibung des Sonnenstands wird nicht die Standardzeit, sondern die Sonnenzeit verwendet. Bevor also mit der Modellierung des Einfallswinkels der Sonne begonnen werden kann, muss eine Formel zur Umwandlung der Standardzeit in Sonnenzeit gefunden werden. Die Sonnenzeit orientiert sich am Tagesverlauf der Sonne und ist so definiert, dass es 12:00 Uhr ist, wenn die Sonne gerade den Längengrad eines Standorts kreuzt. Die Sonne erreicht also um 12:00 Uhr gerade den Höchststand.

Zur Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit müssen zwei Korrekturen berücksichtigt werden:

- konstante Korrektur aufgrund des L\u00e4ngenunterschieds zwischen dem L\u00e4ngengrad eines gew\u00e4hlten Standorts und dem L\u00e4ngengrad auf dem die lokale Standardzeit basiert,
- · Korrektur aufgrund der sogenannten Zeitgleichung.

Um die erste Korrektur bestimmen zu können, muss zunächst der **Standardlängengrad** der Zeitzone tz eines Standorts bestimmt werden. Als Standardlängengrad einer Zeitzone wird der Längengrad bezeichnet, der in der Mitte der Zeitzone liegt. Unsere Erde ist in 24 Zeitzonen eingeteilt, in einer Zeitzone liegen also 15 Längengrade. Der nullte Meridian ist der Standardmeridian der Zeitzone UTC  $\pm$  0 (tz=0). Der Standardlängengrad SL einer Zeitzone tz lässt sich also mit folgender Formel berechnen:

$$SL = \mathbf{15} \cdot tz.$$

Der Zeitunterschied, der aufgrund der Längendifferenz zwischen dem Standardlängengrad und dem Längengrad des Standorts entsteht (s. Abb. 5), bestimmt die erste Korrektur, die durchgeführt werden muss um die Standardzeit in Sonnenzeit umzurechnen.

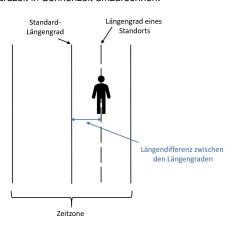


Abbildung 5: Längenunterschied zwischen dem Standardlängengrad  $\mathit{SL}$  und dem Längengrad  $\mathit{l}$ 

Zwischen zwei Längengraden, die sich um ein Grad unterscheiden, beträgt der **Zeitunterschied** vier Minuten. Damit ergibt sich der Zeitunterschied  $\Delta T$  zwischen dem Längengrad l des gewählten

Lektion 2 | Folie 3

Standorts und dem Standardlängengrad SL der Zeitzone in Minuten zu

$$\Delta T = 4 \cdot (SL - l) = 4 \cdot (15 \cdot tz - l).$$

Dabei ist zu beachten, dass der Längengrad l in der Zeitzone tz liegt.

Die zweite Korrektur entsteht aufgrund der sogenannten **Zeitgleichung**. Die Zeitgleichung beschreibt den Zeitunterschied, der zum einen aufgrund von Veränderungen der Bahngeschwindigkeit der Erde bei ihrem Umlauf um die Sonne und zum anderen aufgrund der Rotation der Erde um ihre eigene Achse, die nicht senkrecht zur Bahnebene ist, entsteht. Die Zeitgleichung ist wie folgt definiert:

$$EoT = 229.2 \cdot (0.000075 + 0.001868 \cdot \cos(B) - 0.032077 \cdot \sin(B) - 0.014615 \cdot \cos(2B) - 0.04089 \cdot \sin(2B)),$$

wobei

$$B = \frac{360}{365} \cdot (n-1).$$

Der Zeitunterschied aufgrund der Zeitgleichung wird ebenfalls in Minuten angegeben. Diese Formel wird den Schüler als Blackbox angegeben.

Insgesamt lässt sich die Standardzeit t also mit der folgenden Formel in die Sonnenzeit  $t_s$  umwandeln:

$$t_s = t + \frac{1}{60} \cdot \Delta T + \frac{1}{60} \cdot EoT.$$

# Lektion 2.2 Bestimmung der Deklination $\delta$ in Abhängigkeit vom n-ten Tag des Jahres (*Arbeitsblatt 2, Teil 1*)

Durch die **Deklination**  $\delta$  wird die Auswirkung der Bewegung der Erde um die Sonne auf die Sonnenhöhe beschrieben. Für die Modellierung der Deklination wird zusätzlich angenommen, dass sich die Erde innerhalb eines Jahres auf einer perfekten Kreisbahn um die Sonne bewegt und dass ein Jahr immer genau 365 Tage hat. Da die Erdachse geneigt ist, ändert sich die Sonnenhöhe im Laufe des Jahres (s. Abb. 6).

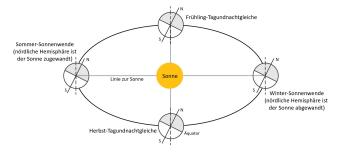


Abbildung 6: Deklination im Laufe des Jahres

Die Deklination beschreibt die Neigung der Erdachse, also den Winkel zwischen der Linie zur Sonne und dem Äquator (s. Abb. 7). Zum Zeitpunkt der Sommersonnenwende ist die Deklination maximal und zum Zeitpunkt der Wintersonnenwende minimal. Die Deklination beträgt dann 23, 45° bzw.  $-23,45^{\circ}$ . Bei der Herbst- und Frühling-Tagundnachtgleiche ist die Deklination gleich null. Der Deklinationswinkel  $\delta$  in Abhängigkeit vom Tag n des Jahres ist gegeben durch:

$$\delta = 23.45 \cdot \sin(\frac{360}{365} \cdot (284 + n))$$
$$= 23.45 \cdot \sin(\frac{360}{365} \cdot (-81 + n)).$$

Lektion 2 | Folie 4

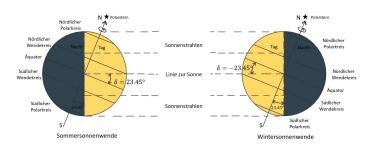


Abbildung 7: Deklination zum Zeitpunkt der Sommer- und Wintersonnenwende

# Lektion 2.3 Bestimmung des Stundenwinkels $\omega$ in Abhängigkeit von der Tageszeit (Arbeitsblatt 2, Teil 2)

Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre eigene Achse. Aufgrund dieser Rotation ergibt sich eine Abweichung der einfallenden Sonnenstrahlung östlich oder westlich vom Längengrad des Beobachters. Der Winkel  $\omega$  der diese Abweichung beschreibt wird als **Stundenwinkel** bezeichnet (s. Abb. 8).

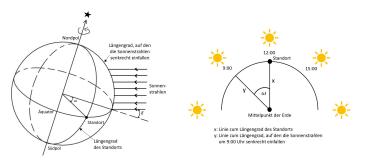


Abbildung 8: Stundenwinkel  $\omega$ 

Der Stundenwinkel ist so definiert, dass zum Zeitpunkt  $t_s=12\,\mathrm{h}$  der Stundenwinkel gerade 0° beträgt. Die Vormittagsstunden werden mit einem negativen Vorzeichen und die Nachmittagsstunden mit einem positiven Vorzeichen angegeben. Die Erde rotiert um 15° pro Stunden, sodass der Stundenwinkel  $\omega$  in Abhängigkeit von der Sonnenzeit  $t_s$  wie folgt berechnet werden kann:

$$\omega = (t_s - 12) \cdot 15.$$

#### Lektion 2.4 Beschreibung des Sonnenstands

Der Stand der Sonne ausgehend von einer horizontalen Oberfläche an einem beliebigen Standort auf der Erde kann mithilfe des Zenitwinkels  $\theta$ , des Sonnenhöhenwinkels  $\alpha_s$  und des Azimutwinkels  $\gamma_s$  beschrieben werden (s. Abb. 9).

Lektion 2 | Folie 5

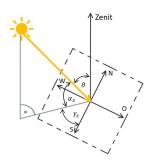


Abbildung 9: Zenitwinkel  $\theta$ , Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und Azimutwinkel  $\gamma_s$ 

#### Zenitwinkel $\theta$ (Arbeitsblatt 3, Teil 1)

Als **Zenitwinkel**  $\theta$  wird der Winkel zwischen der Senkrechten, die zum Zenit zeigt, und der direkten Linie zur Sonne bezeichnet (s. Abb. 10).

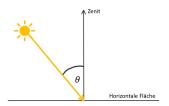


Abbildung 10: Zenitwinkel  $\theta$ 

Der Zenitwinkel  $\theta$  kann über die folgende Formel berechnet werden:

$$\cos(\theta) = \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(\omega) + \sin(\phi)\sin(\delta).$$

Diese Funktion wird den Schüler vorgegeben, da die Herleitung den Zeitrahmen des CAMMP days sprengen und bei vielen Schülern für Schwierigkeiten sorgen würde.

#### Sonnenhöhenwinkel $\alpha_s$ (Arbeitsblatt 3, Teil 2)

Der **Sonnenhöhenwinkel**  $\alpha_s$  beschreibt den Winkel zwischen der horizontalen Fläche und der Linie zur Sonne (s. Abb. 11).

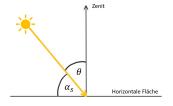


Abbildung 11: Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$ 

Lektion 2 | Folie 6

Der Sonnenhöhenwinkel kann also wie folgt berechnet werden:

$$\alpha_s = 90 - \theta$$
 bzw.  $\sin(\alpha_s) = \cos(\theta)$ .

#### Azimutwinkel $\gamma_s$ (Arbeitsblatt 3, Teil 3)

Der **Sonnenazimutwinkel**  $\gamma_s$  gibt die Abweichung der Sonnenposition bezogen auf Süden an. Die Abweichung in östliche Richtung wird mit einem negativen Vorzeichen und die Abweichung in westliche Richtung mit einem positiven Vorzeichen angegeben (s. Abb. 12). Somit hat der Sonnenazimutwinkel immer das gleiche Vorzeichen wie der Stundenwinkel  $\omega$ .

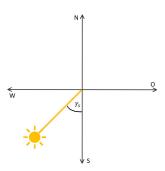


Abbildung 12: Azimutwinkel  $\gamma_s$ 

Der Sonnenazimutwinkel  $\gamma_s$  kann über die folgende Formel berechnet werden:

$$\gamma_s = \operatorname{sgn}(\omega) \cdot \left| \operatorname{arccos}\left(\frac{\cos(\theta)\sin(\phi) - \sin(\delta)}{\sin(\theta)\cos(\phi)}\right) \right|.$$

Auch diese Formel wird den Schülern angegeben.

Lektion 2 | Folie 7

# Modellierung eines Fresnelkraftwerks

## Lektion 2.5 Modellierung des transversalen Einfallswinkels der Sonne (Arbeitsblatt

Der **transversale Einfallswinkel**  $\alpha_t$  beschreibt den Winkel zwischen der Ost-West-Achse und der Projektion des Sonnenstands in die Transversalebene (s. Abb. 13).

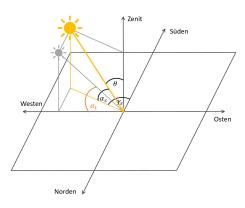
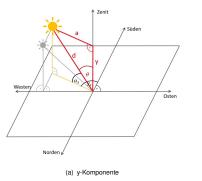


Abbildung 13: transversaler Einfallswinkel  $\alpha_t$ 

Zunächst werden nur die Nachmittagsstunden, für die der Azimutwinkel  $\gamma_s$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  liegt, betrachtet (s. Abb. 14).



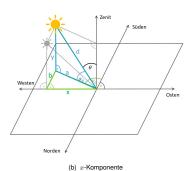


Abbildung 14: Berechnung der x- und y-Komponenten

Im rot eingezeichneten Dreieck in Abbildung 14(a) gilt nach den Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck der folgende Zusammenhang:

$$\cos(\theta) = \frac{y}{d} \qquad \Rightarrow \qquad y = d \cdot \cos(\theta).$$
 Im blauen Dreieck in Abbildung 14(b) gilt

$$\cos(\alpha_s) = \frac{a}{d} \qquad \Rightarrow \qquad a = d \cdot \cos(\alpha_s)$$

und im grünen Dreieck gilt

$$\cos(90^{\circ} - \gamma) = \frac{x}{a}$$
  $\Rightarrow$   $x = a \cdot \cos(90^{\circ} - \gamma_s)$ .

Lektion 2 | Folie 8

Somit ergibt sich für die x-Komponente

$$x = d \cdot \cos(\alpha_s) \cdot \cos(90^\circ - \gamma_s).$$

Mithilfe von x und y kann nun der transversale Einfallswinkel  $\alpha_t$  für  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$  wie folgt berechnet werden:

$$\tan(\alpha_t) = \frac{y}{x} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(90^\circ - \gamma)}\right).$$

Neben dem Fall  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$  müssen bei der Berechnung des transversalen Einfallswinkels noch drei weitere Fälle betrachtet werden. Für diese wird analog vorgegangen und es ergeben sich die folgenden Formeln zur Berechnung von  $\alpha_t$ :

- Morgenstunden:  $\gamma_s < -90^\circ \quad \Rightarrow \quad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(\gamma_s + 90^\circ)}\right)$
- $\bullet \ \, \text{Vormittagsstunden: } \gamma_s \in \left[-90^\circ, 0^\circ\right) \quad \Rightarrow \quad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(90^\circ + \gamma_s)}\right)$
- $\bullet \ \, \text{Abendstunden:} \ \, \gamma_s > 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha_s)\cos(\gamma_s 90^\circ)}\right)$

Die letzten drei Formeln müssen die Schüler nicht selbst herleiten. Stattdessen wird ihnen für den weiteren Workshop eine Funktion zur Berechnung des transversalen Einfallswinkels  $\alpha_t$  zu einer beliebigen Tageszeit t gegeben.

# Lektion 2.6 Bestimmung der Ausrichtung eines Spiegels, der direkt unter dem Absorberrohr steht, in Abhängigkeit vom transversalen Einfallswinkel (Arbeitsblatt 5)

Zum Abschluss des ersten Teils des Workshops soll bestimmt werden, wie ein Spiegel, der sich direkt unter dem Absorberrohr befindet, ausgerichtet sein muss, damit ein Sonnenstrahl, der am Spiegelmittelpunkt reflektiert wird, das Absorberrohr trifft (s. Abb. 15). Hierzu werden zusätzlich die folgenden Annahmen getroffen:

- Der Horizont verläuft parallel zum Erdboden durch den Mittelpunkt des Fresnelspiegels.
- Der Spiegelmittelpunkt befindet sich genau unterhalb des Mittelpunktes des Absorberrohrs.
- Der Spiegel kann exakt in jeden Winkel geneigt werden.

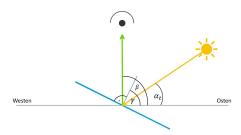


Abbildung 15: Ein- und ausfallende Sonnenstrahlen, sodass das Absorberrohr getroffen wird.

Die Stellung des Spiegels wird mit dem Winkel  $\gamma$  zwischen dem Spiegelnormalenvektor und dem Horizont beschrieben. Der Winkel zwischen dem reflektierten Sonnenstrahl und dem Horizont ist der Reflexionswinkel und wird mit  $\beta$  bezeichnet. Desweiteren wird der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen durch den transversalen Einfallswinkel  $\alpha_t$  beschrieben. Da sich der Spiegelmittelpunkt direkt unter dem Absorberrohrmittelpunkt befindet, beträgt der Reflexionswinkel  $\beta$  genau

$$\beta = 90^{\circ} = \frac{\pi}{2}.$$

Lektion 2 | Folie 9

Modellierung eines Fresnelkraftwerks

Aus der Physik ist bekannt, dass Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel gilt (Reflexionsgesetz). Zu beachten ist hier, dass diese beiden Winkel immer zum Lot hin gemessen werden. Der Einfallswinkel ist somit gegeben durch  $\gamma-\alpha_t$  und der Ausfallswinkel durch  $\beta-\gamma$ . Es gilt also

$$\beta - \gamma = \gamma - \alpha_t$$

und damit

$$\gamma = \frac{1}{2}(\alpha_t + \beta) = \frac{1}{2}(\alpha_t + 90^\circ) = \frac{1}{2}(\alpha_t + \frac{\pi}{2}).$$

#### Lektion 2.7 Bestimmung der Leistung auf dem Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks

Im zweiten Teil des Workshops soll die Strahlungsleistung, die das Spiegelfeld eines Kraftwerks erreicht, bestimmt werden.

#### Bestimmung der Solarkonstante (Arbeitsblatt 6, Teil 1)

Die Sonne ist ein gigantischer Funktionsreaktor, in dessen Inneren vier Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern verschmelzen. Die bei dieser Kernfusion frei werdende Energie gibt die Sonne in Form von Strahlung in den Weltraum ab. Sie strahlt kontinuierlich eine Strahlungsleistung von  $P_{\rm sun}=3.845\cdot 10^{26}\,{\rm W}$  in alle Richtungen ab. Auf der Erde kommt jedoch nur ein minimaler Bruchteil davon an. Um diesen Anteil zu bestimmen, wird eine Hüllkugel um die Sonne betrachtet, deren Radius gerade der Abstand dzwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde ist (s. Abb. 16).

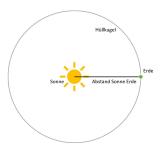


Abbildung 16: Hüllkugel um Sonne

Die von der Sonne abgestrahlte Leistung  $P_{\text{sun}}$  verteilt sich gleichmäßig auf der gesamten Kugeloberfläche der Hüllkugel. Die auf der Erde pro Quadratmeter ankommende Leistung wird als **Solarkonstante** bezeichnet und lässt sich wie folgt berechnen:

$$G = \frac{P_{\mathrm{sun}}}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = 1367 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2},$$

wobei  $d=1.496\cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$  der Abstand zwischen Sonne und Erde ist.

## Bestrahlungsstärke auf einer Fläche senkrecht zur einfallenden Strahlung (Arbeitsblatt 6, Teil 2)

Die Umlaufbahn der Erde um die Sonne ist kein perfekter Kreis, daher ändert sich der Abstand zwischen Erde und Sonne im Laufe des Jahres. Die Bestrahlungsstärke (Leistung pro Quadratmeter) auf eine Oberfläche senkrecht zur einfallenden Strahlung am Tag n des Jahres wird in der Einheit  $W/m^2$  angegeben und kann mithilfe der folgenden Formel berechnet werden :

$$I_{\mathsf{normal}} = G \cdot \left(1 + 0.033 \cdot \cos\left(\frac{360 \cdot n}{365}\right)\right).$$

Diese Formel wird den Schülern als Blackbox angegeben.

Lektion 2 | Folie 10

# Lektion 1

# Jennoli 2 Modellierung eines Fresnelkraftwerks

#### Leistung auf einem horizontalen Spiegel (Arbeitsblatt 6, Teil 3)

Die Leistung, die auf einem Spiegelfeld der Länge r und Breite b ankommt, ist vom Zenitwinkel der einfallenden Sonnenstrahlung abhängig und somit auch von der Tageszeit. Dabei gilt je spitzer der Zenitwinkel, desto größer die eintreffende Leistung. Dieser Effekt wird auch als Kosinuseffekt bezeichnet. Um die **Leistung**  $P_{\text{mirrorfield}}$  bestimmen zu können wird eine imaginäre Hilfsoberfläche eingeführt, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist (s. Abb. 17).

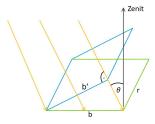


Abbildung 17: imaginäre Hilfsfläche

Die Hilfsfläche (blau) nimmt die gleiche Leistung durch die Sonnenstrahlen auf wie das Spiegelfeld des Kraftwerks (grün), sie steht jedoch senkrecht zur einfallenden Strahlung. Die Leistung, die die Hilfsfläche erreicht, kann also mit Hilfe der Bestrahlungsstärke  $I_{\text{normal}}$  berechnet werden. Zunächst wird der Flächeninhalt der Hilfsfläche bestimmt. Die Länge r des Spiegelfelds ist gleich der Länge der Hilfsfläche. Die Breite  $b^\prime$  der Hilfsfläche lässt sich mit Hilfe der Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck berechnen. Es gilt:

$$b' = b \cdot \sin(90^{\circ} - \theta) = b \cdot \cos(\theta). \tag{1}$$

Somit ist der Flächeninhalt der imaginären Hilfsfläche gegeben durch

$$A_{\mathsf{help}} = r \cdot b' = r \cdot b \cdot \mathsf{cos}(\theta). \tag{2}$$

Die Leistung  $P_{\mathsf{mirrorfield}}$ , die auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks ankommt, kann also über die folgende Formel berechnet werden:

$$P_{\mathsf{mirrorfield}} = I_{\mathsf{normal}} \cdot A_{\mathsf{help}} = G \cdot \left(1 + 0,033 \cdot \cos\left(\frac{360}{365} \cdot n\right)\right) \cdot r \cdot b \cdot \cos(\theta). \tag{3}$$

# Lektion 2.8 Bestimmung eines optimalen Standorts aufgrund der unterschiedlichen Faktoren (*Arbeitsblatt 7*)

Die Suche nach einem geeigneten Standort für ein Fresnelkraftwerk kann als Extremwertaufgabe aufgefasst werden. Es soll der Breitengrad  $\phi$  bestimmt werden, für den die Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$ , die Energie  $E_{\text{daily}}$  oder die Energie  $E_{\text{yearly}}$  maximal ist. Hier ergeben sich drei Probleme:

- Die meisten Schüler sind noch nicht oder noch nicht ausreichend mit der Differentialrechnung vertraut;
- Die analytische Form der Leistung ist zu komplex, um sie von Schülern differenzieren zu lassen:
- 3. Die Funktionen zur Berechnung der Energien lassen sich nicht analytisch differenzieren.

Daher soll diese Aufgabe sowohl grafisch als auch mit Hilfe eines Optimierungstools von Julia gelöst werden.

#### Lektion 2 | Folie 11

Die Suche wird auf den Längengrad  $l=0^\circ$  und die Zeitzone tz=0 eingeschränkt. Außerdem wird angenommen, dass das Spiegelfeld 302 m breit und 1000 m lang ist.

Zum Beispiel ergibt sich für n=172 und t=12 die folgende Abbildung, wenn die Leistung  $P_{\text{mirrorfield}}$  gegen den Breitengrad  $\phi$  aufgetragen wird. Die Leistung wird als für  $\phi\approx 24^\circ$  maximal.



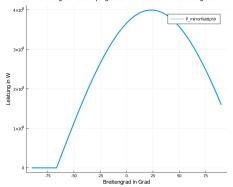


Abbildung 18:  $P_{\text{mirrorfield}}$  gegen  $\phi$  für n=172 und t=12

Das Optimierungstool von Julia liefert das Ergebnis  $\phi=23.45^\circ$  mit der zugehörigen Leistung von  $P_{\rm mirrorfield}=3.995\cdot 10^8\,{\rm W}.$ 

# Lektion 2.9 Bestimmung des Sonnenaufgangs, Sonnenuntergangs und der Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag

#### Zeit des Sonnenauf- und untergangs (Zusatzblatt 1, Teil 1)

Zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs gilt  $\theta=-90^\circ$  und zum Zeitpunkt des Sonnenuntergangs gilt  $\theta=90^\circ$ . Einsetzen in die Formel zur Berechnung des Zenitwinkels liefert den Stundenwinkel des Sonnenuntergangs

$$\cos(\omega_{\mathsf{sunset}}) = -\tan(\phi)\tan(\delta).$$

Für den Stundenwinkel des Sonnenaufgangs gilt dann

$$\omega_{\rm sunrise} = -\omega_{\rm sunset}.$$

Die Zeit des Sonnenaufgangs in Sonnenzeit ist dann gegeben durch

$$t_{s, \mathrm{sunrise}} = \frac{\omega_{\mathrm{sunrise}}}{15} + 12$$

und die Zeit des Sonnenuntergangs in Sonnenzeit durch

$$t_{s, {\sf sunset}} = rac{\omega_{\sf sunset}}{15} + 12.$$

Einsetzen dieser beiden Zeiten in die Formel zur Umwandlung der Standardzeit in Sonnenzeit und Umformen nach der Standardzeit, liefert die Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Standardzeit

$$t_{\rm sunsrise} = t_{s, \rm sunrise} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT$$

und die Uhrzeit des Sonnenuntergangs in Standardzeit

$$t_{\rm sunset} = t_{s, \rm sunset} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT. \label{eq:tsunset}$$

#### Lektion 2 | Folie 12

#### Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag (Zusatzblatt 1, Teil 2)

Der Stundenwinkel  $\omega$  ändert sich pro Stunde um 15°. Zwischen dem Zeitpunkt des Sonnenaufgangs und des Sonnenuntergangs überstreicht der Stundenwinkel  $\omega$  einen Winkel von  $2\omega_{\text{sunset}}$ . Somit ist die Anzahl N der Sonnenstunden an einem Tag durch

$$N = \frac{2}{15} \cdot \omega_{\text{sunset}}.$$

gegeben.

# Lektion 2.10 Bestimmung der über einen längeren Zeitraum einfallenden Energie auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks

Auf Arbeitsblatt 6 wurde bisher nur die Leistung, die zu einem bestimmten Zeitpunkt t an einem bestimmten Tag n auf das Spiegelfeld eines Fresnelkraftwerks einfällt modelliert. Nun soll zusätzlich noch die täglich bzw. jährlich einfallende Energie berechnet werden.

#### Einfallende Energie pro Tag (Zusatzblatt 2, Teil 1)

Die **Energie**, die über einen Tag auf das Spiegelfeld einfällt entspricht dem Integral über den Tag über die Leistung. Hier ergeben sich zwei Probleme:

- Die meisten Schüler sind noch nicht oder noch nicht ausreichend mit dem Integralbegriff vertraut:
- 2. Die analytische Form der Leistung ist zu komplex, um sie von Schüler integrieren zu lassen.

Diese drei Probleme lassen sich durch die numerische Integration lösen. Das System von Unterund Obersummen lässt sich leicht verstehen und kann von den Schülerinnen und Schülern selbst hergeleitet werden. Zur näherungsweisen Berechnung der Energie, die über einen Tag einfällt , wird angenommen, dass der Tag in m Zeitintervalle der Länge  $\Delta t$  eingeteilt wird, wobei  $m=\frac{24h}{\Delta t}$  ganzzahlig sei. Die Leistung auf dem Spiegelfeld zum Zeitpunkt t ist gegeben durch  $P_{\text{mirroflield}}(t)$ . Zwischen der Leistung P und der pro Zeiteinheit  $\Delta t$  umgesetzten Energie  $\Delta E$  besteht der folgende Zusammenhang:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Somit kann die über einen Tag einfallende Energie  $E_{\mathrm{daily}}$  über

$$E_{\mathsf{daily}} = \sum_{i=0}^{m-1} P_{\mathsf{mirrorfield}}(t) \cdot \Delta t$$

näherungsweise berechnet werden. Dies wird durch eine for-Schleife implementiert, die über die Zeitschritte iteriert. Hierbei sollte beachtet werden, dass die Zeitschritte nicht zu klein gewählt werden, denn dies würde die Laufzeit der Simulation deutlich verlängern.

#### Einfallende Energei pro Jahr (Zusatzblatt 2, Teil 2)

Die einfallende **Energie** über ein Jahr  $E_{\text{yearly}}$  lässt sich näherungsweise über die Summe der täglich einfallenden Energie  $E_{\text{daily}}$  berechnen:

$$E_{\text{yearly}} = \sum_{n=1}^{365} E_{\text{daily}}(n)$$

Auch dies wird durch eine for-Schleife implementiert, die für n=1,...,365 die täglich einfallende Energie aufsummiert.

#### Lektion 2 | Folie 13

#### **Lektion Literatur**

- [1] http://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenwärmekraftwerk#Solarturmkraftwerke
- [2] http://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenwärmekraftwerk#Fresnel-Kollektoranlagen
- [3] Mertins, M.: Technische und wirtschaftliche Analyse von horizontalen Fresnel- Kollektoren, Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 2009.
- [4] Riegger, M.: Saisonaler Erdsonden-Wärmespeicher Crailsheim, http://www.solites.de/download/literatur/bbr\_09\_2008\_Riegger.pdf
- [5] Riegger, M., Mangold, D.: Planungsoptimierung und Bau des solaren Nahwärmesystems mit saisonalem Kies-Wasser-Waärmespeicher in Eggenstein-Leopoldshafen. http://www.solites.de/download/literatur/08-Otti-Riegger.pdf
- [6] Roeckerath, C.: Mathematische Modellierung der Spiegel eines solarthermischen Kraftwerks im Rahmen einer Modellierungswoche und einer Projektwoche in der Sek. II, Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Zweiten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen, 2012.
- [7] Duffie, J., Beckman, W.: Solar Engineering of Thermal Processes, Wiley, 2013.

Lektion 2 | Folie 14 Seite 17

### E.2. Methodic Concept



#### **Methodisches Konzept** für die Dozenten

#### Material:

#### Blätter zum Ausdrucken:

- Variablen.pdf
- Antwortblatt1.pdf
- Antwortblatt2.pdfDokublatt1.pdf
- Dokublatt2.pdf

#### Präsentationen:

- EinstiegsPresentation.pdfZwischenPresentation.pdf
- AbschlussPresentation.pdf
- Modellierungsvortrag.pdfOpening presentation.pdf
- Closing presentation.pdf

# Jupyter Notebooks: Ordner worksheets

- Ordner code
- Ordner help
- Ordner figs
- Ordner printables

#### Ablauf:

	Inhalt	Hinweise
8:00 Uhr	Vorbereitungen	Allgemeine Vorbereitungen     (Laptops vorbereiten,)     Präsentationen öffnen     AB1-SuS.ipynb öffnen
8:30 Uhr	Begrüßung / Einführung	Eröffnungsvortrag halten (opening presentation.pdf) Modellierungsvortrag halten (Modellierungsvortrag.pdf) Problemeinführungsvortrag halten (EinstiegsPresentation.pdf) Kurze Einführung in Julia und JupyterHub geben
9:05 Uhr	Arbeitsphase I	Begleitmaterial austeilen (Variablen.pdf, Antwortblatt1.pdf und Dokublatt1.pdf)     Arbeitsblätter 1 bis 5 und eventuell Zusatzblatt 1 bearbeiten lassen     Schülerinnen und Schüler immer wieder an kurze Pausen erinnern
11:45 Uhr	Plenumsdiskussion	Zwischenvortrag halten und anhand dessen die Ergebnisse der ersten Arbeitsphase besprechen (ZwischenPresentation.pdf)
12:00 Uhr	Mittagspause	



13:00 Uhr	Arbeitsphase II	Begleitmaterial austeilen (Antwortblatt2.pdf und Dokublatt2.pdf)     Arbeitsblätter 6 und 7 sowie eventuell Zusatzblatt 2 bearbeiten lassen     Schülerinnen und Schüler immer wieder an kurze Pausen erinnern
15:00 Uhr	Plenumsdiskussion	Abschlussvortrag halten und anhand dessen die Ergebnisse der zweiten Arbeitsphase besprechen (AbschlussPresentation.pdf)
15:15 Uhr	Evaluation	Link zur Online-Evaluation veröffentlichen
15:25 Uhr	Verabschiedung	Tagesabschluss (closing presentation.pdf)

#### E.3. Musterlösung



#### Musterlösung für die Dozenten

#### **Arbeitsblatt 1: Sonnenzeit**

#### Teil 1: Zeitdifferenz aufgrund des Unterschieds der Längengrade

#### a) Berechnung des Standardlängengrads:

Der Standardlängengrad einer Zeitzone ist der Längengrad, der in der Mitte der Zeitzone liegt. Unsere Erde ist in 24 Zeitzonen eingeteilt:

Eine Zeitzone umfasst somit 15 Längengrade. Der Standardlängengrad der Zeitzone tz=0 ist der nullte Meridian. Der Standardlängengrad SL lässt sich also über

$$SL = 15 \cdot tz$$

berechnen.

#### b) Berechnung des Zeitunterschieds:

Unsere Erde dreht sich in 24 Stunden (1440 Minuten) einmal um sich selbst:

$$1440:360 = 4$$

Der Zeitunterschied zwischen zwei Längengraden, die sich um ein Grad unterscheiden beträgt also 4 Minuten. Der Zeitunterschied zwischen dem Standardlängengrad SL und dem Längengrad l des gewählten Standorts beträgt also

$$\Delta T = 4 \cdot (SL - l).$$

#### Teil 2: Zeitdifferenz aufgrund der Zeitgleichung

#### a) Zeitgleichung.

Über die Funktion **EoT(n)** wird der Zeitunterschied aufgrund der sogenannten Zeitgleichung am Tag n berechnet. Durch **plotEoT(n)** wird der Graph der Zeitgleichung erstellt.

#### b) Interpretation der Zeitgleichung:

- Wann ist der Zeitunterschied besonders groß bzw. besonders klein?
  - $\rightarrow$  Bei  $n \approx 45$  und  $n \approx 305$  ist der Unterschied besonders groß.
  - $\rightarrow$  Bei  $n \approx 105$ ,  $n \approx 160$ ,  $n \approx 245$  und  $n \approx 355$  ist der Unterschied ungefähr null.
- Was bedeutet das im Hinblick auf den Abstand von der Erde zur Sonne und der Neigung der Erdachse?
  - → In der Perihel-Umgebung (Winterhalbjahr auf der Nordhalbkugel) ist die Erde der Sonne am nächsten und die Sonnenzeit vergeht langsamer als die Standardzeit.
  - → In der Aphel-Umgebung (Sommerhalbjahr auf der Nordhalbkugel) ist die Erde am weitesten von der Sonne entfernt und die Sonnenzeit vergeht schneller als die Standardzeit
  - → Tag- und Nacht-Gleiche:
    - Schnittwinkel zwischen der Erdachse und der Bahnebene ist am größten. Die Sonnenzeit vergeht hier schneller als die Standardzeit.
  - → Sonnenwende:
  - Erdachse und Bahnachse decken sich scheinbar. Sonnenzeit vergeht langsamer als Standardzeit.
  - → Negative Zahlenwerte bedeuten, dass die Sonnenzeit der Standardzeit nach läuft.
  - → Positive Zahlenwerte bedeuten, dass die Sonnenzeit der Standardzeit voraus läuft.



#### Teil 3: Umrechnung der Standardzeit in Sonnenzeit

Die Standardzeit t lässt sich somit über

$$t_s = t + \frac{1}{60} \cdot \Delta T + \frac{1}{60} \cdot EoT$$

in die Sonnenzeit  $t_s$  umrechnen. Dabei muss beachtet werden, dass  $\Delta T$  und EoT in Minuten ausgegeben werden und daher erst noch in Stunden umgerechnet werden müssen.

#### **Arbeitsblatt 2: Deklination und Stundenwinkel**

#### Teil 1: Die Bewegung der Erde um die Sonne

Die Deklination, die den Winkel zwischen der Linie zur Sonne und dem Äquator angibt, kann am Tag ndes Jahres über eine Sinusfunktion der Form  $\delta(n) = a \cdot \sin(b \cdot (n+c)) + d$  berechnet werden.

 $Der \ Deklinations winkel \ nimmt \ maximal \ den \ Wert \ 23,45^{\circ} \ und \ minimal \ den \ Wert \ -23,45^{\circ} \ an. \ Daher \ gillt:$ 

$$a = 23,45.$$

#### Parameter b: Periode

Nach 365 Tagen hat die Erde die Somme einmal umkreist. Daher gilt

$$p = 365.$$

Damit folgt:

$$b = \frac{360^{\circ}}{p} = \frac{360^{\circ}}{365}.$$

Parameter c: Verschiebung in x-Richtung Die Deklination ist am 21. Juni, also bei n=172, maximal und am 21. Dezember, also bei n=355, minimal:

$$355 - 172 = 183$$
  $183: 2 = 91,5$   $172 - 91,5 = 80,5.$ 

Der Tag n ist immer eine gerade Zahl, daher wird hier aufgerundet. Bei n=81 ist also ein Vorzeichenwechsel von – zu +. Damit gilt:

$$c = -81$$
.

#### Parameter d: Ruhelage

Die Ruhelage der Funktion liegt bei y = 0. Somit gilt:

$$d=0.$$



#### Teil 2: Drehung der Erde um sich selbst

Die Erde dreht sich innerhalb von 24 Stunden einmal um ihre eigene Achse:

Somit dreht sie sich innerhalb einer Stunde um  $15^{\circ}$ . Da die Vormittagsstunden mit einem negativen und die Nachmittagsstunden mit einem positiven Vorzeichen angegeben werden, lässt sich der Stundenwinkel  $\omega$  über die folgende Formel berechnen:

$$\omega = (t_s - 12) \cdot 15.$$

#### Arbeitsblatt 3: Zenit-, Sonnenhöhen-, und Azimutwinkel

#### Teil 1: Welche Größen beeinflussen den Stand der Sonne?

Der Zenitwinkel  $\theta$ , der Sonnenhöhenwinkel  $\alpha_s$  und der Azimutwinkel  $\gamma_s$  sind von den folgenden Größen abhängig:

- Tag n seit Beginn des Jahres
- Zeit t seit Beginn des Tages
- Breitengrad φ des Standorts
- Längengrad l des Standorts
- Zeitzone tz des Standorts

#### Teil 2: Berechnung des Zenitwinkels der Sonne

#### a) Zenitwinkel in Abhängigkeit von der Tageszeit

Über die Funktion **theta(t,tz,l,n,phi)** wird der Zenitwinkel am Tag n zur Zeit t am gewählten Ort ausgegeben. Durch **plotTheta(t,theta)** wird der Graph, in dem der zeitliche Verlauf des Zenitwinkels zu sehen ist erstellt

#### b) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des Zenitwinkels

- Wann nimmt der Zenitwinkel seinen kleinsten Wert an und warum?
- → Am Mittag, sobald die Sonne den Höchststand erreicht hat.
- Warum ist das Minimum des Zenitwinkels nicht immer 0°?
  - $\to\,$  Der vollständige Zenitstand ist nur für Breitengrade zwischen -23.45° und 23.45° zu einer bestimmten Jahreszeit möglich.
- Warum kann der Zenitwinkel auch Werte größer 90° annehmen und was bedeutet das?
  - → Die Erde ist eine Kugel. Für θ > 90° verschwindet die Sonne hinter der horizontalen Fläche.

#### Teil 3: Berechnung des Sonnenhöhenwinkels

Für den Sonnenhöhenwinkel gilt:

$$\alpha_s = 90^{\circ} - \theta$$
.

#### Teil 4: Berechnung des Sonnenazimutwinkels

Über die Funktion  $gamma_s(t,tz,l,n,phi)$  wird der Sonnenazimutwinkel am Tag n zur Zeit t am gewählten Ort ausgegeben. Durch  $plotGamma_s(t,gamma_s)$  wird der Graph, in dem der zeitliche Verlauf des Azimutwinkels zu sehen ist, erstellt.



#### Arbeitsblatt 4: Berechnung des transversalen Einfallswinkels

#### Teil 1: Berechnung der x- und y-Komponenten

Für den Fall, dass der Sonnenazimutwinkel zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  liegt, gilt mit den Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck für die x-Komponente des Sonnenstands:

$$x = d \cdot \cos(\alpha_s) \cdot \cos(90^\circ - \gamma_s)$$

und für die y-Komponente gilt:

$$y = d \cdot \cos(\theta).$$

#### Teil 2: Berechnung des transversalen Einfallswinkels

a) Berechnung des transversalen Einfallswinkels für  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$ Mit Hilfe der x- und y-Komponenten des Sonnenstands und den Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck ergibt sich für den transversalen Einfallswinkel im Fall  $\gamma_s \in [0^\circ, 90^\circ]$ :

$$\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{y}{r}\right)$$

- b) Berechnung des transversalen Einfallswinkels zu einer beliebigen Tageszeit Über die Funktion alpha\_t(t,tz,l,n,phi) wird der transversale Einfallswinkel am Tag n zur Zeit t am gewählten Ort ausgegeben. Durch plotAlphaT(t,alpha\_t) wird der Graph, in dem der zeitliche Verlauf des transversalen Einfallswinkels zu sehen ist, erstellt.
- c) Interpretation des zeitlichen Verlaufs des transversalen Einfallswinkels
  - Im Fall  $\alpha_t=0^\circ$  ist die Sonne noch nicht aufgegangen bzw. befindet sich noch hinter der horizontalen Fläche.
  - Im Fall  $\alpha_t=180^\circ$  ist Sonne schon untergegangen bzw. befindet sich schon hinter der horizontalen Fläche.

#### Arbeitsblatt 5: Ausrichtung eines Spiegels unter dem Rohr

#### Teil 1: Ausrichtung des Spiegels zu einer konkreten Tageszeit

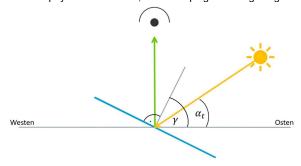
Durch Ausprobieren sollen die Schüler zu einer konkreten Tageszeit den Neigungswinkel des Spiegels so wählen, dass der reflektierte Strahl das Rohr trifft. Ein Beispiel für die Wahl der Parameter wäre:

$$n = 67,$$
  $t = 10,$   $\gamma = 80.$ 



#### Teil 2: Reflexionsgesetz

Die Reflexion ist physikalisch korrekt, falls der Spiegel wie folgt eingezeichnet ist.



#### Teil 3: Formel zur Berechnung des Neigungswinkels

Da sich der Spiegelmittelpunkt direkt unter dem Absorberrohr befindet, gilt für den Reflexionswinkel  $\beta$ :

$$\beta = 90^{\circ}$$
.

Nach dem Reflexionsgesetz aus der Physik gilt Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel, also:

$$\beta - \gamma = \gamma - \alpha_t$$
.

Damit folgt für den Neigungswinkel  $\gamma$  des Spiegels:

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot (\alpha_t + 90^\circ).$$

#### Arbeitsblatt 6: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

#### Teil 1: Solarkonstante

Die von der Sonne abgestrahlte Leistung verteilt sich gelichmäßig auf der Kugeloberfläche. Die Oberfläche einer Kugel mit Radius r ist gegeben durch:

$$0=4\cdot\pi\cdot r^2.$$

Die auf der Erde pro Quadratmeter ankommende Leistung lässt sich also über

$$G = \frac{P_{sun}}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

berechnen.



#### Teil 2: Bestrahlungsstärke auf einer Fläche senkrecht zur einfallenden Strahlung

#### a) Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres

Über die Funktion **I\_normal(n)** wird die Bestrahlungsstärke auf einer Fläche, die senkrecht zur einfallenden Strahlung ausgerichtet ist, am Tag n berechnet. Durch **plotI\_normal(n)** wird der Graph, der die Veränderungen der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres zeigt, erstellt.

#### b) Interpretation der Veränderung der Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres

- Wie verändert sich die Bestrahlungsstärke im Laufe des Jahres?
  - → Im Sommer (Nordhalbkugel) ist die Bestrahlungsstärke am geringsten.
  - → Im Winter (Nordhalbkugel) ist die Bestrahlungsstärke am größten.
- Was bedeutet dies im Hinblick auf den Abstand zwischen dem Zentrum der Sonne und dem Mittelpunkt der Erde?
  - → İm Sommer (Nordhalbkugel) ist der Abstand zwischen Erde und Sonne am größten.
  - → Im Winter (Nordhalbkugel) ist der Abstand zwischen Erde und Sonne am geringsten.

#### Teil 3: Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

#### a) Spiegelfeld eines Kraftwerks

Die Schüler recherchieren im Internet die Größe eines Fresnelkraftwerks. Das Fresnelkraftwerk Puerto Errado 2 hat beispielsweise eine Fläche von 302000 Quadratmetern. Eine mögliche Wahl für Länge und Breite ist also:

$$r = 1000, b = 302.$$

#### b) Flächenberechnung

Die Länge r des Spiegelfelds ist gleich der Länge der Hilfsfläche. Die Breite b' der Hilfsfläche berechnet sich nach den Definitionen von Sinus und Kosinus im rechtwinkligen Dreieck über

$$b' = b \cdot \sin(90^{\circ} - \theta) = b \cdot \cos(\theta).$$

Damit folgt für den Flächeninhalt der imaginären Hilfsfläche:

$$A_{\text{help}} = r \cdot b \cdot \cos(\theta).$$

#### c) Berechnung der Leistung auf dem Spiegelfeld eines Kraftwerks

Die Leistung auf dem Spiegelfeld des Kraftwerks lässt sich mit Hilfe der imaginären Hilfsfläche über

$$P_{\text{mirrorfield}} = I_{\text{normal}} \cdot A_{\text{help}} = I_{\text{normal}} \cdot r \cdot b \cdot \cos(\theta)$$

berechnen.



### Arbeitsblatt 7: Optimaler Standort für ein Fresnelkraftwerk

### $\underline{\text{Teil 1:}} \ \text{Breitengrad} \ \varphi, \ \text{für den die Leistung maximal ist}$

### a) Optimalen Breitengrad $\phi$ am Graphen ablesen

		Breitengrad $\phi$ in $^\circ$	Leistung P in W
	9:30 Uhr	≈ 25°	≈ 3.3 · 10 <sup>8</sup>
21. Juni (n = 172)	12:00 Uhr	≈ 22°	$\approx 4 \cdot 10^8$
	15:00 Uhr	≈ 30°	≈ 3.1 · 10 <sup>8</sup>
	9:30 Uhr	≈ 0°	≈ 3.3 · 10 <sup>8</sup>
20. September (n = 263)	12:00 Uhr	≈ 0°	$\approx 4.1 \cdot 10^8$
	15:00 Uhr	≈ 0°	$\approx 2.8 \cdot 10^8$
	9:30 Uhr	≈ -30°	≈ 3.3 · 10 <sup>8</sup>
21. Dezember (n = 355)	12:00 Uhr	≈ −28°	$\approx 4.2 \cdot 10^8$
	15:00 Uhr	≈ -32°	≈ 3.3 · 10 <sup>8</sup>

- b) Interpretation der grafischen Ergebnisse
   Was bedeutet es, wenn die Leistung für einen Breitengrad φ den Wert 0 annimmt?
   → Wenn die Leistung für einen Breitengrad φ zu einer Uhrzeit den Wert 0 annimmt, scheint zu dieser Zeit keine Sonne an diesem Breitengrad. Warum liegt das Maximum der am 21. Juni um 12:00 Uhr einfallenden Leistung bei  $\varphi \approx 24^\circ$ ?

### c) Optimalen Breitengrad $\phi$ mit Hilfe von Julia bestimmen

		Breitengrad $\phi$ in $^\circ$	Leistung P in W
	9:30 Uhr	28.776°	$3.302 \cdot 10^{8}$
21. Juni	12:00 Uhr	23.45°	3.995 · 10 <sup>8</sup>
	15:00 Uhr	31.38°	$3.053 \cdot 10^{8}$
	9:30 Uhr	0.249°	3.326 · 10 <sup>8</sup>
20. September	12:00 Uhr	0.202°	4.102 · 10 <sup>8</sup>
	15:00 Uhr	0.294°	2.818 · 10 <sup>8</sup>



			CAMMP
	9:30 Uhr	-28.494°	$3.556 \cdot 10^{8}$
21. Dezember	12:00 Uhr	-23.45°	4.263 · 10 <sup>8</sup>
	15:00 Uhr	-31.772°	3.222 · 10 <sup>8</sup>

### $\underline{\text{Teil 2:}}$ Breitengrad $\phi$ , für den die täglich einfallenden Energie maximal ist

### a) Optimalen Breitengrad $\phi$ am Graphen ablesen

	Breitengrad φ in °	Energie $E_{daily}$ in Wh
21. Juni (n = 172)	≈ 90°	≈ 3.7 · 10 <sup>9</sup>
20. September (n = 263)	≈ 0°	≈ 3.1 · 10 <sup>9</sup>
21. Dezember (n = 355)	≈ -90°	≈ 4.1 · 10 <sup>9</sup>

### b) Interpretation der grafischen Ergebnisse

- Für welche Breitengrade ist die täglich einfallende Energie an welchen Tagen null und warum?
  - → An den Polarkreisen geht im Sommer bzw. im Winter die Sonne gar nicht auf. Daher ist die täglich einfallende Energie in dieser Zeit für die Breitengrade größer 66° gleich null.
- Warum ist das Maximum der täglich einfallenden Energie am 21. Juni bei φ = 90° und am 21. Dezember bei φ = -90°?
  - Zum Zeitpunkt der Sommersonnen- bzw. Wintersonnenwende geht die Sonne an den Polarkreisen nicht unter, daher ist die einfallende Energie über einen Tag hier am größten.

### c) Optimalen Breitengrad $\phi$ mit Hilfe von Julia bestimmen

	Breitengrad φ in °	Energie $E_{daily}$ Wh
21. Juni (n = 172)	90°	3,831 · 10 <sup>9</sup>
20. September (n = 263)	0.317°	3,135 · 10 <sup>9</sup>
21. Dezember (n = 355)	-90°	4,089 · 10 <sup>9</sup>

### $\underline{\text{Teil 3:}}$ Breitengrad $\phi$ , für den die jährlich einfallende Energie maximal ist

- a) Optimalen Breitengrad  $\phi$  am Graphen ablesen
  - $\phi \approx 0^{\circ}$  und  $E_{yearly} \approx 1.1 \cdot 10^{12}$  Wh
- b) Optimalen Breitengrad  $\phi$  mit Hilfe von Julia bestimmen
  - $\phi = -0.672$  und  $E_{yearly} = 1.104 \cdot 10^{12}$  Wh



### Teil 4: Diskussion

Mögliche Faktoren, die man noch beachten müsste, sind zum Beispiel:

- Atmosphärische Effekte
- Landschaft
- Baukosten
- Wartungsaufwand / -kosten
- ..

# Zusatzblatt 1: Sonnenaufgang, Sonnenuntergang und Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag

### Teil 1: Sonnenaufgang und Sonnenuntergang

- a) Zenitwinkel zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs
   Der Zenitwinkel nimmt zum Zeitpunkt des Sonnenaufgangs den Wert –90° und zum Zeitpunkt des Sonnenuntergangs den Wert 90° an.
- Stundenwinkel beim Sonnenaufgang und Sonnenuntergang
   Für den Stundenwinkel bei Sonnenuntergang gilt der folgende Zusammenhang:

$$\cos(90^\circ) = \cos(\theta)\cos(\delta)\cos(\omega_{sunset}) + \sin(\phi)\sin(\delta) \quad \Leftrightarrow \quad \cos(\omega_{sunset}) = -\tan(\phi)\tan(\delta)$$

Für den Stundenwinkel des Sonnenaufgangs folgt:

$$\omega_{sunrise} = -\omega_{sunset}$$

 Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Sonnenzeit Die Zeit des Sonnenuntergangs in Sonnenzeit ist gegeben durch:

$$t_{s,sunset} = \frac{\omega_{sunset}}{15} + 12,$$

und des Sonnenaufgangs durch:

$$t_{s,sunrise} = \frac{\omega_{sunrise}}{15} + 12.$$

d) Zeit des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs in Standardzeit Die Zeit des Sonnenuntergangs in Standardzeit ist gegeben durch:

$$t_{sunset} = t_{s,sunset} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT$$
,

und des Sonnenaufgangs durch

$$t_{sunrise} = t_{s,sunrise} - \frac{1}{60} \cdot \Delta T - \frac{1}{60} \cdot EoT.$$

### Teil 2: Anzahl der Sonnenstunden an einem Tag

Zwischen dem Zeitpunkt des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs überstreicht der Stundenwinkel einen Winkel von  $2\omega_{sunset}$ . Pro Stunde ändert sich der Stundenwinkel um 15°. Daher gilt für die Zahl der Sonnenstunden an einem Tag:

$$N = \frac{2}{15} \cdot \omega_{sunset}.$$



### Zusatzblatt 2: Gesamtenergie über einen längeren Zeitraum

### Teil 1: Gesamtenergie über einen Tag

Zur Näherungsweisen Berechnung der Energie, die über einen Tag auf dem Spiegelfeld einfällt, wird angenommen, dass der Tag in m Zeitintervalle der Länge  $\Delta t=0.1$  eingeteilt wird. Die über einen Tag einfallende Energie  $E_{\rm daily}$  kann dann über

$$E_{\rm daily} = \sum_{i=0}^{m-1} P_{\rm mirrorfield}(t) \cdot \Delta t$$

Dies kann über die folgende for-Schleife implementiert werden:

### Teil 2: Gesamtenergie über ein Jahr

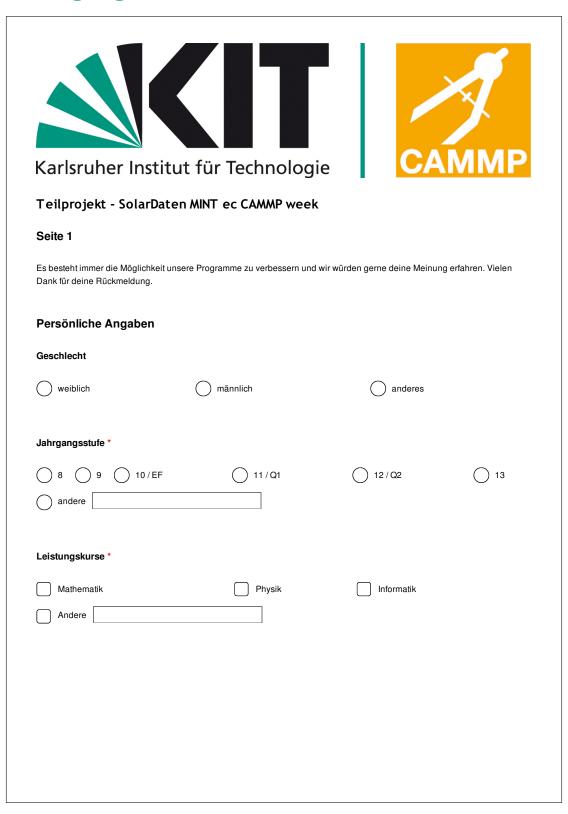
Die Energie  $E_{
m yearly}$ , die über ein Jahr auf das Spiegelfeld des Kraftwerks einfällt, lässt sich näherungsweise über die Summe der täglich einfallenden Energie  $E_{
m daily}$  berechnen:

$$E_{\text{yearly}} = \sum_{n=1}^{365} E_{\text{da}}$$
 (n).

Dies wird über die folgende for-Schleife implementiert:

# F. Fragebogen und Ergebnisse der Evaluation

### F.1. Fragebogen

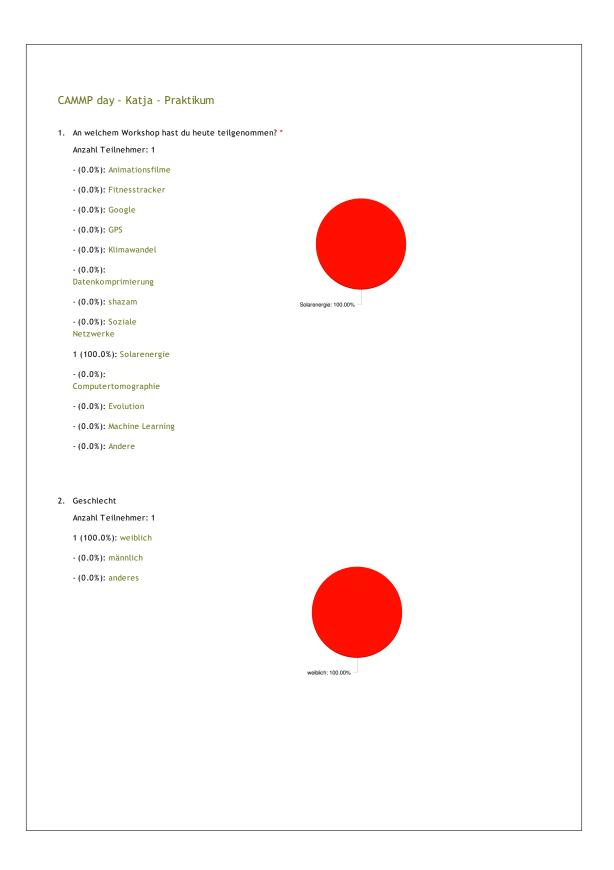


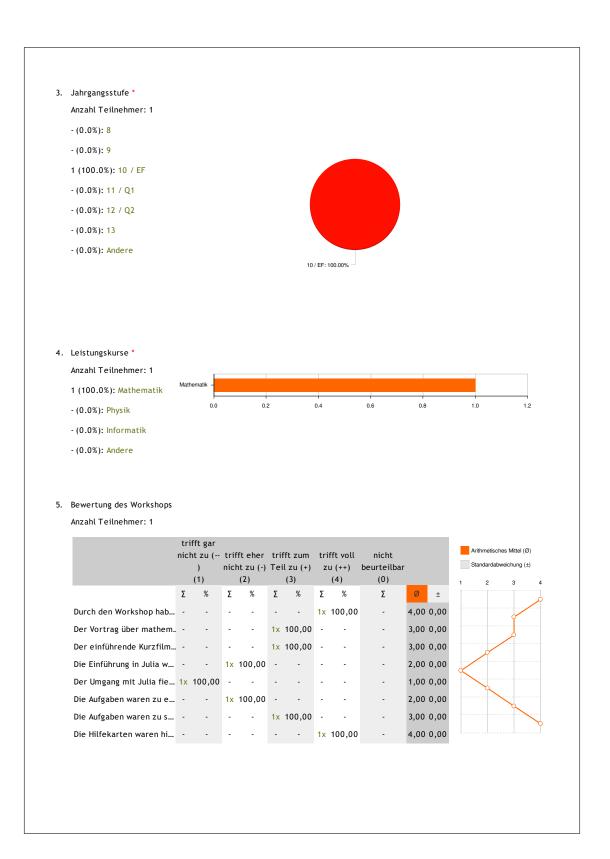
Der einführende Kurzfilm war hilfreich.  Die Einführung in Julia war hilfreich.  Der Umgang mit Julia fiel mir schwer.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Welterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  Trifft gar trifft eher trifft zum trifft voll zu nicht nicht zu (-) nicht zu (-) nicht zu (-) Teil zu (+) (+) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Valturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Situdienmöglichkeiten kennengelermt.  ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schabe in dies		trifft gar	trifft eher	trifft zum	trifft voll zu	nicht
Der einführende Kurzfilm war hilfreich.  Der Umgang mit Julia war hilfreich.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu schwierig.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  trifft gar trifft eher nicht zu (-) richt zu (-) trifft zum trifft voll zu nicht zu (-+) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die le Lern- und Arbeitsatmosphäre war angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studiem Moglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu oeginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.		nicht zu ()	nicht zu (-)	Teil zu (+)	(++)	beurteilbar
Die Einführung in Julia war hilfreich.  Der Umgang mit Julia fiel mir schwer.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu schwierig.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  Trifft gar trifft eher trifft zum trifft voll zu nicht zu (-) Teil zu (+) (++) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelften kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Der Umgang mit Julia fiel mir schwer.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu schwierig.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  Trifft gar nicht zu (-) Teil zu (+) (++) (++) (++) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Ober Musturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelften kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Der einführende Kurzfilm war hilfreich.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\circ$	$\bigcirc$
Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu einfach.  Die Aufgaben waren zu schwierig.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  Trifft gar trifft eher Irifft zum trifft voll zu nicht beurteilbar nicht zu (-) nicht zu (-) Teil zu (+) (++) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelermt. (ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterheitlen kann.  Ch kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu Deginnen.  Ch würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Die Einführung in Julia war hilfreich.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Die Aufgaben waren zu schwierig.  Die Hilfekarten waren hilfreich.  Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  trifft gar trifft der nicht zu (-) nicht zu (-) nicht zu (-) trifft zum trifft voll zu nicht beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterheifen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Der Umgang mit Julia fiel mir schwer.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	
Weiterführende Fragen  Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?  trifft gar trifft eher nicht zu (-) Teil zu (+) (++) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Die Aufgaben waren zu einfach.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Wenn du über deine Erfahrungen mit diesem Kurs nachdenkst, wie sehr treffen die folgenden Aussagen auf dich zu?    trifft gar   trifft eher   trifft zum   trifft voll zu   nicht zu ()   nicht zu ()   nicht zu ()   nicht zu ()   Teil zu (+)   (++)   beurteilbar	Die Aufgaben waren zu schwierig.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
nicht zu (-) nicht zu (-) Teil zu (+) (++) beurteilbar  Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Die Hilfekarten waren hilfreich.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.  Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.  Alles in allem hat mir die Veranstaltung gut gefallen.		trifft gar	trifft eher	trifft zum	trifft voll zu	nicht
Die Inhalte wurden klar vermittelt.  Die Lern- und Arbeitszeiten waren angemessen (nicht zu lang oder zu kurz mit ausreichenden Pausen).  Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Die Lern- und Arbeitsatmosphäre war angenehm.	()		(+)	(++)	Deurteilbai
Der Kurs hat mein Interesse an Themen der Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Die Inhalte wurden klar vermittelt.	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\circ$
Naturwissenschaften und Technik gesteigert.  Durch den Kurs habe ich interessante Berufs- und Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.		$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\circ$	$\circ$
Studienmöglichkeiten kennengelernt.  Ich habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.		$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  Ich kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  Ich würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und würde ihn auch anderen weiterempfehlen.		$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$
Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.			$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\circ$	$\bigcirc$
würde ihn auch anderen weiterempfehlen.	Studienmöglichkeiten kennengelernt. ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen	$\bigcirc$				$\bigcirc$
Alles in allem hat mir die Veranstaltung gut gefallen.	Studienmöglichkeiten kennengelernt. ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann. ch kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu	0	$\bigcirc$	$\bigcirc$		
	Studienmöglichkeiten kennengelernt.  ch habe in diesem Kurs viel Neues gelernt, was mir für die Schule, für ein Studium und/oder für einen Beruf weiterhelfen kann.  ch kann mir vorstellen ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich der Naturwissenschaften oder der Technik zu beginnen.  ch würde so einen Kurs gerne noch einmal besuchen und	0	<ul><li>O</li><li>O</li></ul>	$\bigcirc$	0	$\bigcirc$

Nein	
Ja und zwar	
Hat dir etwas an	diesem Kurs besonders gut gefallen? *
Nein	
Ja und zwar	
Hättest du gerne	e noch etwas anderes gesehen oder erfahren? *
Nein	
$\circ$	
Ja und zwar	
Ja und zwar	
Ja und zwar  Lernzuwachs  Was hast du für	
Ja und zwar  Lernzuwachs  Was hast du für	dich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt?
Ja und zwar  Lernzuwachs  Was hast du für  Abschließene	dich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt?

th gebe den Betreuern die Schulnote*  1 (sehr gut) 2 (gut) 3 (befriedigend) 4 (ausreichend) 5 (mangelhaft) 6 (ungenügend)  1.bschließender Kommentar  //sa möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)  Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	1 (sehr gut) 2 (gut) 3 (befriedigend) 4 (ausreichend) 5 (mangelhaft) 6 (ungenügend)  bschließender Kommentar as möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)					
Abschließender Kommentar  Vas möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)	bschließender Kommentar as möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)	ch gebe den Betr	reuern die Schulnote *			
Abschließender Kommentar  Vas möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)	bschließender Kommentar as möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)	1 (sehr gut)	2 (gut) 3 (befriedigend	4 (ausreichend)	5 (mangelhaft)	6 (ungenügend)
/as möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)	as möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge)			, , ,		
		Abschließend	er Kommentar			
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Jmleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Vas möchstest d	u uns noch sagen? (z.B. Lob	o, Kritik, Verbesserung:	svorschläge)	
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online					
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online					
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Jmleitung auf Schlussseite von Umfrage Online					
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online					
Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online	Umleitung auf Schlussseite von Umfrage Online					
		Umleitung auf Sc	hlussseite von Umfrage Online			
		-				

# F.2. Ergebnisse der Evaluation der ersten Durchführung





### 6. Weiterführende Fragen

Anzahl Teilnehmer: 1

	nicht	-	nich	t eher t zu (- ) 2)		fft zum il zu (+) (3)	z	fft voll u (++) (4)	nicht beurteilbar (0)				Standardal	ches Mittel (Ø bweichung (±	
	Σ	%	Σ		Σ	%	Σ		Σ	Ø	±	1	2	3	
Die Lern- und Arbeitsatm	-	-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				
Die Inhalte wurden klar v		-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				_
Die Lern- und Arbeitszeit		-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00				<
Der Kurs hat mein Intere	-	-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				
Durch den Kurs habe ich	-	-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				_
lch habe in diesem Kurs v		-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00			<u>-</u>	
Ich kann mir vorstellen e		-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00			<u>F</u>	
lch würde so einen Kurs	-	-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00				<
Alles in allem hat mir die			-	-	-		1x	100,00		4,00	0,00	l			

7. Hat dir etwas an dem Kurs absolut nicht gefallen? \*

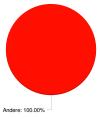
Anzahl Teilnehmer: 1

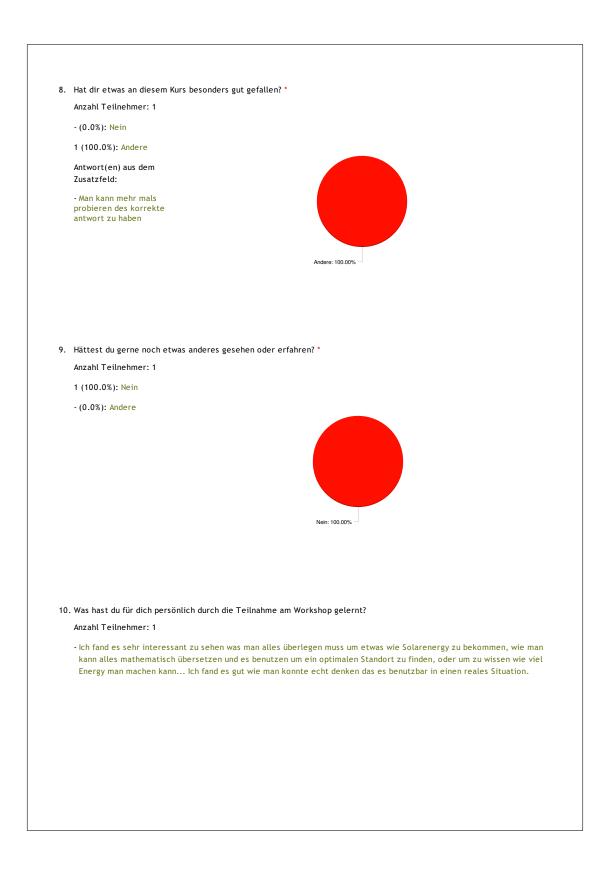
- (0.0%): Nein

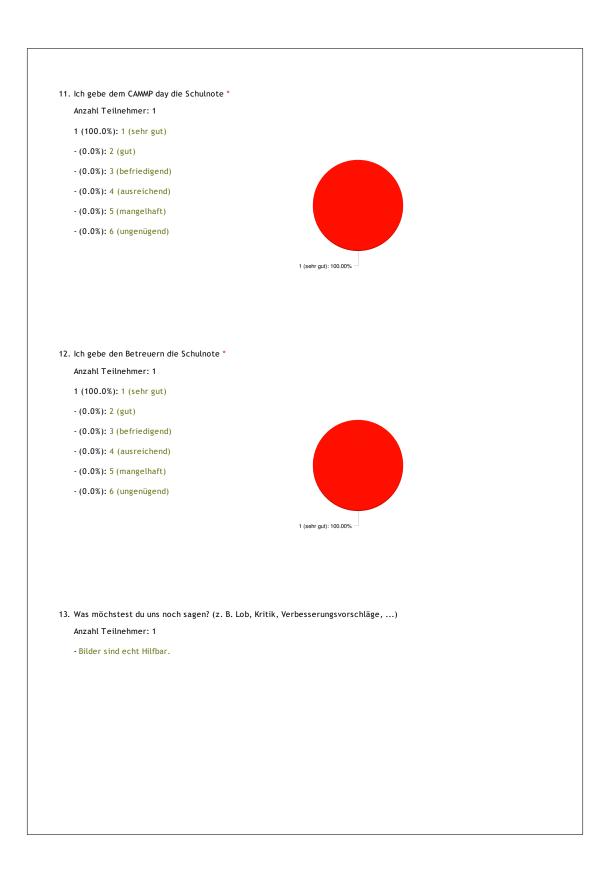
1 (100.0%): Andere

Antwort(en) aus dem Zusatzfeld:

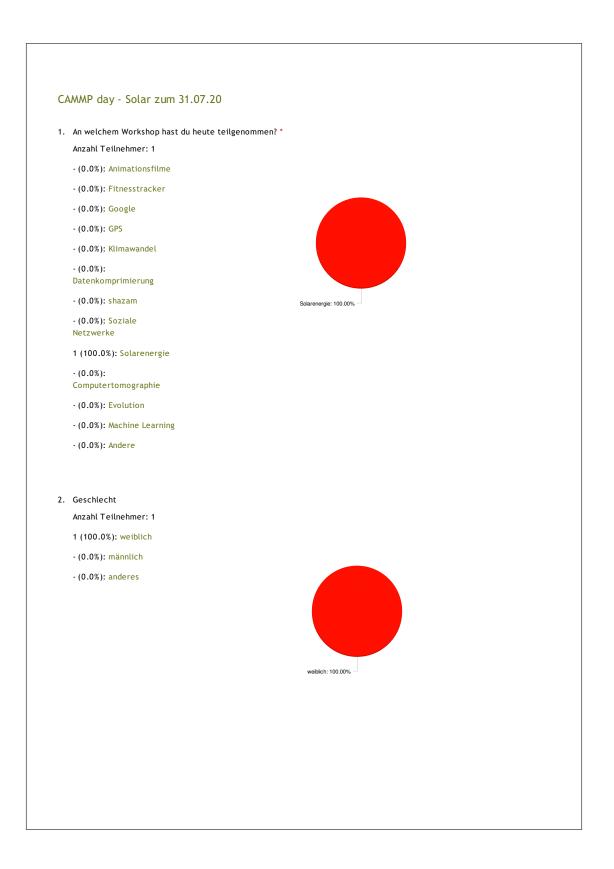
- Es is nicht sehr schlecht , ich habe nur das gefuhl das Bilder hat geholfen mit representation zu haben, wenn ich Bilder hatte war es mehr verstandlich

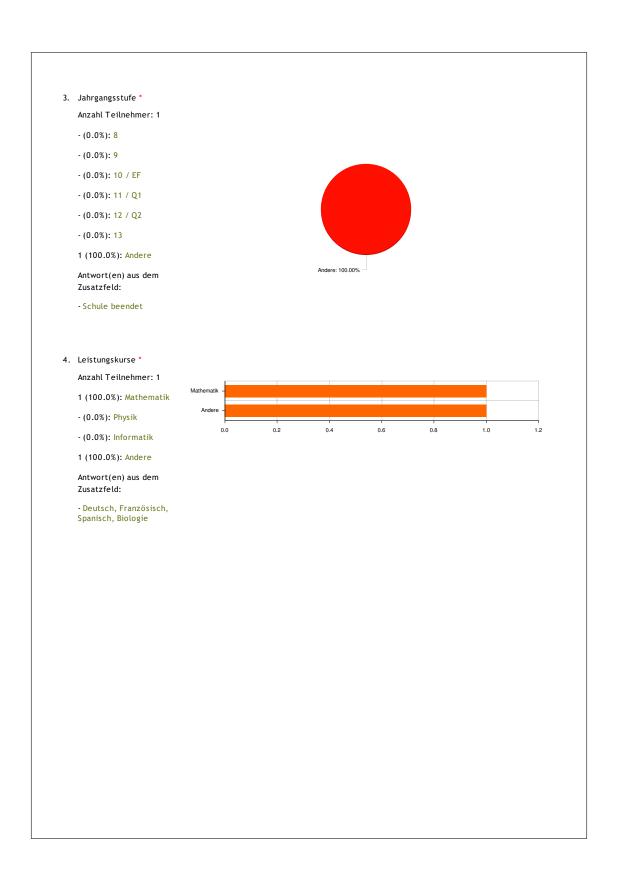






# F.3. Ergebnisse der Evaluation der zweiten Durchführung





### 5. Bewertung des Workshops

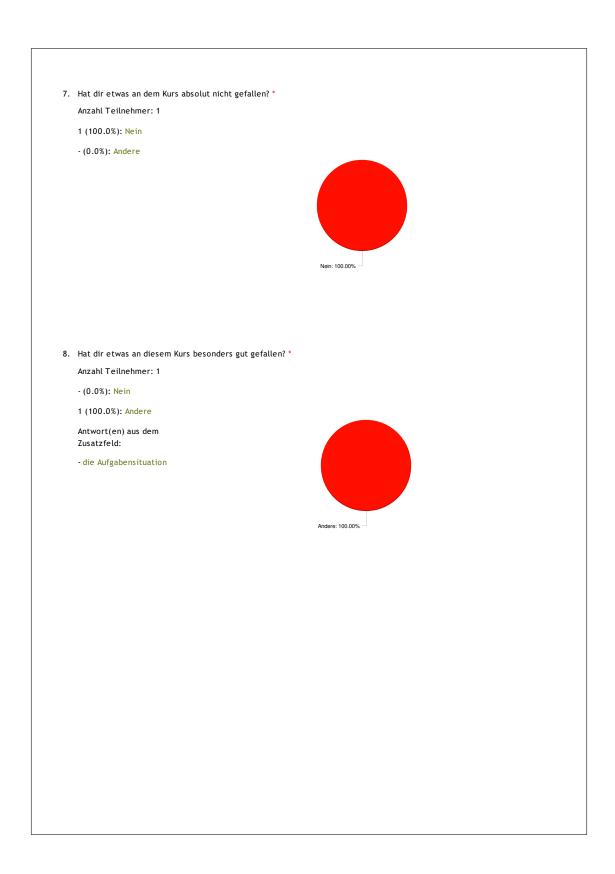
Anzahl Teilnehmer: 1

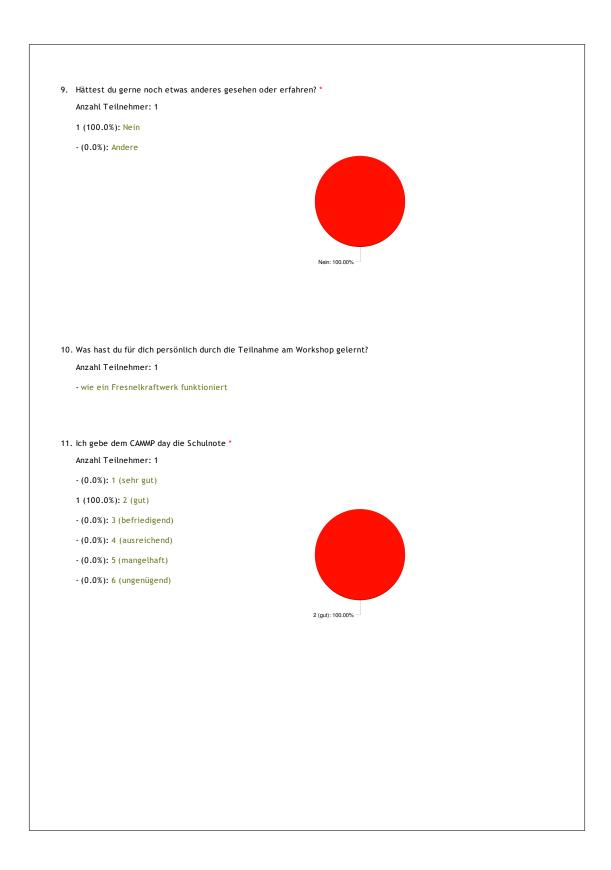
		ifft gar ht zu ( ) (1)				fft zum il zu (+) (3)		ifft voll u (++) (4)	nicht beurteilbar (0)			_		ches M abweich	
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	Ø	±	[			
Durch den Workshop hab	-	-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00				
Der Vortrag über mathem.		-	-	-		-	1x	100,00	-	4,00	0,00				
Der einführende Kurzfilm		-	-	-	-	-	-	-	1x	-	-			/	
Die Einführung in Julia w	-	-	-	-		-	-	-	1x	-	-			<i>[</i>	
Der Umgang mit Julia fie	-	-	1x	100,00		-	-	-	-	2,00	0,00		7		
Die Aufgaben waren zu e	1x	100,00	-	-	-	-	-	-	-	1,00	0,00		-		
Die Aufgaben waren zu s	-	-	1x	100,00		-	-	-	-	2,00	0,00		-	-	
Die Hilfekarten waren hi	-	-	-	-		-	1x	100,00	-	4,00	0,00	l			

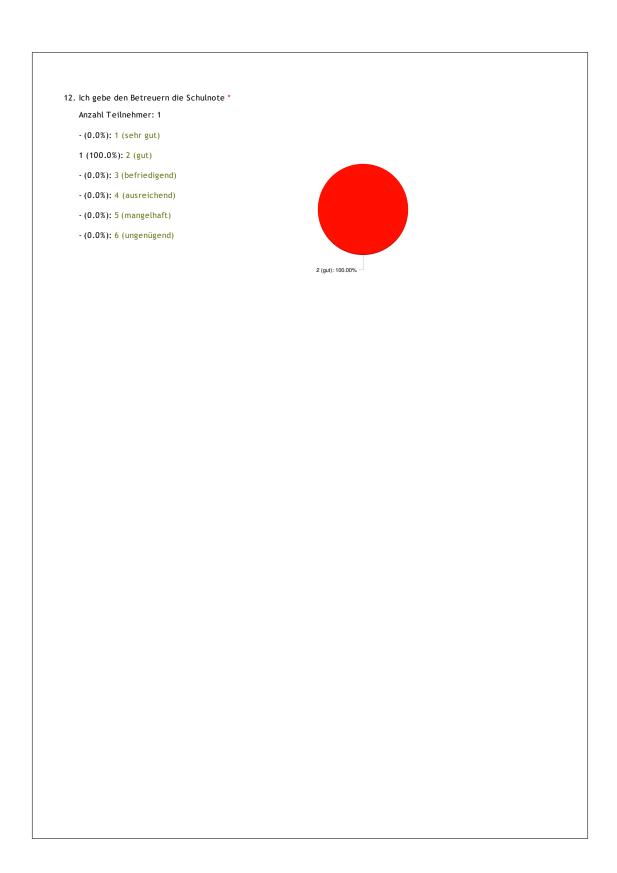
### 6. Weiterführende Fragen

Anzahl Teilnehmer: 1

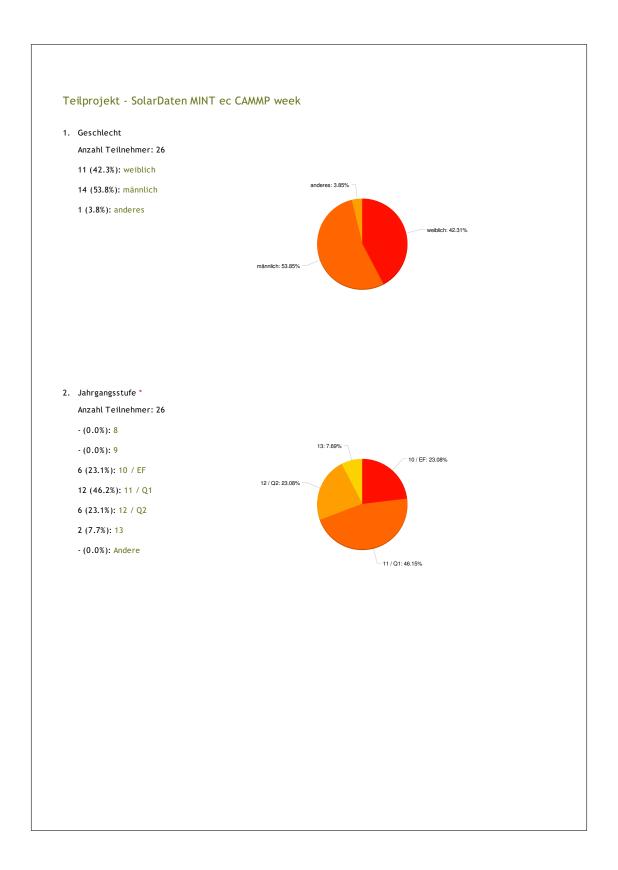
		•		fft eher ht zu (-) (2)			z	fft voll u (++) (4)	nicht beurteilbar (0)			[		hes Mitte oweichung	 4
	Σ	%	Σ		Σ	%		%	Σ	Ø	±	i	- <u>-</u>	]	-
Die Lern- und Arbeitsatm	-	-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				
Die Inhalte wurden klar v		-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				إ
Die Lern- und Arbeitszeit		-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				
Der Kurs hat mein Intere	-	-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00		 1		-
Durch den Kurs habe ich	1x	100,00	-	-	-	-	-	-	-	1,00	0,00				-
Ich habe in diesem Kurs v		-	1x	100,00	-	-	-	-	-	2,00	0,00			_	 S
Ich kann mir vorstellen e		-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00			~	
Ich würde so einen Kurs	-	-	-	-	1x	100,00	-	-	-	3,00	0,00				
Alles in allem hat mir die		-	-	-	-	-	1x	100,00	-	4,00	0,00				.1

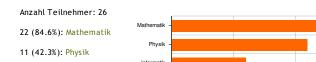


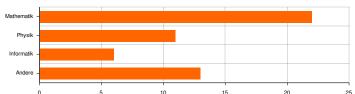




# F.4. Ergebnisse der Evaluation der dritten Durchführung







Antwort(en) aus dem Zusatzfeld:

6 (23.1%): Informatik

13 (50.0%): Andere

3. Leistungskurse \*

- Sozialwissenschaften
   Chemie
   Chemie
   Chemie
   Englisch
   Chemie
   Altgriechisch
   Hab keine
   Englisch

- Deutsch Chemie Musik, Bio

### 4. Bewertung des Workshops

Anzahl Teilnehmer: 26

	nich	ft gar t zu ( ) (1)	nich		Teil	ft zum l zu (+) (3)	zu	ft voll (++) (4)	nicht beurteilbar (0)			_	hes Mittel (i oweichung (	,
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	Ø	±	[	9	
Durch den Workshop hab		-	2x	7,69	13x	50,00	11x	42,31	-	3,35	0,63			
Der einführende Kurzfilm.	2x	7,69	4x	15,38	9x	34,62	8x	30,77	3x	3,00	0,95			
Die Einführung in Julia w	1x	4,00	2x	8,00	12x	48,00	4x	16,00	6x	3,00	0,75			
Der Umgang mit Julia fie	11x	42,31	11x	42,31	4x	15,38	-	-	-	1,73	0,72			
Die Aufgaben waren zu e	4x	15,38	15x	57,69	7x	26,92	-	-	-	2,12	0,65			
Die Aufgaben waren zu s	4x	15,38	21x	80,77	1x	3,85	-	-	-	1,88	0,43			
Die Hilfekarten waren hi	-	-	1x	3,85	15x	57,69	10x	38,46	-	3,35	0,56	l		

### 5. Weiterführende Fragen

Anzahl Teilnehmer: 26

	nicht	t gar zu (- -) 1)	trifft eher nicht zu (-) (2)		Teil zu (+)			nicht beurteilbar (0)			_	sches Mitt abweichui 3	ng (±)	4
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ %	Σ	Ø	±	[		9	i
Die Lern- und Arbeitsatm		-	1x	3,85	3x	11,54	22x 84,62	-	3,81	0,49		 		ì
Die Inhalte wurden klar v		-		-	13x	50,00	13x 50,00	-	3,50	0,51		 	-	i
Die Lern- und Arbeitszeit		-	1x	3,85	7x	26,92	17x 65,38	1x	3,64	0,57		 		i
Der Kurs hat mein Intere		-	4x	15,38	9x	34,62	11x 42,31	2x	3,29	0,75			/	ı
Durch den Kurs habe ich		-	7x	26,92	13x	50,00	4x 15,38	2x	2,88	0,68		 	<u> </u>	
Ich habe in diesem Kurs v.		-	2x	7,69	16x	61,54	5x 19,23	3x	3,13	0,55		 		i
Ich kann mir vorstellen e		-	1x	3,85	8x	30,77	17x 65,38	-	3,62	0,57		 		l
Ich würde so einen Kurs	-	-	-	-	11x	42,31	15x 57,69	-	3,58	0,50		 		l
Alles in allem hat mir die		-		-	7x	26,92	19x 73,08	-	3,73	0,45	l			ļ

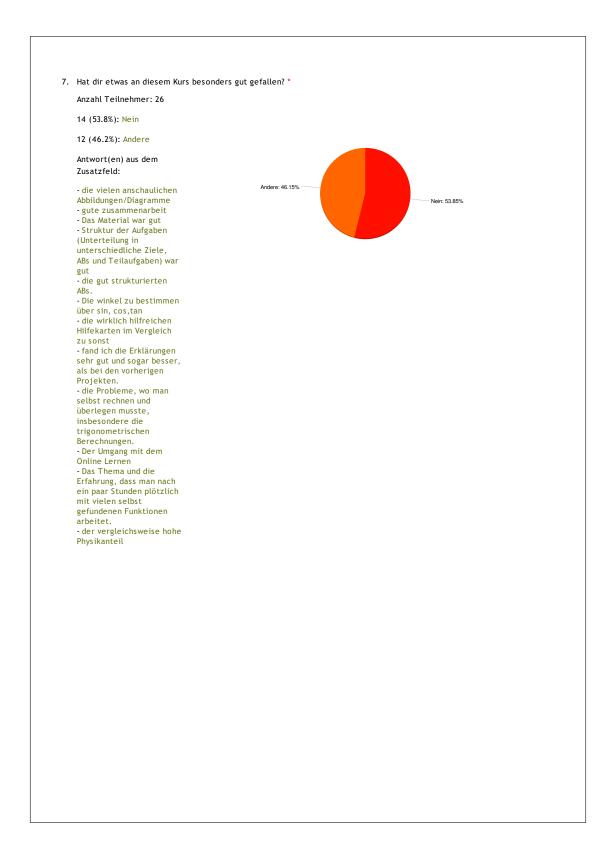
6. Hat dir etwas an dem Kurs absolut nicht gefallen? \*

Anzahl Teilnehmer: 26

26 (100.0%): Nein

- (0.0%): Andere





### 8. Hättest du gerne noch etwas anderes gesehen oder erfahren? \*

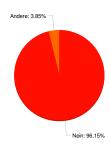
#### Anzahl Teilnehmer: 26

25 (96.2%): Nein

1 (3.8%): Andere

### Antwort(en) aus dem Zusatzfeld:

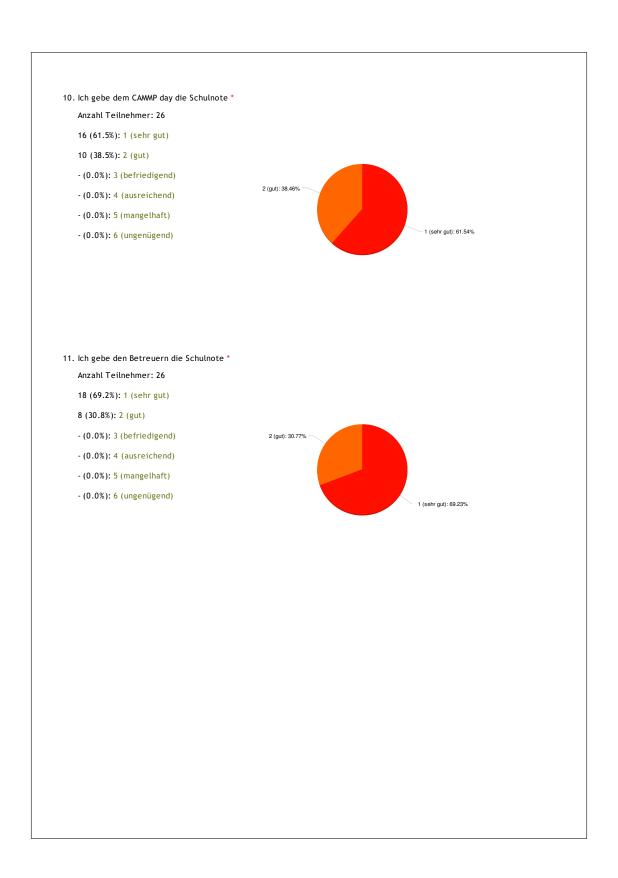
- Ich finde es generell immer schade einfach Formeln zu bekommen. Meistens kommen am Ende der Arbeitsblätter immer mehr Funktionen, die man nicht selbst herleitetet und die oft auch gar nicht erklärt werden. Ich fände es schön, wenn diese etwas nachvollziehbarer wären und nicht einfach so "hingenommen" werden müssen.



### 9. Was hast du für dich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt?

#### Anzahl Teilnehmer: 17

- Die Berechnung von Sonnenstrahlen usw.
- Was eine Sommernacht ist oder wie das heißt
- Es ist gar nicht so einfach den idealen Standort für ein Fresnelkraftwerk zu finden
- Viele mathematische und physikalische Dinge (bezüglich Winkeln)
- Ich habe noch einmal mein Wissen in Trigonometrie aufgefrischt, über Solarenergie gelernt und einige spannende Erkenntnisse mitgenommen.
- Mehr über erneuerbare Energien
- Wie gut man aus Vereinfachungen schon so viele prognosen und Berechnungen entnehmen kann.
- Dass ich meiner Intuition vertrauen sollte.
- Vertiefung von mathematischer Modellierung und Werkzeugen.
- $\hbox{-}\ \mbox{Wie viele Faktoren ein einzelnes Teilthema beim Bau eines Solarkraftwerks beinhaltet}.$
- Ich habe gelernt, wie ich ein mathematisches Problem modellieren kann und wie viel dabei zu beachten ist. Dass man es aber leicht schaffen kann, wenn man kleinschrittig vorgeht.
- Mathe ist nützlich
- Ich habe gelernt, wwelchen Einfluss der Längen- und Breitengrad und das Datum und die Zeit auf den Sonnenverlauf haben. Das Konzept der "Sonnenzeit" war für mich neu, das fand ich sehr hilfreich und interessant.
- Die Mathematik auf unterschiedliche Situationen im Leben zu beziehen.
- Viele neue Aspekte des Themas Solarenergie
- Das Fresnelkraftwerk. Außerdem ist mir heute sehr deutlich klar geworden, was modellieren genau bedeutet. Es hat sehr viel Spaß, war aber auch manchmal kopfzerbrechend.
- Geometrie



# 12. Was möchstest du uns noch sagen? (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge) Anzahl Teilnehmer: 12 - ist ne coole Sache, danke - Abbildungen waren sehr hilfreich und anschaulich - Ich fand die Schwierigkeit der Aufgaben genau richtig. - Mir hat die Zeit nicht gereicht um alle Aufgaben gründlich zu erledigen und zu verstehen. (Wir haben nur die Hälfte der Aufgaben geschafft.) Ich hätte gerne mehr Zeit gehabt um die Aufgaben ausführlicher bearbeiten zu können und um meine Lösungen auf jeden Fall komplett nachvollziehen zu können. - Dieses mal waren die Arbeitsblätter deutlich verständlicher als sonst. Aber die Zeit, die für alles eingeplant wurde, war etwas zu großzügig bemessen. - Ich finde es sehr schön, dass ihr euch so viel Mühe gebt und jeder Gruppe die Hilfe gebt, die sie braucht. - Bis jetzt fande ich diesen Tag am besten. - Einführung für Julia (optional, kurz) - Mir hat der Kurs viel Spaß gebracht! - Heute fühlte ich mich bei den Aufgaben am wenigsten "lost"/hilflos. - Ich finde es etwas irritierend, dass bei den Umfragen immer das Geschlecht abgefragt wird.

# **G.** Jupyter Notebooks

### G.1. Meteorological Radiation Model - Version 1

### MRM V1 - Direct Beam Irradiance for Cloudless Skies

MRM is a broadband empirical algorithm for simulation and estimation of solar irradiance on horizontal surface.

The direct beam component normal to the horizontal plane under clear sky and natural (without anthropogenic influence) atmosphere is given by

$$I_b = 0.975 \cdot I_{ex} \cdot \sin(h) \cdot T_a \cdot T_r \cdot T_o \cdot T_w \cdot T_{mg}.$$

- $I_{ex}$ : extraterrestrial solar irradiance normal to the solar rays  $I_a$ : optical transmittance of aerosols due to Mie scattering
- $T_r$ : optical transmittance of molecules due to Rayleigh scattering  $T_o$ : optical transmittance due to ozone absorption
- $T_w$ : optical transmittance due to water vapour absorption
- +  $T_{mg}$ : optical transmittance due to mixed gases absorption (i.e.  ${\rm CO_2}$  ,  ${\rm O_2}$ )

#### Required parameters

```
# geographic Longitude (wikipedia)
l = -116.88891;
# geographic Latitude (wikipedia)
phi = 34.85918;
# elevation in m (wikipedia)
H = 614;
# correction factor (MRM)
delta = 0;
# timezone (wikipedia)
tz = -8;
 # solar constant (MRM)
# pressure in hPa (Pascal)
P = 1100.00;
# sea Level pressure in hPa (MRM)
P_0 = 1013.25;
 # average temperature in °F (weatherbase)
# average temperature in K
T = (T_0 + 459.67)/1.8;
```

### **Solar Elevation Angle**

```
In [3]: | # equation of time | EquationOfTime(n) = 229.2*(0.000075+0.001868*cosd(360/365*(n-1))-0.032077*sind(360/365*(n-1))-0.014615*cosd(2*360,
                                                          # solar time compute_suntime(t,tz,l,n) = t + 1/60*4*(15*tz-1) + 1/60*EquationOfTime(n);
                                                             # declination
                                                             declination(n) = 23.45*sind(360/365*(284+n));
                                                           hourangle(t,tz,1,n) = (compute_suntime(t,tz,1,n)-12)*15;
                                                           # solar elevation angle h(t,tz,l,n,phi) = 90 - acosd(cosd(phi) * cosd(declination(n)) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * sind(declination(n)) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * sind(declination(n)) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(hourangle
                                                           println("h = $(h(t,tz,l,n,phi))°")
                                                             h = 78.2036916381705°
```

### Extraterrestrial Solar Irradiance normal to the Solar Rays

```
In [4]: M # extraterrestrial solar irradiance normal to the solar rays
I ex(n) = I 0 * (1 + 0.035 * cosd(360*(n-4)/366));
                println("I_ex = $(I_ex(n)) W/m^2")
                I_ex = 1307.206402092507 W/m^2
```

Optical Transmittance of Aerosols due to Mie Scattering

```
In [6]: # angstrom alpha (MRM):
alpha = 1.3;
                 # visibility (in km):
V = 50;
                 # angstrom beta:
beta = 0.55 * alpha * (3.912/V - 0.01162) * (0.02472 * (V-5) + 1.132);
                 # aerosol optical thickness
delta_1 = beta * 0.38^(-alpha);
delta_2 = beta * 0.50^(-alpha);
delta_a = 0.2758 * delta_1 + 0.3500 * delta_2;
                 theta(t,tz,l,n,phi) = acosd(cosd(phi) * cosd(declination(n)) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * sind(declination(n)) *
                  # optical air mass
                 mt(t,tz,l,n,phi) = (sind(h(t,tz,l,n,phi)) + 0.15 * (93.885 - theta(t,tz,l,n,phi))^(-1.253))^(-1);
m2(t,tz,l,n,phi) = m(t,tz,l,n,phi) * (P/P_0);
                 # optical transmittance of aerosols due to mie scattering T_a(t,tz,l,n,phi) = \exp(-\ delta_a^{0.873}) * (1 + delta_a - delta_a^{0.7088}) * m2(t,tz,l,n,phi)^{0.9108});
                 println("T_a = $(T_a(t,tz,1,n,phi))")
```

T\_a = 0.7920780775537375

### Optical Transmittance of Molecules due to Rayleigh Scattering

```
In [7]: \not # optical transmittance of molecules due to rayleigh scattering  \frac{T_r(t,tz,l,n,phi)}{T_r(t,tz,l,n,phi)} = \exp(-0.0903 * m2(t,tz,l,n,phi)^(0.84) * (1 + m2(t,tz,l,n,phi) - m2(t,tz,l,n,phi)^(1.01))); 
                  println("T r = $(T r(t,tz,l,n,phi))")
```

T\_r = 0.9063420223567944

### Optical Transmittance due to Ozone Absorption

```
In [11]: | # total column of ozone in the atmosphere

1_0 = 0.235 + (0.150 + 0.040 * sind(0.9865*(n-30)) + 0.020 * sind(pi * 1/60 * (1 + delta))) * (sind(1.28 * phi));

x_0 = 1_0 * m(t,tz,l,n,phi);

# optical transmittance due to ozone absorption

T_o(t,tz,l,n,phi) = 1 - (0.1611 * x_0 * (1 + 139.48 * x_0)^(-0.3035) - 0.002715 * x_0 * (1 + 0.0440 * x_0 + 0.000);

println("T_o = $(T_o(t,tz,l,n,phi))")

T_o = 0.9832610972142277
```

### Optical Transmittance due to Water Vapour Absorption

```
In [12]: # # partial water vapour pressure (wikipedia)
e_m = exp(20.386 - 5132/T);

# total column of precipitable water
l_w = 0.23 * e_m * 10^(-H/22000);
x_w = l_w * m(t,tz,l,n,phi);

# optical transmittance due to water vapour absorption
T_w(t,tz,l,n,phi) = 1 - 2.4959 * x_w * ((1 + 79.034 * x_w)^(0.6828) + 6.385 * x_w)^(-1);

println("T_w = $(T_w(t,tz,l,n,phi))")
```

T\_w = 0.857369166806665

### Optical Transmittance due to mixed Gases Absorption

```
In [13]: M # optical transmittance due to mixed gases absorption
T_mg(t,tz,l,n,phi) = exp(-0.0127 * m2(t,tz,l,n,phi)^(0.26))
println("T_mg = $(T_mg(t,tz,l,n,phi))")
```

T\_mg = 0.9870404107614476

### **Direct Beam Irradiance for Cloudless Skies**

Calculation:

```
# only T_a   
  I_ba(t,tz,l,n,phi) = 0.975 * I_ex(n) * sind(h(t,tz,l,n,phi)) * <math>T_a(t,tz,l,n,phi)
              # only T_r: I_{br}(t,tz,l,n,phi) = 0.975 * I_{ex}(n) * sind(h(t,tz,l,n,phi)) * <math>T_r(t,tz,l,n,phi)
              # onLy T_o:

I_bo(t,tz,l,n,phi) = 0.975 * I_ex(n) * sind(h(t,tz,l,n,phi)) * T_o(t,tz,l,n,phi)
              # onLy T_w:
I_bw(t,tz,l,n,phi) = 0.975 * I_ex(n) * sind(h(t,tz,l,n,phi)) * T_w(t,tz,l,n,phi)
                \begin{tabular}{ll} # only $T_mg$: $I_bmg(t,tz,l,n,phi) = 0.975 * I_ex(n) * sind(h(t,tz,l,n,phi)) * $T_mg(t,tz,l,n,phi)$  \end{tabular} 
              # without optical transmittance
I_b0(t,tz,1,n,phi) = 0.975 * I_ex(n) * sind(h(t,tz,1,n,phi))
              total: 745.264180011665 W/m^2
only T_a: I_ba = 988.2037104873909 W/m^2
only T_r: I_br = 1130.7604323929363 W/m^2
only T_o: I_bo = 1226.72539759855 W/m^2
only T_w: I_bw = 1069.6614587699507 W/m^2
only T_w: I_bmg = 1231.4404652226806 W/m^2
without transmittance: I_b0 = 1247.6089649386206 W/m^2
          Visualization:
```

```
In [10]: ⋈ using Plots
                             f(t) = I_b(t,tz,l,n,phi);

g(t) = I_ba(t,tz,l,n,phi);

h(t) = I_br(t,tz,l,n,phi);

i(t) = I_bw(t,tz,l,n,phi);

j(t) = I_bw(t,tz,l,n,phi);

k(t) = I_bmg(t,tz,l,n,phi);

o(t) = I_b\theta(t,tz,l,n,phi);
                               t = range(5.1, stop = 19.4, length = 1000)
                             plot(t, f, linewidth = 3, xticks = -1:25, title = "Direct Beam Irradiance for Cloudless Skies", size =[800,600], :
plot(t, g, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_ba(t)")
plot!(t, h, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_br(t)")
plot!(t, i, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_bw(t)")
plot!(t, j, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_bw(t)")
plot!(t, k, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_bw(t)")
plot!(t, k, linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "I_bw(t)")
        Out[10]:
                                                                                                     Direct Beam Irradiance for Cloudless Skies
                                         1200
                                                                                                                                                                                                                                                       Lb(t)
Lba(t)
Lbr(t)
Lbo(t)
Lbw(t)
Lbmg(t)
Lb0(t)
                                         1000
                                         800
                                 irradiance in W/m^2
                                           600
                                           400
                                           200
                                                                                                                                                            12
                                                                                                                                                                           13
                                                                                                                                                                                                                                                    18
                                                                                                                                             11
                                                                                                                 time since the beginning of the day in hours
                     Comparison MRM V1 with Physical Model
```

# 

### G.2. Vergleich der Strahlungsdaten aus TMY und MRM Version 5

# Vergleich der physikalisch modellierten Daten zur Bestrahlungsstärke mit TMY- und MRM-Daten

```
In [1]: # using Pkg
# pkg.add("CSV")
# pkg.add("CSV")
# pkg.add("LinearAlgebra")
# pkg.add("LinearAlgebra")
# pkg.add("Lots")
# pkg.add("LsqFit")
using CSV, Plots, DataFrames, Polynomials, LinearAlgebra, LsqFit
```

### Einlesen der TMY und MRM Daten:

```
In [2]: W # CSV Tabellen einLesen
df = CSV.read("../Vergleich Daten/Daggett_MRMdata.csv");
df2 = CSV.read("../Vergleich Daten/TMY_Dagget.csv");
```

### Negative Werte der Bestrahlungsstärke werden auf Null gesetzt

Visualisierung und Vergleich der Daten

```
(144, 3)
(24, 3)
                 Out[4]:
                                                                         1000

    DNI basierend auf MRM
    DNI basierend auf TMY

                                                                               750
                                                           Bestrahlungsstärke in W/m^2
                                                                               250
                                                                                                                                                                                                                                                                10 11 12 13 14 15 16 17
                                                                                                                                                                                                                              Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
                                      Polynomial-Fit der Daten
                                       MRM Daten (21. Juni)
 {\tt Out[5]: -1879.551353831587 + 413.8804545102552 \cdot x - 16.145672546249518 \cdot x^2}
 In [6]: M deg = 4;
fit(dataDayN[:,2], dataDayN[:,3], deg)
                  \begin{array}{l} \textbf{Out[7]:} & \textbf{-532.1145661716344} + 48.9900698227039 \cdot \textbf{x} - 3.953650278440861 \cdot \textbf{x}^2 + 4.334745575307267 \cdot \textbf{x}^3 - 0.4917494210515392 \cdot \textbf{x}^4 + 4.33474575307267 \cdot \textbf{x}^3 - 0.4917494210515392 \cdot \textbf{x}^4 + 4.334745757 \cdot \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4 - \textbf{x}^4
                                                       0.01906158724720207 \cdot x^5 - 0.0002478578657431968 \cdot x^6
                                      TMY Daten (21. Juni)
```

```
In [8]: M t1 = 5; t2 = 20;
                                          data1 = dataDayN2[dataDayN2[:, :hour] .>= t1, :];
data2 = data1[data1[:, :hour] .<= t2, :];</pre>
                                          deg = 2;
fit(data2[:,2], data2[:,3], deg)
               {\tt Out[8]: -1276.301470588212 + 383.6627450980388 \cdot x - 15.642156862745075 \cdot x^2}
    \begin{array}{lll} \textbf{Out[10]:} & -12407.642983992719 + 5859.649165781784 \cdot x - 1067.545837281686 \cdot x^2 + 103.44595205050699 \cdot x^3 - 5.638635029851242 \cdot x^4 + 103.44595205050699 \cdot x^3 - 5.638635029851242 \cdot x^4 + 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.44595205050699 \cdot x^3 - 103.4459520505069 \cdot x^3 - 103.44595206069 \cdot x^3 - 103.44596060 \cdot x^3 - 103.44596060 \cdot x^3 - 103.44596060 \cdot x^3 - 103.445960 \cdot x^3 - 103.44590 \cdot x^3 - 103.44590 \cdot x^3 - 103.44590 \cdot x^3 - 103.44590 \cdot x^
                                         0.16524718190837273·x5 - 0.002061833505228784·x6
 \begin{array}{l} \textbf{Out[11]:} & 10772.65900109266 - 14569.605984591995 \cdot x + 6486.21605120688 \cdot x^2 - 1426.940640330864 \cdot x^3 + 180.36459322932842 \cdot x^4 - 13.747562786185597 \cdot x^5 + 0.6248407787841854 \cdot x^8 - 0.015598362203996269 \cdot x^7 + 0.00016451625098605135 \cdot x^8 \end{array} 
                               Sinus-Fit Funktionen
                               MRM Daten (21. Juni)
In [12]: 

# Modell-Funktion
                                         @. model(x, p) = p[1]*sind(p[2]*(p[3]+x))+p[4]
                                          # MRM Daten
xdata = dataDayN[:,2]
ydata = dataDayN[:,3]
p0 = [800.0, 24.0, -12.5, 0.0]
Fit = curve_fit(model, xdata, ydata, p0)
coef(Fit)
            Out[12]: 4-element Array(Float64.1):
                                              612.4723259464454
14.989933041744205
-6.813138217759754
                                              184.46543752659235
                               TMY Daten (21. Juni)
In [13]: M # ModelL-Funktion @. Model(x, q) = q[1]*sind(q[2]*(q[3]+x))+q[4]
                                         w IMIX Daten
xdata2 = data2[:,2]
ydata2 = data2[:,3]
q0 = [900.0, 24.0, -12.0, 0.0]
Fit2 = curve_fit(Model, xdata2, ydata2, q0)
coef(Fit2)
                                           # TMY Daten
            Out[13]: 4-element Array{Float64,1}:
127486.90761121741
0.8979438459688217
87.96517294480915
-126410.59613240426
                               Plotten der Daten
                               MRM-Daten
```

245

```
In [14]: | t = range(5, stop = 21, length = 1000);
                     # MRM Daten
                     ## gefittete Funktion vom Grad 2
MRMFit2(x) = - 1879.551353831587 + 413.8804545102552*x - 16.145672546249518*x^2;
                     ## gefittete Funktion vom Grad 4
MRMFit4(x) = 143.1973822088852 - 325.73504657213425*x + 79.43446720633841*x^2 - 5.206096005442189*x^3 + 0.1015451:
                     ## gefittete Funktion vom Grad 6
MRMFit6(x) = - 532.1145661716344 + 48.9900698227039*x - 3.953650278440861*x^2 + 4.334745575307267*x^3 - 0.4917494:
                     ## gefittete Sinus-Funktion 

MRMFit5(x) = 612.4723259464454 * sind(14.989933041744205 * (-6.813138217759754+x)) + 184.46543752659235;
                     # Plotten
y1 = MRMFit2.(t);
y2 = MRMFit4.(t);
y3 = MRMFit6.(t);
y4 = MRMFitS.(t);
                     plot(dataDayN[:,2],dataDayN[:,3], seriestype=:scatter, ylabel = "Bestrahlungsstärke in W/m^2", xlabel = "Zeit seit
plot!(t, y1, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "MRMFit2(t)")
plot!(t, y2, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "MRMFit4(t)")
plot!(t, y3, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "MRMFit4(t)")
plot!(t, y4, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "MRMFit5(t)")
      Out[14]:
                              750
                                                                                                                                                           DNI basierend auf MRM

MRMFit2(t)

MRMFit4(t)

MRMFit6(t)

MRMFit5(t)
                                                                                                                                                      0
                             500
                        Bestrahlungsstärke in W/m^2
                             250
                             -250
                                                                                              11 12 13 14 15 16
                                                                                                                                                      17
                                                                                                                                                                        19
                                                                                                                                                               18
                                                                                     Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
               TMY Daten
```

```
# TMY Daten
                    ## gefittete Funktion vom Grad 2
TMYFit2(x) = -1276.301470588212 + 383.6627450980388*x - 15.642156862745075*x^2;
                    ## gefittete\ Funktion\ vom\ Grad\ 6 TMYFit6(x) = -12407.642983992719 + 5859.649165781784*x - 1067.545837281686*x^2 + 103.44595205050699*x^3 - 5.63863:
                     ## gefittete Funktion vom Grad 8
TMYFit8(x) = 10772.65900109266 - 14569.605984591995*x + 6486.21605120688*x^2 - 1426.940640330864*x^3 + 180.364593:
                    ## gefittete Sinus-Funktion
TMYFitS(x) = 127486.90761121741 * sind(0.8979438459688217 * (87.96517294480915+x)) -126410.59613240426;
                    # Plotten
y1 = TMYFit2.(t);
y2 = TMYFit4.(t);
y3 = TMYFit6.(t);
y4 = TMYFit8.(t);
y5 = TMYFit8.(t);
                    plot(dataDayN2[:,2],dataDayN2[:,3], seriestype=:scatter, ylabel = "Bestrahlungsstärke in W/m^2", xlabel = "Zeit si
plot!(t, y1,linewidth = 3, xticks = -1:25, label = "TMYFit2(t)")
plot!(t, y2, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "TMYFit4(t)")
plot!(t, y3, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "TMYFit8(t)")
plot!(t, y4, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "TMYFit8(t)")
plot!(t, y5, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "TMYFit5(t)")
     Out[15]:
                                                                                                                                             0
                                                                                                                                                   DNI basierend auf TMY
TMYFit2(t)
TMYFit4(t)
TMYFit6(t)
                           1000
                                                                                                                                                    TMYFit8(t)
TMYFitS(t)
                      Bestrahlungsstärke in W/m^2
                            750
                             500
                             250
                                                                               8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
              Physikalisches Modell
In [16]: M # Parameter Daggett
1 = -116.89;
phi = +34.86;
tz = -8;
n = 172;
t = 12;
```

```
In [17]: N # Zeitgleichung EquationOfTime(n) = 229.2*(0.000075+0.001868*cosd(360/365*(n-1))-0.032077*sind(360/365*(n-1))-0.014615*cosd(2*360,
                # Sonnenzeit compute_suntime(t,tz,l,n) = t + 1/60*4*(15*tz-1) + 1/60*EquationOfTime(n)
                # DekLination
                declination(n) = 23.45*sind(360/365*(284+n))
                # Stundenwinkel
hourangle(t,tz,1,n) = (compute_suntime(t,tz,1,n)-12)*15
                # Zenitwinkel
zenithangle(t,tz,l,n,phi) = acosd(cosd(phi) * cosd(declination(n)) * cosd(hourangle(t,tz,l,n)) + sind(phi) * sind
                # Solarkonstante solarconstant = (3.845*10.0^(26))/(4*pi*(1.496*10.0^(11))^2)
                # BestrahLungsstärke senkrecht
I_normal(n) = solarconstant*(1+0.033*cosd(360/365*n))
                # Bestrahlungsstärke horizontal
I_horizontal(t,tz,l,n,phi) = I_normal(n)*cosd(zenithangle(t,tz,l,n,phi))
                # Plotten
                # Fortier
t = range(5, stop = 19.5, length = 1000)
f(t) = I_horizontal(t,tz,l,n,phi)
plot(t, f, linewidth = 3, xticks = -1:25, size = [800,600], xlabel = "Zeit seit Beginn des Tages in Stunden", ylal
    Out[17]:
                                                                                                                             _horizontal(t)
                     1200
                     1000
                 Bestrahlungsstärke in W/m^2
                      800
                      600
                       400
                       200
                                                               Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
           Anpassung des Physikalischen Modells an das MRM Modell V5
```

**Least Square Optimization** 

```
In [18]: ► using BlackBoxOptim
                     N = 172:
                     N = 172;
function SumErrorVec(x)
    times = df[df[:, :DAY] .== N, :][2]
    dniMRM = df[df[:, :DAY] .== N, :][3]
    ErrorVec = sum((dniMRM - x[1] .*I_normal(n).*cosd.(zenithangle.(times.-x[2],tz,1,n,phi))).^2)
                             return ErrorVec
                      end
                     end
res = bboptimize(SumErrorVec; SearchRange = [(0.5, 0.7), (0.6, 0.7)], NumDimensions = 2, TraceMode=:silent)
bs = best_candidate(res)
bf = best_fitness(res)
println("best_candidate = $bs \nbest_fitness = $bf")
                       \left[ \begin{array}{ll} \text{Warning: `getindex(df::DataFrame, col_ind::ColumnIndex)` is deprecated, use `df[!, col_ind]` instead. \\ caller = SumErrorVec(::Array{Float64,1}) \ at \ In[18]:5 \\ @ Main \ .\ In[18]:5 \end{array} \right] 
                      best_candidate = [0.6146882465788112, 0.6]
best_fitness = 322.15666834669327
                       Warning: `getindex(df::DataFrame, col_ind::ColumnIndex)` is deprecated, use `df[!, col_ind]` instead.
caller = SumErrorVec(::Array{Float64,1}) at In[18]:6
@ Main .\In[18]:6
                Plotten
# Physikalisches Modell angepasst
I_nnew(t,tz,l,n,phi) = 0.6146882465788112 * I_normal(n)*cosd(zenithangle(t-0.6,tz,l,n,phi))
                     # PLotten
t = range(5, stop = 20, length = 1000)
g(t) = I_horizontal(t,tz,l,n,phi)
h(t) = I_hnew(t,tz,l,n,phi)
plot(dataDayN[:,2],dataDayN[:,3], seriestype=:scatter, ylabel = "Bestrahlungsstärke in W/m^2", xlabel = "Zeit seir
plot!(t, g, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "I_horizontal(t)")
plot!(t, h, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "I_hnew(t)")
      Out[19]:
                                                                                                                                                              DNI basierend auf MRM
Lhorizontal(t)
Lhnew(t)
                                                                                                                                                       0
                             1200
                             1000
                        3estrahlungsstärke in W/m^2
                              800
                               600
                              400
                               200
                                                                                                            12
                                                                                                                      13
                                                                                                                                          15
                                                                                                                                                    16
                                                                                                                                                              17
                                                                                                                                                                        18
                                                                                     Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
                Anpassung des physikalischen Modells an das TMY
```

#### **Least Square Optimization**

```
In [20]: ▶ using BlackBoxOptim
                    N = 172;
                    N = 1/2,
Introduction SumErrorVec(x)
times = data2[data2[:, :day] .== N, :][2]
dniTMY = data2[data2[:, :day] .== N, :][3]
ErrorVec = sum((dniTMY - x[1] .*I_normal(n).*cosd.(zenithangle.(times.-x[2],tz,l,n,phi))).^2)
                          return ErrorVec
                    res = bboptimize(SumErrorVec; SearchRange = [(0.2, 1.0), (0.0, 0.2)], NumDimensions = 2, TraceMode=:silent)
bs = best_candidate(res)
bf = best_fitness(res)
                    println("best_candidate = $bs \nbest_fitness = $bf")
                    Warning: `getindex(df::DataFrame, col_ind::ColumnIndex)` is deprecated, use `df[!, col_ind]` instead.
caller = SumErrorVec(::Array{Float64,1}) at In[20]:5
@ Main .\In[20]:5
                    best_candidate = [0.9094544880702746, 0.09067158982689895]
best_fitness = 718242.1027716183
                    Warning: `getindex(df::DataFrame, col_ind::ColumnIndex)` is deprecated, use `df[!, col_ind]` instead.
caller = SumErrorVec(::Array{Float64,1}) at In[20]:6
@ Main .\In[20]:6
              Plotten
# Physikalisches Modell angepasst
I_hnew2(t,tz,l,n,phi) = 0.9094544880702746 * I_normal(n)*cosd(zenithangle(t-0.09067158982689895,tz,l,n,phi))
                    # Plotten
                    # PLOTTEN
t = range(5, stop = 19.5, length = 1000)
g(t) = I_horizontal(t,tz,l,n,phi)
h(t) = I_hnew2(t,tz,l,n,phi)
plot(dataDayN2[:,2],dataDayN2[:,3], seriestype=:scatter, ylabel = "Bestrahlungsstärke in W/m^2", xlabel = "Zeit si
plot!(t, g, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "I_horizontal(t)")
plot!(t, h, linewidth = 2, xticks = -1:25, label = "I_hnew2(t)")
     Out[21]:
                                                                                                                                                 DNI basierend auf TMY
L horizontal(t)
Lhnew2(t)
                                                                                                                                           \circ
                           1200
                           1000
                      Bestrahlungsstärke in W/m^2
                           800
                            600
                            400
                            200
                                                                                        10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
                                                                              Zeit seit Beginn des Tages in Stunden
```

# Abbildungsverzeichnis

1.	Ziele des IMP-Unterrichts (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport	
	Baden-Württemberg, 2018a, S. 4)	6
2.	Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (Greefrath et al., 2013, S. 18)	10
3.	Von CAMMP genutzter Modellierungskreislauf	11
4.	Computergestützte Modellierungsspirale (Frank et al., 2018, S. 140)	11
5.	Einsatzmöglichkeiten digitaler Werkzeuge im Modellierungskreislauf (Gree-	
	frath & Siller, 2018, S.12)	16
6.	Schematischer Aufbau der Sonne (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 15)	18
7.	Spektrale Strahlungsintensität der Sonne (durchgezogene Linie) und ei-	
	nes schwarzen Körpers der Temperatur 5780 K (graue Fläche) (Wesselak	
	& Voswinckel, 2016, S. 17)	20
8.	Air-Mass-Zahl (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 20)	21
9.	Spektrale Verteilung der Globalstrahlung bei AM 0 (durchgezogene Li-	
	nie) und AM 1,5 (graue Fläche) (Wesselak & Voswinckel, 2016, S. 21) .	22
10.	schematischer Aufbau eines Solarturmkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 106)	23
11.	schematischer Aufbau eines Parabolrinnenkraftwerks (Krahforst, 2016,	
	S. 106)	24
12.	Anordnung der Spiegel um ein Absorberrohr (Krahforst, 2016, S. 108) .	25
13.	schematischer Aufbau eines Fresnelkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 107)	25
14.	schematischer Aufbau eines Fresnelkraftwerks (Krahforst, 2016, S. 108)	26
15.	Längenunterschied zwischen dem Standardlängengrad $SL$ der Zeitzone	
	und dem Längengrad $l$ eines Standorts	29
16.	Verlauf des Zeitunterschieds zwischen Standardzeit und Sonnenzeit be-	
	schrieben durch die Zeitgleichung	30
17.	Bewegung der Erde um die Sonne innerhalb eines Jahres	31
18.	Deklination zur Sommer- und Wintersonnenwende	31
19.	Zur Definition des Stundenwinkels	32
20.	Beschreibung des Sonnenstands durch die Winkel $\theta$ , $\alpha_s$ und $\gamma_s$	33
21.	Zur Definition des Zenitwinkels $\theta$	33
22.	Zur Definition des Sonnenhoehenwinkels $\alpha_s$	34
23.	Zur Definition des Sonnenazimutwinkels $\gamma_s$	34
24.	Zur Definition des transversalen Einfallswinkels $\alpha_t$	36
25.	Zur Berechnung der y-Komponente	36
26.	Zur Berechnung der x-Komponente	36
27.	Ausrichtung eines Spiegels unter dem Absorberrohr	38
28.	Zur Bestimmung der Solarkonstanten $G$ (Abstände nicht maßstabsgetreu)	39
29.	Veränderung der Bestrahlungsstärke $I_{\text{normal}}$ im Laufe des Jahres	40
30.	Zur Definition der Hilfsfläche	41
31.	Graph der Funktion $P_{\text{mirrorfield}}(\phi)$ für $n = 172$ und $t = 12$	44
32.	Graph der Funktion $E_{\text{yearly}}(\phi)$	45
33.	Bestrahlungsstärken über MRM Version 1 für Daggett am 21. Juni	49

34.	Vergleich von MRM Version 1 und dem physikalischen Modell für Dag-	
	gett am 21. Juni	50
35.	Strahlungsdaten aus dem MRM Version 5 (blaue Punkte) und dem TMY	
	Datensatz (orange Punkte) für Daggett am 21. Juni	52
36.	Strahlungsdaten aus dem MRM Version 5 (blau Punkte) und gefittete	
	Funktionen für Daggett am 21. Juni	53
37.	Strahlungsdaten aus dem TMY-Datensatz (blaue Punkte) und gefittete	
	Funktionen für Daggett am 21. Juni	54
38.	Strahlungsdaten aus der fünten Version des MRM, dem physikalischen	
	Modell und der optimierten Funktion für Daggett am 21. Juni	55
39.	Strahlungsdaten aus dem TMY-Datensatz, dem physikalischen Modell	
	und der optimierten Funktion für Daggett am 21. Juni	56
40.	Auf den Arbeitsblättern verwendete Icons	63
41.	Aufbau eines Codefelds am Beispiel von Teil 1 a) des ersten Arbeitsblattes	63
42.	Deklination $\delta$ als Funktion der Jahreszeit	68
43.	ein- und ausfallender Strahl auf den Spiegel	71

# **Tabellenverzeichnis**

1.	n-ter	Tag	des	Jahres	für	den	i-ten	Tag	eines	Monats	(vgl.	Duffie	&	
	Beckr	nan,	2013	, S. 14)	•									27

### Literatur

- CAMMP. (2019a). *Projektziele*. Zugriff auf https://www.cammp.online/93.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- CAMMP. (2019b). Willkommen bei CAMMP! Zugriff auf https://www.cammp.online/index.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- CAMMP. (2020a). CAMMP day mathematischer Modellierungstag. Zugriff auf https://www.cammp.online/116.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- CAMMP. (2020b). CAMMP week Modellierungswoche. Zugriff auf https://www.cammp.online/21.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- CAMMP. (2020c). Die Idee hinter CAMMP. Zugriff auf https://www.cammp.online/ 104.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- CAMMP. (2020d). *Historie*. Zugriff auf https://www.cammp.online/95.php (letzter Aufruf am 13.10.2020)
- Duffie, J. A. & Beckman, W. A. (2013). Solar Engineering of Thermal Processes. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Frank, M., Richter, P., Roeckerath, C. & Schönbrodt, S. (2018). Wie funktioniert eigentlich GPS? ein computergestützter Modellierungsworkshop. In G. Greefrath & H.-S. Siller (Hrsg.), Digitale Werkzeuge, Simulationen und mathematisches Modellieren Didaktische Hintergründe und Erfahrungen aus der Praxis (S. 137-164). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W. & Ferri, R. B. (2013). Mathematisches Modellieren Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In W. Blum, R. B. Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Hrsg.), Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule Theoretische und didaktische Hintergründe (S. 11-37). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Greefrath, G. & Siller, H.-S. (2018). Digitale Werkzeuge, Simulationen und mathematisches Modellieren. In G. Greefrath & H.-S. Siller (Hrsg.), Digitale Werkzeuge, Simulationen und mathematisches Modellieren Didaktische Hintergründe und Erfahrungen aus der Praxis (S. 3-22). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kaiser, G., Blum, W., Ferri, R. B. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357-384). Heidelberg: Springer Spektrum.
- Kambezidis, H. D. & Psiloglou, B. E. (2008). The Meteorological Radiation Model (MRM): Advancements and Applications. In V. Badescu (Hrsg.), *Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface* (S. 357-392). Berlin, Heidelberg: Springer.

- Krahforst, C. (2016). Didaktisch-methodische Weiterentwicklung des CAMMP day Moduls Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk für den Einsatz in der Mittelstufe. Zugriff auf https://www.cammp.online/Staatsexamensarbeitkrahforst-min.pdf (letzter Aufruf am 02.09.2020)
- Kultusministerkonferenz. (2012). Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Zugriff auf https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\_beschluesse/2012/2012\_10\_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf (letzter Aufruf am 11.08.2020)
- Mertens, K. (2018). Photovoltaik Lehrbuch zu Grundlagen, Technologie und Praxis. München: Carl Hanser Verlag.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2016). Bildungsplan Mathematik. Stuttgart. Zugriff auf http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW\_ALLG\_GYM\_M.pdf (letzter Aufruf am 11.08.2020)
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2018a). Bildungsplan Informatik, Mathematik, Physik (IMP) Profilfach. Stuttgart. Zugriff auf http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW\_ALLG\_GYM\_IMP.pdf (letzter Aufruf am 10.08.2020)
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2018b). Neues Profilfach Informatik, Mathematik, Physik. Zugriff auf https://www.baden-wuerttemberg.de/de/service/presse/pressemitteilung/pid/neues-profilfach-informatik-mathematik-physik/ (letzter Aufruf am 10.08.2020)
- Ministerium für Kultus und Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2016). Bildungsplan Physik. Stuttgart. Zugriff auf http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW\_ALLG\_GYM\_PH.pdf (letzter Aufruf am 11.08.2020)
- Pant, H. A. (o.J.). Einführung in den Bildungsplan 2016. Zugriff auf http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/EINFUEHRUNG (letzter Aufruf am 10.08.2020)
- Stender, P. (2016). Wirkungsvolle Lehererinterventionsformen bei komplexen Modellierungsaufgaben. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Stieglitz, R. & Heinzel, V. (2012). Thermische Solarenergie Grundlagen, Technologie, Anwendungen. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg.
- Ufer, S., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand

- (Hrsg.), Handbuch der Mathematikdidaktik (S. 411-434). Heidelberg: Springer Spektrum.
- Umweltbundesamt. (2016). Klimawandel. Zugriff auf https://www.umweltbundesamt.de/themen/klima-energie/klimawandel (letzter Aufruf am 6.10.2020)
- Umweltbundesamt. (2020). Erneuerbare Energien. Zugriff auf https://www.umweltbundesamt.de/themen/klima-energie/erneuerbare-energien (letzter Aufruf am 6.10.2020)
- Wesselak, V. & Voswinckel, S. (2016). *Photovoltaik Wie Sonne zu Strom wird.* Berlin, Heidelberg: Springer.
- Wikipedia. (2020a). Julia (Programmiersprache). Zugriff auf https://de.wikipedia.org/wiki/Julia\_(Programmiersprache) (letzter Aufruf am 19.09.2020)
- Wikipedia. (2020b). *Project Jupyter*. Zugriff auf https://de.wikipedia.org/wiki/ Project\_Jupyter (letzter Aufruf am 19.09.2020)
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 21 (61), 37-46. Zugriff auf https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/69

# **Erklärung**

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig verfasst, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus der Arbeit anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde, sowie die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der jeweils gültigen Fassung beachtet zu haben.

Karlsruhe, den 16.10.2020