



**Didaktisch-methodische
Weiterentwicklung des CAMMP day
Moduls *Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk* für den Einsatz in der
Mittelstufe**

Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten
Staatsprüfung, dem Landesprüfungsamt für Erste
Staatsprüfungen für Lehrämter an Schulen vorgelegt

von:

Carolin Krahorst

Aachen, den 14. Januar 2016

Erstgutachter: Prof. Dr. Martin Frank

Lehrstuhl für Mathematik
Center for Computational Engineering Science
Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation	5
2. Didaktischer Hintergrund und organisatorischer Rahmen	8
2.1. Mathematische Modellierung	8
2.2. Didaktisch-methodische Erkenntnisse und Theorien . . .	10
2.3. Vorstellung des Schülerlabors CAMMP	13
2.3.1. Ablauf eines CAMMP days	14
2.3.2. Ziele eines CAMMP days	16
2.3.3. Ziele des Moduls <i>Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk</i>	17
3. Mathematischer Hintergrund des Moduls Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk	18
3.1. Ausrichtung des Spiegels	21
3.2. Leistung, die am Spiegel ankommt	22
3.3. Anteil der reflektierenden Sonnenstrahlen, die den Sekundärreflektor erreichen	23
3.4. Leistung, die am Absorberrohr ankommt	24
3.5. Modellierungen für einen verschobenen Spiegel	24
3.6. Energie pro Tag	26
3.7. Modellierung von Störungen	27
3.8. Weitere Optimierungsmöglichkeiten	28
4. Entwicklung des didaktisch-methodischen Konzepts	29
4.1. Analyse des Konzepts für die Oberstufe	29
4.1.1. Didaktisch-methodisches Konzept bisher	29
4.1.2. Evaluation	32
4.1.3. Interpretation der Daten	36
4.2. Entwicklung des didaktisch-methodischen Konzepts für die Mittelstufe	38
4.2.1. Didaktisch-methodisches Konzept für die Mittelstufe	39
4.2.2. Anpassung des Modellierungsvortrages	41
4.2.3. Experimentieren mit dem gegenständlichen Modell	43
4.2.4. Anpassung des Vortrages zur Einführung in die Problemstellung	45
4.2.5. Praktische Einführung in MATLAB	48
4.2.6. Anpassung des Arbeitsblattes	49
4.2.7. Entwicklung von Hilfekarten	53

4.2.8. Anpassung der Zusatzaufgaben	55
4.2.9. Veränderungen des MATLAB-Codes	56
4.2.10. Präsentation der Ergebnisse	56
4.3. Evaluationen	57
5. Zusammenfassung und Ausblick	62
5.1. Zusammenfassung	62
5.2. Ausblick	63
Anhang	67
A. Anpassung der Evaluationsdaten vom 23.07.2014	67
B. Arbeitsblätter	68
B.1. Arbeitsblatt Bisher	68
B.2. Zusatzaufgabe Bisher	70
B.3. Arbeitsblatt Bisher Lang	71
B.4. Hilfekarten Bisher Lang	73
B.5. Arbeitsblatt Mittelstufe erste Version	74
B.6. Arbeitsblatt Mittelstufe zweite Version	76
B.7. erste Zusatzaufgabe Mittelstufe	78
B.8. zweite Zusatzaufgabe Mittelstufe	79
B.9. Hilfekarte zur Aufgabe 2 und 3	80
B.10. Hilfekarte zum Leistungsbegriff	81
B.11. Hilfekarte zur Unterscheidung von Radian und Degree	82
B.12. Hilfekarte zur ersten Zusatzaufgabe	83
C. Präsentationen	84
C.1. Modellierungsvortrag bisher	84
C.2. Modellierungsvortrag Mittelstufe	87
C.3. Einführung in die Problemstellung bisher	89
C.4. Einführung in die Problemstellung Mittelstufe	91
C.5. Begrüßungspräsentation	93
C.6. Abschlusspräsentation	94
C.7. Hinweise zum Modellierungsvortrag	95
C.8. Hinweise zum Modulvortrag für die Mittelstufe	98
D. Vorstellungsfolien	100
E. Informationen für die Betreuer	101
E.1. Methodisches Konzept	101
E.2. Musterlösungen zu den Aufgaben	103

E.3. Basic paper	105
F. MATLAB Codes	118
F.1. MATLAB Einführung	118
F.2. MATLAB Code Bisher	119
F.3. MATLAB Code Mittelstufe	121
G. Evaluationsbogen	123
H. Gegenständliches Modell	125
Literaturverzeichnis	127
Abbildungsverzeichnis	128

1. Motivation

Das Schülerlabor CAMMP ermöglicht seit 2011 durch seine Projekte Schülerinnen und Schülern¹ den Kompetenzerwerb im Bereich der mathematischen Modellierung, wie er beispielsweise auch im Kernlehrplan gefordert wird. (vgl. [1], Kernlehrplan, 2007, S. 14 und vgl. [2], Kernlehrplan, 2013, S. 14). Denn während in den fachdidaktischen Diskussionen die Anwendung von Mathematik durchaus im Unterricht gefordert wird, zeigen Studien wie PISA und TIMSS, dass die deutschen Schüler bei Mathematikaufgaben, die einen außermathematischen Kontext aufweisen, eher schwach abschneiden (vgl. [3], Westermann, 2011, S. 148). Dabei ist die Fähigkeit, sein mathematisches Wissen auf andere außermathematische Kontexte anzuwenden und dadurch Probleme lösen zu können, aus verschiedenen Gründen wichtig. Mathematik trägt zum Verstehen und Gestalten unserer Welt bei. Anwendungen ergeben daher nicht nur die Chance zu einem tieferen Verständnis der Mathematik zu gelangen, sondern auch den Sinn, die Bedeutung und den Nutzen mathematischer Inhalte zu erkennen und können somit für eine bessere Vorbereitung auf Beruf oder Studium sorgen (vgl. [3], Westermann, 2011, S. 148-149). Für den Unterricht wird daher immer mehr gefordert, dass Schüler Mathematik aus verschiedenen Kontexten her erfahren können und somit erleben wie vielfältig Mathematik ist. Zudem sollen die Schüler den Modellbildungsprozess selbst durchführen (vgl. [3], Westermann, 2011, S.149). Doch viele Lehrer empfinden es als Hürde die vielfältigen Anwendungsgebiete in den Unterrichtsalltag einzubringen, obwohl sie Anwendungsbeispiele, bei denen eben jene Modellbildungsprozesse von den Schülern gefordert werden, für sinnvoll halten. Die Probleme liegen hier bei einem erhöhten Vorbereitungsaufwand, Fehlen passender Materialien oder einfach der mangelnden Ausbildung der Lehrer in diesen Bereichen. Oftmals scheitert das Vorhaben außermathematische Kontexte in den Unterricht mit einzubeziehen auch einfach nur an der fehlenden Unterrichtszeit, da zunächst die innermathematischen Inhalte, die im Lehrplan gefordert werden, abgehandelt werden (vgl. [3], Westermann, 2011, S. 151).

Das Schülerlabor CAMMP hat es sich somit zur Aufgabe gemacht, durch einen Modellierungstag und eine Modellierungswoche den Schülern verschiedene außermathematische Kontexte näher zu bringen. Die Schüler

¹Nachfolgend werden Schülerinnen und Schüler unter der Bezeichnung *Schüler* zusammengefasst. Analog wird mit den Personengruppen Lehrerinnen und Lehrer, Betreuerinnen und Betreuer u.a. verfahren. Dies geschieht aus Gründen der besseren Lesbarkeit, dennoch gelten sämtliche Personenbezeichnungen grundsätzlich für beiderlei Geschlecht.

werden dabei von ihren Lehrern begleitet, so dass gleichzeitig eine Möglichkeit der Lehrerfortbildung entsteht. Somit bietet CAMMP nicht nur den Schülern die Möglichkeit ihr mathematisches Wissen und ihr Können an einem herausfordernden, realen Problem auf die Probe zustellen, sondern bietet auch den Lehrern Ideen für Anwendungsbeispiele des eigenen Unterrichts².

Bisher bezogen sich die Projekte des Schülerlabors hauptsächlich auf Schüler der Oberstufe. Durch die nachfolgende Arbeit soll eines der Module, welches das Schülerlabor im Rahmen eines CAMMP days anbietet, auf die Mittelstufe ausgeweitet werden. Bei diesem handelt es sich um das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk*. Dieses wurde in der Vergangenheit bereits in der Mittelstufe angewendet, doch zeigten sich einige Probleme bei der Umsetzung. Ziel dieser Arbeit ist es daher, das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* weiterzuentwickeln, sodass Schüler der Mittelstufe die Modellierungsprozesse durchlaufen und verstehen können. Dazu ist es notwendig das Modul im Sinne einer didaktischen Reduktion weiterzuentwickeln.

Für die Nachvollziehbarkeit des Weiterentwicklungsprozesses wird zunächst auf einige Punkte der Literatur bezüglich mathematischer Modellierung sowie anderer didaktischer Theorien eingegangen, und nachfolgend der Aufbau und das Konzept des Schülerlabors CAMMP in Kapitel 2 beschrieben. Zudem soll hier deutlich werden, welche Anforderungen das Schülerlabor an seine Module, insbesondere an das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk*, hat. Weiterhin ist für das Verständnis der mathematische Kontext des Moduls wichtig, dieser wird in Kapitel 3 beschrieben.

Das Kernstück dieser Arbeit ist Kapitel 4 zu entnehmen. In diesem wird zunächst beschrieben, wie ein CAMMP day mit dem Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* bisher durchgeführt wurde. Daraufhin folgt eine Auswertung von Teilen der Evaluationsergebnisse bereits durchgeführter CAMMP days. Diese zeigen auf, welche Schwierigkeiten sich bei der Durchführung mit Schülern aus der Mittelstufe ergeben, die in der anschließenden Auswertung diskutiert werden. Im Anschluss wird dann zunächst ein Überblick über den aktuellen Stand des Gesamtkonzepts nach der Weiterentwicklung gegeben. Erst dann werden die didaktisch-methodischen Entscheidungen, die sich aus den zuvor beschriebenen Schwierigkeiten ergaben, vorgestellt. Dieser Teil wurde in die jeweiligen Methoden und Medien unterteilt, sodass die Entscheidungen für jede Methode und jedes Medium zusammengefasst vorgestellt

²siehe dazu cammpp.rwth-aachen.de

und begründet werden. Durch eine Zusammenfassung der Evaluationsbögen der Schüler und eines Evaluationsgespräches mit den Betreuern der CAMMP days wird überprüft, ob und in welchem Umfang die zuvor formulierten Ziele erreicht wurden.

Abschließend wird eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick der Autorin für zukünftige Arbeiten bezüglich des Moduls gegeben.

2. Didaktischer Hintergrund und organisatorischer Rahmen

Bei den Projekten des Schülerlabors CAMMP geht es in erster Linie um mathematische Modellierung, daher soll nun zunächst kurz geklärt werden, was unter diesem Begriff zu verstehen ist und in Anlehnung an die vorangegangene Motivation weiter ausgeführt werden, warum die Kompetenzentwicklung in diesem Bereich wichtig für Schüler ist.

Für die eigentliche Weiterentwicklung des Moduls *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* für die Mittelstufe wird weiterhin ein fachlicher Hintergrund über einige didaktische Theorien, insbesondere der didaktischen Reduktion, gegeben.

2.1. Mathematische Modellierung

Mathematische Modellierung bezeichnet nicht eine eigene Teildisziplin der Mathematik, sondern vielmehr einen Prozess, der in allen Bereichen der Mathematik durchlaufen werden kann. Dabei wird „Mathematik nicht nur als Produkt und den dazugehörigen Mathematikunterricht nicht nur als Weitergabe dieses Fertigproduktes an bis jetzt Unwissende ([4]Blum, 2006,S.5)“ gesehen, sondern als Prozess. Dieser Prozess der mathematischen Modellierung kann mit Hilfe eines Kreislaufsystems erläutert werden. Dazu ist in Abbildung 1 der Modellierungskreislauf, wie ihn Blum und Leiss aufgestellt haben, dargestellt.

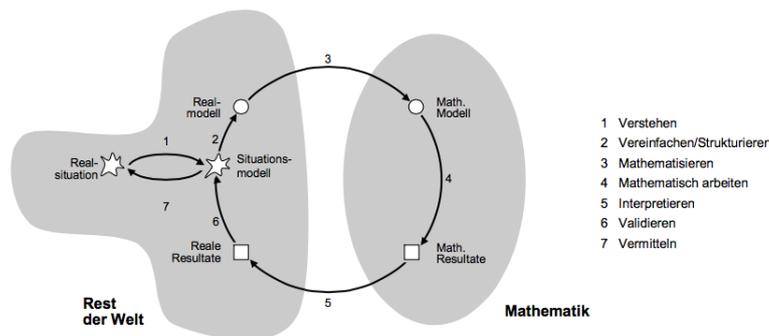


Abbildung 1: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiss (Abbildungsnachweis: [4], Blum, 2006, S. 9)

Dabei wird zunächst die *Realsituation* erfasst und *verstanden*, also die Ausgangssituation oder das Problem, welches gelöst werden muss, sodass

daraus ein *Situationsmodell* entsteht. Dieses *Situationsmodell* spiegelt das Wissen des Schülers über die *Realsituation* wieder. Durch *Vereinfachen* und *Strukturieren* des *Situationsmodells* gelangt man zu einem *Realmodell*. In diesem werden unbrauchbare Informationen ausgeblendet und notwendige Annahmen und Vereinfachungen getroffen, die das Modell erst lösbar machen. Durch *Mathematisieren* des *Realmodells* gelangt man zum *mathematischen Modell*, welches beispielsweise aus einer Reihe von Formeln oder einem Gleichungssystem bestehen kann. Durch *mathematisches Arbeiten* führt das *mathematische Modell* dann zu einem *mathematischen Resultat*, welches auf die Realität bezogen werden muss und somit zu *interpretieren* ist. Dieses Ergebnis wird dann auf der Ebenen des *Situationsmodells* bewertet, also *validiert*, ob das Ergebnis für die Realität brauchbar ist oder nicht. Kann dies positiv beantwortet werden, wird im letzten Schritt des Modellierungskreislaufs das Ergebnis auf die *Realsituation* bezogen und somit zwischen *Situationsmodell* und *Realsituation* *vermittelt*. Häufig wird durch den Schritt der *Validierung* auch deutlich, dass das Ergebnis für die Realität nicht brauchbar ist. Daher stellen Modellierungskreisläufe, wie beispielsweise der von Blum und Leiss, lediglich ein vereinfachendes Schema dar. Der Kreislauf wird nur selten so linear durchlaufen wie oben beschrieben und wird immer wieder von fehlerhaften Stellen aus neu begonnen (vgl. [5] Maaß, 2006, S. 13).

Erklärungswürdig bleibt weiter der Begriff des Modells, der nach Maaß wie folgt beschrieben werden kann:

„Ein Modell ist eine vereinfachende Darstellung des realen Sachverhaltes, das nur gewisse, für die jeweilige Fragestellung relevante Teilaspekte der Situation berücksichtigt“ ([5], Maaß, 2006, S. 13).

Es wird also deutlich, dass durch die Bildung eines Modells lediglich eine vereinfachte Situation gelöst wird. Dieses Ergebnis wird dann auf die reale Situation angewendet und dahingehend interpretiert, ob es zur Lösung der realen Situation in Betracht gezogen werden kann oder nicht. Das *mathematische Arbeiten* im Modellierungsschritt wird oftmals durch den Computer unterstützt und erleichtert. Dadurch wird der Schwerpunkt der eigenen Leistung von der mathematischen Rechnung verschoben auf das Verstehen des Problems und des Problemlösens an sich und nicht der Lösung des mathematischen Modells (vgl. [6] Leuders, 2011, S. 207). Allein diese Tatsache stellt eine neue Chance innerhalb des Mathematikunterrichts dar. Schüler erhalten die Möglichkeit, sich vom Blick auf das bloße Rechnen zu lösen und können sich auf die Problematik an

sich konzentrieren.

Wie schon in Kapitel 1 angedeutet, gibt es verschiedenste Begründungen dafür, dass mathematisches Modellieren und damit Anwendungsaufgaben stärker in den Mathematikunterricht einbezogen werden sollten. Neben den dort angeführten Gründen, dass Mathematik ein tiefes Verständnis erfährt und Sinn und Bedeutung von Mathematik deutlicher wird, sollen hier weitere Gründe nach Blum zusammengefasst aufgeführt werden. Er führt für einen Realitätsbezug im Mathematikunterricht folgende Gründe an:

- „Nur mit Realitätsbezügen kann der Mathematikunterricht zum Umweltverstehen, zur Alltagsbewältigung und zur Berufsvorbereitung beitragen (,pragmatische‘ Gründe)
- Realitätsbezüge sind ein Vehikel zur Kompetenzentwicklung und sind insbesondere für die Förderung der Kompetenz Modellieren unentbehrlich (,formale‘ Gründe)
- Realitätsbezüge helfen Schülern beim Mathematiklernen, sie dienen zum besseren Verstehen und Behalten von mathematischen Inhalten und können diese motivieren (,lernpsychologische‘ Gründe)
- Nur mit Realitätsbezügen lässt sich ein adäquates Mathematikbild bei Schülern aufbauen (,kulturbezogene‘ Gründe)“ ([4], Blum, 2006, S. 11).

Diese können auch als Begründung für die Existenz des Schülerlabors CAMMP gesehen werden, in dem es hauptsächlich darum geht, den Schülern Mathematik durch Realitätsbezüge näher zu bringen und den Modellierungskreislauf zu durchlaufen.

2.2. Didaktisch-methodische Erkenntnisse und Theorien

Im Rahmen dieser Arbeit wird das bisherige Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* im Sinne der didaktischen Reduktion weiterentwickelt. Daher soll nun der theoretische Rahmen für die didaktische Reduktion geschaffen werden, um diese als Werkzeug im weiteren Verlauf Nutzen zu können.

Die didaktische Reduktion wurde erstmals von Hering als *didaktische Vereinfachung* einer differenzierten wissenschaftlichen Aussage hin zu

einer allgemeineren Aussage beschrieben. Dabei fordert er, dass die reduzierte Aussage den gleichen Gültigkeitsumfang wie die Ausgangsaussage haben soll und ein Übergang von der reduzierten Aussage zur Ausgangsaussage widerspruchsfrei möglich ist (vgl. [7] Grüner, 1967, S. 421). Grüner erweitert das Konzept von Hering um die *horizontale* und *vertikale didaktische Reduktion* und verwendet dabei nicht mehr den Begriff der didaktischen Vereinfachung, sondern den der didaktischen Reduktion. Unter der *horizontalen didaktischen Reduktion* versteht er eine Vereinfachung der Aussage ohne deren Gültigkeitsumfang einzuschränken, in dem beispielsweise durch Metaphern, Skizzen oder Beispielen der Zugang zu der Aussage erleichtert wird. Bei der *vertikalen didaktischen Reduktion* wird der Gültigkeitsumfang dagegen eingeschränkt. Dabei ist es Aufgabe der Lehrkraft, zu entscheiden, ob und wie stark eine solche Einschränkung des Gültigkeitsumfangs für die jeweiligen Schüler zu rechtfertigen ist. Diese Aussage bildet demnach nur noch eine Ausschnittsbildung (vgl. [7] Grüner, 1967, S. 421). Die horizontale didaktische Reduktion beschreibt also demnach eine Vereinfachung durch Beispiele, andere Formulierungen oder einer Verschriftlichung von Formeln etc., damit dem Schüler das Lernen eines bestimmten Sachverhaltes leichter fällt oder der Inhalt leichter zugänglich wird. Bei der vertikalen didaktischen Reduktion wird ein bestimmter Sachverhalt innerhalb seiner Komplexität reduziert und somit dem Schüler nur ein gewisser Ausschnitt präsentiert. Dabei muss immer darauf geachtet werden, dass durch eine Vereinfachung des Sachverhaltes keine Verfälschung einhergeht. Die Richtigkeit des vereinfachten Sachverhaltes muss auch für den ursprünglichen Sachverhalt gelten. Es darf somit also nicht vorkommen, dass ein Schüler etwas über einen Sachverhalt lernt und dieses gelernte Wissen nach einiger Zeit, wenn er beispielsweise fähig ist den gesamten, komplexeren Sachverhalt nachzuvollziehen, wieder vergessen muss, weil er keine Gültigkeit mehr besitzt (vgl. [8] Zeuschner, 2004).

Im Zusammenhang mit der didaktischen Reduktion sollte auch das *Spiralcurriculum* genannt werden. Dieses umfasst die Hypothese, „dass jedem Kind auf jeder Entwicklungsstufe jeder Lehrgegenstand in einer intellektuell ehrlichen Form gelehrt werden kann“ ([9] Bruner, 1970, S. 44). Somit ergibt sich aus der Hypothese für Bruner die Forderung nach einem spiralig aufgebautem Curriculum, indem die Lerninhalte immer wieder aufgegriffen und weitergeführt werden. Dabei ist der Lerninhalt immer wieder neu an das Niveau der Schüler anzupassen. In diesem Prozess wird also didaktische Reduktion nötig. Die Hypothese, dass jedes Problem so einfach dargestellt werden kann, dass jeder Schüler es

verstehen kann, stützt Bruner später mit der Strukturierung eines jeden Wissensbereich in drei Gesichtspunkte (vgl. [10], Bruner, 1974, S. 48). Bruner benennt diese drei Gesichtspunkte als *enaktive Repräsentation*, *ikonische Repräsentation* und *symbolische Repräsentation* und meint damit die Darbietung eines Wissensbereich durch Handlungen (*enaktive Repräsentation*), durch zusammenfassende Bilder oder Graphiken (*ikonische Repräsentation*) oder symbolischer, logischer Lehrsätze (*symbolische Repräsentation*) (vgl. [10], Bruner, 1974, S. 49). Bruners Thesen bedeuten für das Ziel dieser Arbeit - nämlich die Inhalte des Moduls *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* für die Mittelstufe zugänglich zu machen - folgendes: Die Herausforderung der altersgemäßen Vermittlung kann gemeistert werden, wenn man die richtigen Wege der didaktischen Reduktion dafür wählt und gewisse Einschränkungen in der Komplexität des Themas hinnimmt. Zudem wird in Kapitel 4 deutlich, dass bisher lediglich die *ikonische* und *symbolische Repräsentation* vertreten sind. Die Theorie von Bruner stützt zudem die Begründung, die *enaktive Repräsentation* in das Modul einzubauen.

Da sich die Weiterentwicklung auf die Methoden und Medien des Moduls beziehen und diese in Kapitel 4 genauer vorgestellt werden, sollte an dieser Stelle auch eine Definition der Begriffe Methoden und Medien gegeben werden. Zunächst soll geklärt werden, was im Folgenden unter einer Methode zu verstehen ist:

„Unter einer Unterrichtsmethode verstehen wir eine typische Handlungsfolge im Unterricht, die folgende Aspekte umfasst:

- Sie hat allgemeinen Charakter, d.h., sie kann in ähnlicher Form flexibel in immer neuen Zusammenhängen ablaufen.
- Sie ist zielorientiert, d.h., sie ist verbunden mit klar formulierten, spezifischen Funktionen, die es möglich machen, zu entscheiden, inwiefern die Methode zum Erreichen bestimmter Ziele geeignet ist.
- Sie ist strukturiert, d.h., sie beschreibt, auf welche Weise die Beteiligten (im Idealfall) handeln und miteinander kommunizieren ([11], Barzel, 2007, S. 22).

Da jede Methode dazu dient, ein bestimmtes Ziel zu erreichen, kann diese auf die Ziele des Moduls angepasst werden und unterstützen somit das Erreichen dieser Ziele. Die Methoden, die im Laufe des Moduls eingesetzt werden, dienen beispielsweise der Strukturierung, der Einfindung

in die Problemstellung, der besseren Darstellung des Problems oder ermöglichen einen individuellen Umgang mit den Schülern.

Unter dem Begriff Medien können dagegen alle "Hilfsmittel bezeichnet [werden], die als Erfahrungersatz oder als Stellvertreter für die Wirklichkeit im Klassenraum zum Einsatz kommen" ([12], Dohnicht, 2006, S. 150). Medien schaffen somit also ein Abbild der Wirklichkeit und helfen den Schülern so, diese zu erfassen und nachzuvollziehen. Der Einsatz von Medien im Rahmen des CAMMP day Moduls *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* sollte demnach der besseren Darstellung eines Solarkraftwerks und der Einfindung in die Problemstellung dienen.

2.3. Vorstellung des Schülerlabors CAMMP

CAMMP bezeichnet ein Schülerlabor der RWTH Aachen und steht für **C**omputational **A**nd **M**athematical **M**odeling **P**rogram. Gegründet wurde es vom Lehrstuhl Mathematik CCES (Prof. Dr. Martin Frank, Dr. Christina Roeckerath), der Arbeitsgruppe Molecular Simulations and Transformations (Prof. Dr. Ahmed E. Ismail) und der Graduiertenschule AICES (Dr. Nicole Faber). Wie der Name CAMMP schon vermuten lässt, geht es in den Projekten des Schülerlabors darum, mit Hilfe von Mathematik und Simulationen reale Probleme zu modellieren und zu lösen.

Durch die verschiedenen Projekte werden die Schulen und Lehrkräfte dabei unterstützt, die Schüler im Sinne des Kernlehrplans auszubilden. In diesem ist innerhalb der fachbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen das Modellieren bereits für die Sekundarstufe I eingeplant. Die Anforderungen für den Kompetenzbereich Modellieren lauten:

"Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.

- Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Terme, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagramme, Tabellen, Zufallsversuche) und ordnen mathematischen Modellen passende Realsituationen zu.
- Sie überprüfen und interpretieren die im mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen realen Situation, bewerten und verändern gegebenenfalls ihren Lösungsweg oder das Modell" ([1] Kernlehrplan, 2007, S.14).

Auch für die Sekundarstufe II wird das Modellieren, ähnlich wie im Kernlehrplan für die Sekundarstufe I, als Kompetenzbereich aufgeführt (vgl.

[2] Kernlehrplan, 2013, S. 14). Die Projekte von CAMMP ermöglichen den Schülern eine intensive Auseinandersetzung mit der Thematik der mathematischen Modellierung und unterstützen bei den Schülern somit den Prozess der Kompetenzentwicklung im Bereich des Modellierens. Eines der Projekte des Schülerlabors ist die CAMMP week. Hierbei fahren 42 Schüler, die von Lehrkräften begleitet werden, für eine Woche in eine Jugendherberge in Voeren (Belgien). Hier bearbeiten sie in Gruppen, die aus sechs Schülern, zwei Lehrkräften und einem wissenschaftlichen Mitarbeiter bestehen, ein reales, meist ungelöstes Problem aus Wirtschaft und Industrie. Zur Verfügung stehen Ihnen die Laptops des Schülerlabors, die einige nützliche Programme wie beispielsweise MATLAB enthalten. Am letzten Tag der CAMMP week präsentieren die Schülergruppen ihre Ergebnisse vor einem großen Publikum, unter anderem den jeweiligen Problemstellern, im Super C der RWTH Aachen. Das zweite Projektformat des Schülerlabors ist der CAMMP day. Hierbei handelt es sich um einen Modellierungstag an der RWTH Aachen. Die Schülergruppen aus Mittel- und Oberstufe kommen gemeinsam mit ihrer Lehrkraft an die RWTH Aachen und bearbeiten verschiedene Teilprobleme. Unterstützt werden sie dabei von wissenschaftlichen Mitarbeitern und studentischen Hilfskräften. Die Erarbeitung der Module, die didaktisch-methodisch ausgearbeitet sind, erfolgt in Zweier- oder Dreiergruppen. Das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk*, welches im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelt wird, ist eines der Teilprobleme, die die Schüler im Rahmen eines CAMMP days bearbeiten können.

2.3.1. Ablauf eines CAMMP days

Ein CAMMP day ist ein Angebot, das Lehrkräfte mit ihren Klassen und Kursen oder aber auch nur mit einzelnen Schülergruppen ab der neunten Jahrgangsstufe ³ wahrnehmen können. Dabei vereinbaren die Lehrkräfte einen Termin mit dem Team des Schülerlabors und wählen eines der angebotenen Module aus. Zur Zeit stehen den Lehrkräften fünf verschiedene Module zur Auswahl:

1. Wie funktioniert eigentlich GPS und was hat das mit Mathe zu tun?
2. Wie funktioniert eigentlich Google und was hat das mit Mathe zu tun?

³Je nach Modul ist unterschiedliches Vorwissen der Schüler nötig, sodass nicht jedes Modul für jede Jahrgangsstufe geeignet ist.

3. Vom Lotfällen bis zum JPEG-Format
4. Von Mickey Mouse bis Buzz Light Year - wie Mathematik die Filmfiguren zum Leben erweckt
5. Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk.

Die Durchführung der CAMMP days erfolgt in einem Seminarraum der RWTH Aachen. Den Schülern wird für den Tag in Zweier- oder Dreiergruppen ein Laptop von dem Schülerlabor zur Verfügung gestellt. Die Laptops enthalten MATLAB, welches eine interaktive Umgebung für Berechnungen ist und eine Visualisierung von Daten und Ergebnissen ermöglicht, sowie einige andere Programme, die den Schülern bei der Lösung des Problems helfen können.

Der CAMMP day beginnt meistens gegen 9 Uhr am Vormittag. Nachdem die Schüler eine kurze Begrüßung von dem CAMMP Team erhalten, in der das Schülerlabor vorgestellt wird und der Tagesablauf bekannt gegeben wird, erhalten die Schüler einen Vortrag über mathematische Modellierung. Danach wird dann, auch mit Hilfe einer kurzen Präsentation, das jeweilige Modul vorgestellt und die Problemstellung erläutert. Zudem wird darauf geachtet, den Schülern die Alltagsrelevanz der Module zu verdeutlichen. Nun beginnen die Schüler mit der eigenen Erarbeitung des Moduls mit Hilfe von Aufgabenzetteln und einem MATLAB-Code, in den sie Lösungen eingeben können. Viele der MATLAB-Codes erhalten bereits ein eigenes Kontrollsystem für die Lösungen. Den Schülern erscheint oftmals bei einer falschen Lösung nicht nur eine Meldung, dass ihre Lösung nicht korrekt ist, sondern auch ein Tipp, was die Schüler bei ihrer Berechnung eventuell nicht beachtet haben. Hilfestellungen können die Betreuer/innen oder Hilfekarten geben. Auch zum Einsatz von Internetrecherchen bezüglich gewisser Informationen sollen die Schüler innerhalb des Tages motiviert werden. Je nach Länge der Mittagspause und Wahl des Moduls endet ein CAMMP day meistens zwischen 15-16 Uhr. Nach der Mittagspause wird oft mit der Schülergruppe die Powerwall, eine 3D-Wand der Graduiertenschule AICES, besucht. Die Powerwall kann verschiedene Simulationen in 3D zeigen. Die Schüler erfahren dadurch direkt, wozu mathematische Modellierung dient. Anhand einer Blutpumpe, die die Schüler auf der Projektionsfläche erkunden können, erkennen sie beispielsweise, dass es heutzutage nicht mehr nötig ist einen Prototypen zu bauen, um die zukünftigen Leistungen erkunden zu können.

2.3.2. Ziele eines CAMMP days

Innerhalb eines CAMMP days soll die kurze Zeit, die im Gegensatz zur CAMMP week zur Verfügung steht, dazu genutzt werden, den Schülern deutlich zu machen was mathematische Modellierung ist. Die Relevanz und auch die Berufsfelder, die täglich mit Hilfe von mathematischer Modellierung arbeiten, werden hierbei vorgestellt. Der Studiengang CES⁴ wird besonders hervorgehoben, da dieser Mathematik, Informatik und Ingenieurwissenschaften miteinander verknüpft. Hauptsächliches Ziel eines CAMMP days ist es allerdings, Mathematik nicht nur aus der Schul- und Schülersicht zu betrachten. Idealerweise identifizieren sich die Schüler mit der Rolle eines wissenschaftlichen Mitarbeiters, der nun ein Problem lösen muss. Dabei werden die Schüler kreativ und entwickeln individuelle Lösungen und rufen keine starr vorgegebenen, vom Lehrer gewünschten Lösungen ab. Es geht daher nicht nur darum, dass die Schüler nachher wissen was mathematische Modellierung ist, sondern dass sie diese erleben und ihre Vielfalt, Individualität und Kreativität kennenlernen. Ein weiteres sehr wichtiges Ziel eines CAMMP days ist es, dass die Schüler Spaß haben und mit einer motivierten, positiven Einstellung zur Mathematik den CAMMP day verlassen. Schüler, die sich überfordert fühlen und mit einem negativen Gefühl gegenüber der Mathematik nach Hause gehen, soll es nicht geben. Die Module sollten daher so aufgebaut sein, dass die Betreuer individuell auf einzelne Gruppen und innerhalb dieser auf verschiedene Schüler eingehen können. Jeder Schüler soll an die Grenze zwischen dem schmalen Grad von Förderung und Überforderung gebracht werden. Ein individueller Umgang mit den verschiedenen Schülern ist daher sehr wichtig.

Für die konkrete Zielsetzung für das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* ergeben sich diesbezüglich einige Einschränkungen. Es ist das einzige Modul, welches bereits für Schüler ab der achten Jahrgangsstufe angeboten wird. Daher ist es wichtig, das richtige Gleichgewicht zwischen einer Anleitung der Aufgaben durch den Betreuer und einer offenen Bearbeitung, in der die Schüler eigene Ideen einbringen und umsetzen können, zu schaffen. Die Schüler sind meistens noch weniger diszipliniert und benötigen daher eine gewisse Struktur durch die Betreuer. Dennoch sollte das Ziel, dass die Schüler mathematische Modellierung erleben, so gut wie möglich verfolgt werden.

⁴Computational Engineering Science

2.3.3. Ziele des Moduls Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk

Neben den didaktischen Zielen können nun inhaltliche Ziele konkret für das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* formuliert werden. Zunächst sollen die Schüler, so wie in jedem anderen Modul des Schülerlabors auch, erlernen, wie sie ein konkretes Problem modellieren können und wie sie den Modellierungskreislauf, der zuvor in dem Vortrag zur mathematischen Modellierung vorgestellt wurde, anwenden können. Dafür müssen die Schüler verstehen wie ein Solarkraftwerk aufgebaut ist und die Grundfunktionen eines Solarkraftwerks exemplarisch kennen. Zudem müssen sie dazu in der Lage sein die Mathematik zu erkennen und innerhalb richtiger Formeln darzustellen. Gerade in diesem Punkt stellt sich ein Unterschied zwischen Schülern der Oberstufe und Schülern der Mittelstufe heraus. Schüler in der achten oder neunten Klasse besitzen teilweise kein Vorwissen über die Winkelfunktionen. Genauso sind gewisse Schreibweisen, die das Programm MATLAB benutzt, nicht bekannt. Ein Vorteil der jüngeren Jahrgangsstufen im Gegensatz zur Oberstufe könnte allerdings darin liegen, dass die Winkelgesetze noch nicht so weit in der Vergangenheit des Unterrichtsstoffes liegen und den Schülern somit präsenter sind.

3. Mathematischer Hintergrund des Moduls Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk

Dieses Kapitel stützt sich auf das bereits ausgearbeitete basic paper (siehe Anhang E.3.) des Moduls *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk*. Es wurde bereits im Vorfeld dieser Arbeit geschrieben. Nun soll der mathematische Hintergrund an dieser Stelle überblicksweise aus dem basic paper zusammengefasst werden.

Die Relevanz von erneuerbaren Energien, wie sie durch beispielsweise Solarkraftwerke gewonnen werden können, ist derzeit unumstritten. So werden auch die Schüler in den Schulen bereits früh auf diese Themen aufmerksam gemacht und können erkennen, dass solche Themen zukunftssträftig sind. Durch die Verdeutlichung der mathematischen Modellierung innerhalb eines solchen Themas ist die Alltagsnähe für die Schüler direkt geschaffen.

Für weitere Betrachtungen muss zunächst geklärt werden, wie ein Solarkraftwerk in seinen Grundzügen funktioniert. Bei solarthermischen Kraftwerken werden Spiegel genutzt, die die einfallenden Sonnenstrahlen auf einen Absorber reflektieren. In dem Absorber befindet sich Flüssigkeit, welche durch die reflektierten Sonnenstrahlen erhitzt wird. Dadurch entsteht Dampf, der Turbinen antreiben kann, sodass es zur Stromerzeugung kommt.

Solarthermische Kraftwerke können dabei unterschiedlich aufgebaut sein. Zum einen gibt es die Variante der Solarturmkraftwerke, die relativ kleine Absorbertürme enthalten. Zum anderen gibt es jene, die sehr ausgehende Absorber enthalten. Hier kann man zwischen dem sehr effizienten Kraftwerk mit Parabolrinnenspiegel und dem weniger effizienten, aber deutlich kostengünstigerem Kraftwerk mit Fresnelspiegeln unterscheiden (vgl. [13] und siehe Abbildung 2). Für die weiteren Betrachtungen des Moduls wird das solarthermische Kraftwerk mit den Fresnelspiegeln betrachtet. Dies begründet sich aus der Wirtschaftlichkeit bezüglich geringerer Materialkosten gegenüber eines solarthermischen Kraftwerks mit Parabolspiegeln. Somit gilt es also durch numerische Simulationen im Vorfeld zu erkunden, wie das solarthermische Kraftwerk gebaut werden sollte, um eine möglichst hohe Energieausbeute zu erhalten. Dies kann man durch mathematische Modellierung erreichen.

Zunächst soll der Aufbau eines Fresnelkraftwerks genau beschrieben werden. Durch mehrere Spiegelreihen wird Sonnenlicht auf ein Absorberrohr gerichtet (siehe Abbildung 3). Jedes Absorberrohr wird dabei von einem Sekundärreflektor umgeben, der wiederum die Sonnenstrahlen, die ge-

rade am Absorberrohr vorbei gehen, einfängt und auf das Absorberrohr reflektiert. Somit wird die Energieausbeute nochmals erhöht. Das Absorberrohr enthält Wasser, welches durch die Sonnenstrahlen erhitzt und zu Dampf wird. Alle Absorberrohre sind Teil eines geschlossenen Wasser-/Dampf-Kreislaufes. Der entstehende Dampf treibt eine Dampfturbine an, sodass Strom entsteht. Der Dampf kühlt wieder ab und wird in Form von Wasser dem Kreislaufsystem wieder zugeführt (vgl. [13]). Der gesamte Kreislauf ist in Abbildung 4 dargestellt.



Abbildung 2: Fresnelkraftwerk (Abbildungsnachweis: www.novatecsolar.com, Stand 04.01.2016)

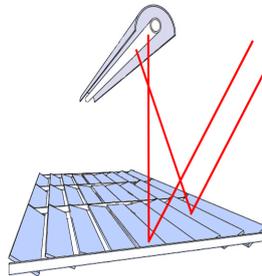


Abbildung 3: Modellierung der Strahlengänge in einem Fresnelkraftwerk

Für die Modellierung des Fresnelkraftwerks können zunächst einige Vereinfachungen getroffen werden. Jedes Absorberrohr kann bei der Modellierung einzeln betrachtet werden. Auch die Einstellung jeder Spiegelreihe kann jeweils für sich betrachtet werden. Dabei vernachlässigt man eventuelle gegenseitige Abschattungseffekte der Spiegel. Für einen ersten Schritt der Modellierung kann von einem zweidimensionalen Kraftwerk ausgegangen werden, dies würde einem Querschnitt durch Absorber und

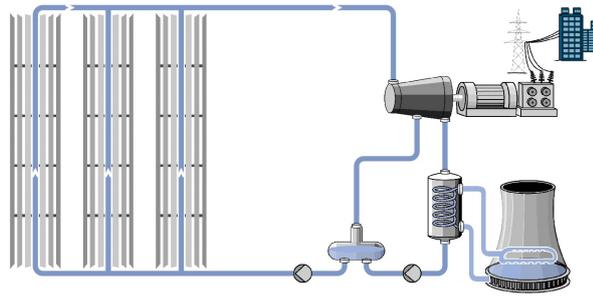


Abbildung 4: Gesamtaufbau eines Fresnelkraftwerks

Spiegel entsprechen (siehe Abbildung 5). Zusätzlich wird das Modell vereinfacht, indem man nur den Spiegel direkt unterhalb des Absorberrohrs betrachtet.

Bei den Modellierungen, die innerhalb des Moduls betrachtet werden sollen, geht es um folgende Fragestellungen:

1. Wie muss die Ausrichtung des Spiegels optimal eingestellt werden, damit möglichst viele Sonnenstrahlen vom Spiegel auf das Absorberrohr reflektiert werden?
2. Wie viel Leistung kommt auf dem Spiegel an?
3. Wie groß ist der Anteil der reflektierenden Sonnenstrahlen, die den Sekundärreflektor erreichen?
4. Wie groß ist die Leistung, die am Absorberrohr anliegt?

Nachdem diese Modellierung vollzogen wurde, können einige Vereinfachungen wieder zurück genommen werden, sodass das Modell sich dem wirklichen solarthermischen Fresnelkraftwerk annähert. Hierbei werden folgende Fragestellungen behandelt:

1. Wie müssen die vorherigen Fragen für einen verschobenen Spiegel betrachtet werden?
2. Wie kann die pro Tag eingefangene Energie bestimmt werden?
3. Welche Störfaktoren müssen in das Modell einbezogen werden?
4. Welche weiteren Optimierungsstrategien können für das Modell entwickelt werden?

3.1. Ausrichtung des Spiegels

Für die Modellierung der Ausrichtung des Spiegels wird zunächst nicht nur angenommen, dass sich der Spiegelmittelpunkt direkt unter dem Absorbermittelpunkt befindet, sondern zusätzlich:

- dass die Sonnenstrahlen genau parallel einfallen,
- der Horizont parallel zum Erdboden durch den Mittelpunkt des Spiegelschnitts verläuft,
- der Sonnenstand als Winkel α gegeben ist,
- der Spiegel exakt in jeden Winkel eingestellt werden kann.

Die Annahme, dass die Sonnenstrahlen nicht parallel einfallen und die, dass der Spiegel in jeden beliebigen Winkel exakt eingestellt werden kann, entspricht einer Idealisierung der Realität, sodass durch diese Annahmen Fehler entstehen können.

Für die Einstellung wird definiert, dass γ den Winkel zwischen der Horizontalen und dem Normalenvektor des Spiegels beschreibt. Der Normalenvektor stellt dabei eine gedachte Linie, die orthogonal auf dem Spiegel steht, dar. Zudem wird Winkel β beschrieben als Reflektionswinkel der Sonnenstrahlen, also zwischen dem Horizont und dem reflektierenden Sonnenstrahl (siehe Abbildung 5). Da wir annehmen, dass sich der Spiegelmittelpunkt direkt unter dem Absorbermittelpunkt befindet, kann $\beta = 90^\circ$ bereits festgelegt werden. Da aus der Physik bekannt ist, dass Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel gilt, kann der Einfallswinkel als Differenz vom Winkel γ und α beschrieben werden und der Ausfallswinkel als Differenz vom Winkel β und γ .

Es muss demnach gelten:

$$\beta - \gamma = \gamma - \alpha$$

Aufgelöst nach γ gilt:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \\ &= \frac{1}{2}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

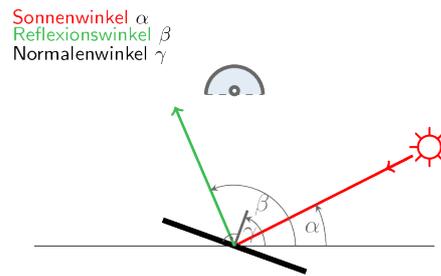


Abbildung 5: Modellierter Querschnitt eines Fresnelkraftwerks

3.2. Leistung, die am Spiegel ankommt

Um die Leistung des Sonnenstrahlenpakets, welches vom Spiegel reflektiert wird, zu berechnen, wird weiter angenommen, dass die Breite der Spiegels l und die Leistung pro Meter der Sonnenstrahlung L gegeben ist. Für die weiteren Betrachtungen muss man den Cosinuseffekt berücksichtigen, da sich die Leistung aus den Sonnenstrahlen, die pro Fläche auf dem Spiegel ankommt, zusammensetzt. Die Breite des Strahlenpakets, welches den Spiegel erreicht, ist gleichzusetzen mit der Länge eines Stockes, der orthogonal zu den Strahlen steht und dessen Schatten genau den gesamten Spiegel abdunkelt. Für die Berechnung der Leistung, die auf dem Spiegel ankommt, kann demnach die Länge dieses Stockes berechnet werden. Diese Länge kann maximal l betragen, wenn der Spiegel orthogonal zu den Sonnenstrahlen steht. In allen anderen Fällen der Spiegeleinstellung ist die Länge kleiner l .

Die Länge des Stocks sei mit e bezeichnet. Der Stock bildet mit dem Spiegel und den Sonnenstrahlen ein rechteckiges Dreieck, da Stock und Sonnenstrahlen orthogonal zueinander stehen (siehe Abbildung 6). Da α und γ bekannt sind, kann der Winkel zwischen Sonneneinstrahlung und Spiegel berechnet werden. Dieser wird δ genannt.

$$\delta = \frac{\pi}{2} - (\gamma - \alpha)$$

Durch die Winkelsumme im Dreieck kann dann der Winkel ϵ zwischen Spiegel und Stock berechnet werden durch:

$$\epsilon = \frac{\pi}{2} - \delta = \gamma - \alpha$$

Die Länge des Stocks e kann dann durch Anwendung des Cosinus berechnet werden durch:

$$e = \cos(\epsilon)l$$

Schließlich ergibt sich dann die Leistung, die auf dem Spiegel ankommt, durch:

$$L_S = eL$$

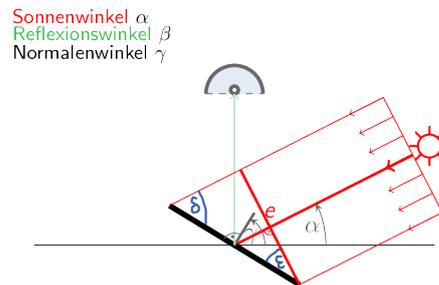


Abbildung 6: Leistung am Spiegel

3.3. Anteil der reflektierenden Sonnenstrahlen, die den Sekundärreflektor erreichen

Für die Modellierung dieser Aufgabe werden wieder zwei Annahmen getroffen. Zum einen wird angenommen, dass die Breite des Sekundärreflektors durch b gegeben ist. Zum anderen wird davon ausgegangen, dass alle Strahlen, die den Sekundärreflektor treffen, auf das Absorberrohr abgelenkt werden.

Somit lässt sich der Anteil a der reflektierten Sonnenstrahlen, die den Sekundärreflektor treffen, wie folgt beschreiben:

$$a = \min \left\{ 1, \frac{b}{e} \right\}$$

Dies gilt, da die ankommende Leistung am Sekundärreflektor nicht größer als 100% sein kann. Für den Anteil gilt also $a \leq 1$. Zum anderen gilt für die reflektierten Sonnenstrahlen, dass sie die Länge e besitzen, da auch hier Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel gilt (siehe Abbildung

7). Wie viele der reflektierten Sonnenstrahlen den Sekundärreflektor erreichen, hängt auch mit der Breite des Sekundärreflektors zusammen. Daher ergibt sich bei einem Verhältnis von b zu e mit einem Wert ≤ 1 der Anteil a aus $\frac{b}{e}$.

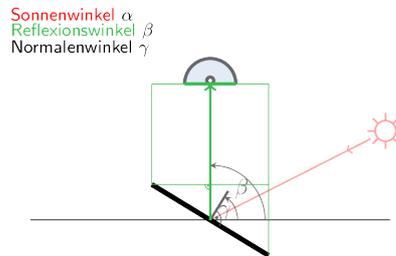


Abbildung 7: Anteil am Sekundärreflektor

3.4. Leistung, die am Absorberrohr ankommt

Insgesamt ergibt sich aus den vorherigen Aufgaben für die Leistung, die am Absorberrohr ankommt, nun folgende Gleichung:

$$L_R = aL_S$$

3.5. Modellierungen für einen verschobenen Spiegel

In dieser Aufgabe soll ein seitlich verschobener Spiegel modelliert werden (siehe Abbildung 8). Dazu wird der Spiegelmittelpunkt durch d nach rechts verschoben. Gilt $d < 0$ wird der Spiegel nach links verschoben, gilt $d > 0$ wird der Spiegel nach rechts verschoben. Da, wie in der Aufgabe zur Einstellung des Spiegels bereits gesehen, für $d = 0$ $\beta = \frac{\pi}{2}$ gilt, lässt der Umkehrschluss zu, dass der Winkel β für die bislang getroffenen Modellierungen für einen verschobenen Spiegel neu berechnet werden muss. Dafür wird angenommen, dass die Höhe, in der sich das Absorberrohr befindet, bekannt ist. Wenn man nun vom Absorbermittelpunkt aus ein Lot fällt, ergibt sich mit dem Horizont, auf dem sich der Spiegelmittelpunkt befindet, und den reflektierten Strahlen ein rechtwinkliges Dreieck (siehe Abbildung 8). Für die Berechnung von β muss zunächst $\tilde{\beta}$ wie folgt berechnet werden:

$$\tilde{\beta} = \tan^{-1} \left\{ \frac{h}{d} \right\}$$

Insgesamt ergibt sich β durch:

$$\beta = \begin{cases} \tilde{\beta} & \text{für } d < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } d = 0 \\ \pi - \tilde{\beta} & \text{für } d > 0 \end{cases}$$

Somit kann nun für einen beliebig verschobenen Spiegel der Winkel β angegeben werden. Für die Berechnung von γ und für L_S muss nun nur mit dem richtige Wert von β gearbeitet werden. Ansonsten ändert sich an den Formeln nichts. Für die Berechnung des Anteils der Leistung und demnach für die Gesamtleistung die am Absorberrohr ankommt, muss die Formel überarbeitet werden. Bei einem verschobenen Spiegel treffen die reflektierten Strahlen vom Spiegel nicht mehr orthogonal auf das Absorberrohr. Demnach muss auch hier ein zusätzlicher Cosinuseffekt bedacht werden.

Die Projektion e_P der Strahlenbündelbreite e auf die horizontale Ebene des Absorberrohrs bildet zusammen mit der Strahlenbündelbreite e ein rechtwinkliges Dreieck (siehe Abbildung 8). In diesem kann der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel σ für eine linksseitige Verschiebung ($d < 0$) durch:

$$\sigma_l = \frac{\pi}{2} - \beta$$

und für eine rechtsseitige Verschiebung ($d > 0$) durch:

$$\sigma_r = \beta - \frac{\pi}{2}$$

angegeben werden. Insgesamt resultiert daraus:

$$\sigma = \left| \beta - \frac{\pi}{2} \right|$$

Für die Länge der Projektion e_P ergibt sich dann:

$$e_P = \frac{e}{\cos(\sigma)}$$

Somit ändert sich die Formel für den Anteil, der am Sekundärreflektor ankommt durch:

$$a_P = \min \left\{ 1, \frac{b}{e_P} \right\}$$

Für die Leistung, die am Absorberrohr ankommt, gilt dann:

$$L_R = a_P L_S$$

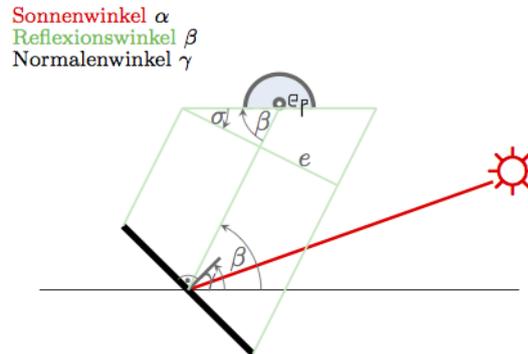


Abbildung 8: Modellierung eines verschobenen Spiegels

3.6. Energie pro Tag

Durch die Berechnung der Leistung, die am Absorberrohr ankommt, wird die Energie pro Zeiteinheit angegeben. Interessanter ist eine Energieangabe allerdings für eine Stunde oder einen gesamten Tag. Diese kann man durch das Integral der Funktion, die die Leistung zu jedem Zeitpunkt innerhalb eines Tages angibt, berechnen. Hier ergibt sich allerdings das Problem, dass die meisten Schüler, die einen CAMMP day besuchen, Integrale noch nicht kennengelernt haben. Daher wird diese Aufgabe vereinfacht modelliert durch numerische Integration.

Dazu wird ein Tag aufgeteilt in Zeitintervalle der Länge Δt , wobei $n = \frac{24h}{\Delta t}$ ganzzahlig sei. Diese wird mit der Leistung zum Zeitpunkt t multipliziert und die einzelnen Produkte summiert. Es ergibt sich für die Energie E pro Tag:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} L(t) \Delta t$$

Obwohl nach der Formel kleinere Zeitintervalle ein genaueres Ergebnis bedeuten, sollte für die Implementierung das Zeitintervall nicht zu klein gewählt werden, da dies die Laufzeit verlängert und die gegebenen Daten nicht genau genug sein könnten.

3.7. Modellierung von Störungen

Für die vorherigen Aufgaben wurde angenommen, dass der Sonnenstand genau bekannt ist und sich der Spiegel genau einstellen lässt. Beides wirkt sich letztlich auf den Normalenwinkel γ aus. Durch einen zufälligen Fehler, der auf den Normalenwinkel addiert wird, kann dies modelliert werden. Durch diesen Fehler kann es sein, dass der Strahl, der den Mittelpunkt des Spiegels trifft, nicht mehr auf den Mittelpunkt des Absorbers reflektiert wird. Dadurch treten nun zwei Fälle auf, die durch die Formel für den Anteil aus der vorherigen Aufgabe nicht berechnet werden können. Zum einen wäre es der Fall, dass Strahlen auf der linken Seite des Sekundärreflektors vorbei gehen, aber nicht auf der rechten Seite. Zum anderen der Fall, dass Strahlen auf der rechten Seite des Sekundärreflektor vorbei gehen, aber nicht auf der linken Seite. Dafür wird eine Störung μ angenommen. Der gestörte Normalenwinkel ergibt sich dann aus $\gamma^* = \gamma + \mu$ und der dazugehörige Ausfallswinkel wird mit β^* bezeichnet. Es wird angenommen, dass $\beta^* \leq \frac{\pi}{2}$ ist und die Verschiebung $d < 0$ (siehe Abbildung 9).

Wenn ein Lot von dem Punkt aus, von dem der mittlere Strahl die Höhe h erreicht, gefällt wird, ergibt sich ein rechtwinkliges Dreieck mit Winkel β^* , der Gegenkathete h und der Ankathete $d - f$. Somit kann der Abstand f , mit dem der im Spiegelmittelpunkt reflektierte Strahl die Absorbermitte verfehlt, berechnet werden durch:

$$\begin{aligned} \cot(\beta^*) &= \frac{d - f}{h} \\ f &= d - \cot(\beta^*)h \end{aligned}$$

Es werden nun beide Hälften des Sekundärreflektors getrennt betrachtet. Für die rechte Hälfte ergibt sich der Anteil:

$$a_{rechts} = \max \left\{ \frac{\frac{e_P}{2} - f}{\frac{b}{2}}, 1 \right\}$$

Für die linke Hälfte ergibt sich entsprechend der Anteil:

$$a_{links} = \max \left\{ \frac{\frac{e_P}{2} + f}{\frac{b}{2}}, 1 \right\}$$

Für den gesamten Sekundärreflektor ergibt sich demnach der Anteil durch:

$$a_P = \frac{1}{2}(a_{links} + a_{rechts})$$

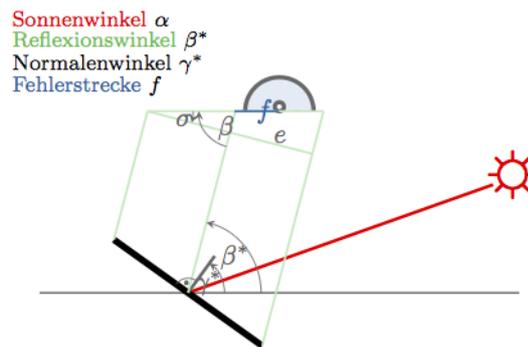


Abbildung 9: Modellierung von Störungen, die sich auf γ auswirken

3.8. Weitere Optimierungsmöglichkeiten

Schließlich können weitere Optimierungsmöglichkeiten in einem hypothetischen Sinne von den Schülern gefunden werden, da die Zeit für tiefere Modellierungen innerhalb eines CAMMP days nicht ausreicht. Daher lautet die letzte mögliche Aufgabe für die Schüler, sich Gedanken darüber zu machen, was noch optimiert werden kann.

Für einen optimalen Aufbau des Solarkraftwerks muss beachtet werden, dass die Spiegel möglichst nahe aneinander stehen, aber nur so nah, dass sie sich nicht zu sehr gegenseitig verschatten. Zum anderen könnte die Höhe des Kollektors optimiert werden. Je höher der Kollektor, desto mehr Spiegel treffen mit der gesamten Breite der reflektierten Strahlen den Kollektor, allerdings geht Energie auf dem Weg zum Kollektor durch die Teilchen der Atmosphäre verloren. Daher könnte angestrebt werden, diese Faktoren in ein optimales Gleichgewicht zu bringen. Es gibt demnach also viele Punkte, die noch weiter optimiert werden können und die die Schüler zumindest in ihren Ansätzen erkennen und beschreiben könnten.

4. Entwicklung des didaktisch-methodischen Konzepts

In diesem Kapitel wird die Weiterentwicklung des Moduls *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* beschrieben. Im Vorfeld existierte bereits ein Konzept für die Durchführung in der Oberstufe. Dieses Konzept wurde in der Vergangenheit bereits in der Mittelstufe angewendet, doch zeigten sich einige Probleme bei der Umsetzung. Daher soll das Modul didaktisch-methodisch weiterentwickelt werden, sodass Schüler der Mittelstufe die Modellierungsprozesse durchlaufen und verstehen können.

4.1. Analyse des Konzepts für die Oberstufe

Damit die Weiterentwicklung des Moduls sichtbar wird, muss zunächst beschrieben werden, wie ein CAMMP day an dem das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* gewählt wurde, bisher durchgeführt wurde. So kann anschließend die didaktisch-methodische Weiterentwicklung des Moduls nachvollzogen werden. Zudem werden die bisherigen Evaluationsergebnisse miteinander verglichen und daraus zu behebende Probleme abgeleitet.

4.1.1. Didaktisch-methodisches Konzept bisher

Zu Beginn soll der Ablauf eines CAMMP days mit dem Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk*, wie er bisher durchgeführt wurde, überblicksweise in einer Auflistung der Schritte dargestellt werden:

1. Begrüßung mit Präsentation (siehe Anhang C.5.)
2. Modellierungsvortrag in englischer Sprache (siehe Anhang C.1.)
3. Einführung in die Problemstellung durch eine Präsentation (siehe Anhang C.3.)
4. Bearbeitung des Moduls an Hand eines Arbeitsblattes (siehe Anhang B.1.) und mit Hilfe des Programms MATLAB in Partnerarbeit
5. Vorstellung der Ergebnisse durch Schülergruppen
6. Verabschiedung durch Präsentation und Ausfüllen der Evaluationsbögen (siehe Anhang C.6. und G.)

Nun soll der Fünfschritt des bisherigen Konzeptes genauer dargestellt werden.

Die Schüler werden zu Beginn des Tages begrüßt, in dem einige Folien rund um das Schülerlabor CAMMP an die Wand projiziert werden und der Tagesablauf bekannt gegeben wird. Danach erhalten die Schüler einen Kurzvortrag über das mathematische Modellieren, der von Prof. Dr. Ahmed E. Ismail verfasst und zumeist auch von ihm persönlich gehalten wird (siehe Anhang C.1.). Der Vortrag wird in englischer Sprache gehalten und soll den Schülern vermitteln, was mathematische Modellierung ist bzw. welche Prozesse dabei durchlaufen werden.

Danach werden die Schüler mit einer weiteren modulspezifischen Präsentation in ihr Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* eingeführt. Dazu wird zunächst erklärt, was ein Solarkraftwerk ist, wie dieses typischerweise aufgebaut ist und welcher Typ eines Solarkraftwerks im Modul genauer betrachtet wird. Durch Bilder wird den Schülern näher gebracht, wo sich das Absorberrohr, der Sekundärreflektor und die Spiegelreihen befinden. Die Modellierung des Querschnitts eines Fresnelkraftwerks wird durch das in Abbildung 10 dargestellte Bild erläutert und das Absorberrohr, der Sekundärreflektor und der Spiegel jeweils mündlich zugeordnet.

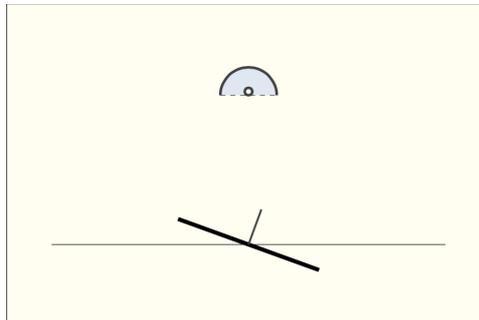


Abbildung 10: Modellierung eines Querschnitts des Fresnelkraftwerks

Zudem wird Ihnen durch ein Bild gezeigt, wie das Eingabefeld in MATLAB aussieht, wie sie die Ausgabe betätigen und wie das Hilffsystem von MATLAB funktioniert (siehe Anhang C.3.). Somit werden die Schüler zunächst in die Problemstellung eingeführt und es wird ihnen verdeutlicht, welche Aufgaben im Rahmen des CAMMP days auf sie zukommen und welche Hilfestellung MATLAB dabei bietet.

MATLAB nutzen die Schüler innerhalb des Moduls durch eine vorgege-

bene Datei `fresnel.m` (siehe Anhang F.2.). Innerhalb der Datei können die Schüler den Code durch ihre Formeln ergänzen und mit Hilfe eines zuvor programmierten Feedbacks ihre Ergebnisse kontrollieren. Dieses Feedback erfolgt durch eine Visualisierung. Dabei wird den Schülern zunächst ein Bild gezeigt, welches die Lösung enthält. Dieses können sie dann mit einem zweiten Bild, welches ihre Lösung enthält, vergleichen (siehe Abbildung 11). Nach der Einführung in das Problem erhalten die

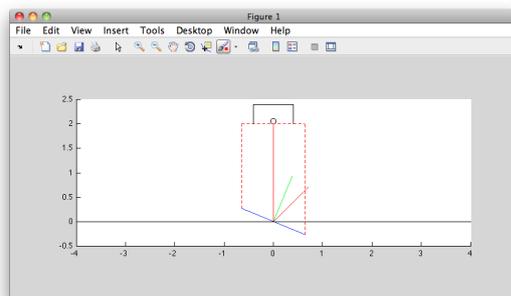


Abbildung 11: Visualisierte Feedbackfunktion in MATLAB

Schüler das Aufgabenblatt, auf dem nochmals einige Hinweise zum Umgang mit MATLAB und zur Benennung der Variablen gegeben sind (siehe Anhang B.1.). Es leitet die konkrete Bearbeitung der Problemstellung an und hilft den Schülern nochmal sich in die Problemstellung einzufinden. Auf dem Aufgabenblatt befinden sich zunächst drei Aufgaben. In der ersten Aufgabe beschäftigen sich die Schüler mit der Berechnung des Normalenwinkels, also dem Winkel, der zwischen der Horizontalebene und dem Spiegel entsteht und somit also den Winkel der Spiegeleinstellung wiedergibt (siehe Kapitel 3.1) Die zweite Aufgabe ist durch drei Unteraufgaben aufgeteilt. Zunächst sollen die Schüler berechnen, welche Leistung auf dem Spiegel ankommt. Danach bestimmen sie den Anteil der Strahlung, der am Absorberrohr ankommt, um schließlich in der letzten Unteraufgabe angeben zu können, welche Leistung am Absorberrohr ankommt. Dazu müssen sich die Schüler der Winkelbeziehungen sowie den trigonometrischen Funktionen für Sinus und Cosinus im rechtwinkligen Dreieck bedienen (siehe Kapitel 3.2, 3.3 und 3.4). In der dritten Aufgabe sollen sie dann überlegen, wie die jeweiligen Ergebnisse aussehen müssen, wenn der Spiegel nicht direkt unter dem Absorberrohr liegt, sondern nach links oder rechts verschoben ist (siehe Kapitel 3.5). Die Ergebnisse der drei Aufgaben werden dann ungefähr eine halbe Stunde vor Ende des CAMMP days für alle verglichen. Dabei wird durch die Be-

treuer zufällig eine Gruppe ausgewählt, die eine der Aufgaben vorstellen soll.

Ist eine Gruppe schon schneller mit den Aufgaben 1-3 fertig und der CAMMP day noch nicht vorbei, dann haben die Betreuer die Möglichkeit, weitere Aufgaben zu geben (siehe Anhang B.2.). Somit können die Betreuer auf schnellere Schüler reagieren und das Modul individuell anpassen. Diese Aufgaben werden für alle relevant, wenn der CAMMP day länger dauert bzw. ein zweitägiger CAMMP day stattfindet. Die zusätzlichen Aufgaben beschäftigen sich dabei mit der Modellverbesserung. In der vierten Aufgabe beziehen die Schüler bei der Berechnung des Normalenwinkels einen „Fehler“ mit ein. In der fünften Aufgabe beschäftigen sich die Schüler mit der Energie, die über den gesamten Tag hinweg auf den Absorber trifft. Schließlich können sich die Schüler in der sechsten Aufgabe damit beschäftigen, wie weitere Optimierungsschritte für die Modellierung des Solarkraftwerks aussehen könnten (siehe Kapitel 3.6, 3.7 und 3.8).

Am Ende des Tages werden die Schüler mit einer kurzen Präsentation, die Informationen zu den anderen CAMMP Projekten und dem Studiengang CES enthalten, verabschiedet und gebeten, den Evaluationsbogen des Schülerlabors auszufüllen (siehe Anhang C.6. und G.).

Eine Möglichkeit der Variation für die Betreuer liegt, darin ein anderes Aufgabenblatt zu verteilen (siehe Anhang B.3.). In diesem sind keine Hilfebilder zu finden. Die Bilder können allerdings individuell bei Bedarf als Hilfskarten an die Gruppen herausgegeben werden. Dieser Möglichkeit bedienen sich die Betreuer, wenn eine besonders leistungsstarke Gruppe angekündigt ist und/oder mehr Zeit als im üblichen eintägigen Rahmen des CAMMP days zur Verfügung steht. Diese Variation wurde bisher aber erst einmal durchgeführt.

4.1.2. Evaluation

Im Oktober 2013 wurde das Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* erstmals für eine neunte Jahrgangsstufe angeboten. Die Betreuer dieser CAMMP days beobachteten, dass die Schüler mit einem weniger positiven Gefühl zum Thema das Schülerlabor verließen.

Diese Beobachtung soll nun durch eine quantitative Evaluation (Fragebogen) und eine qualitative Evaluation (Befragung der Betreuer) genauer untersucht werden.

Die quantitative Evaluation entstand durch das Ausfüllen eines Fragebogens der Schüler im Anschluss an das Modul. Diese wird im Folgenden in einigen Punkten dargestellt, um dann interpretiert zu werden. Dadurch

wird deutlich, warum das Modul für die achte und neunte Jahrgangsstufe geändert werden soll. Die qualitative Evaluation enthält Befragungen und Rückmeldungen der Betreuer. Auch wenn diese nicht anhand von Zahlen konkretisiert werden können, sollten sie dennoch in die Überlegungen einer Weiterentwicklung mit einbezogen werden.

Für eine schnelle und vergleichbare Übersicht werden im Folgenden einige Teilbereiche des Gesamtevaluationsbogens des Schülerlabor CAMMP dargestellt. Da sich der Evaluationsbogen im Laufe der Zeit verändert hat, werden nur miteinander vergleichbare Fragen aufgeführt. Zudem enthält der Evaluationsbogen des Schülerlabors auch einige Freitextfragen, deren Auswertung sich nicht mit einer Zahl bemessen lassen und vergleichende Bezüge nur schwer herzustellen sind. Abschließend werden die Einzelwertungen der Fragen aller CAMMP days aus Oberstufe und Mittelstufe aufsummiert und zu einer Gesamtnote gemittelt. Diese Art der Auswertung wird bei der Evaluation des Schülerlabors normalerweise allerdings nicht vorgenommen. Damit die Werte der Evaluationen von Oberstufe und Mittelstufe miteinander verglichen werden können, wird weiter der p-Wert in Prozent angegeben, der aus dem Ergebnis eines t-Tests resultiert. Ein t-Test lässt einen Vergleich der Oberstufenevaluationsergebnisse und der Mittelstufenevaluationsergebnisse zu, da er angibt, zu wie viel Prozent die beiden Werte einer Datenpopulation mit gleichem Mittelwert entstammen.

Nachfolgend werden die Evaluationsbögen mit einigen Aspekten vorgestellt.

	Oberstufe						
Fragen des Evaluationsbogens ¹	19.12.2012 28 S. ²	21.01.2013 13 S.	30.01.2014 16 S.	28.04.2014 19 S.	29.04.2014 18 S.	30.04.2014 16 S.	21.07.2014 20 S.
Der Vortrag über Modellierung war hilfreich	1,15	1,6	1,56	1,74	1,69	1,63	1,5
Die Aufgaben im Workshop waren leicht zu bewältigen	2,31	3,1	3,46	3,16	2,61	2,56	2,45
Der Praxisbezug war klar erkennbar	1,46	1,4	1,56	1,32	1,39	1,38	1,4
Die Betreuung war angemessen und hilfreich	1,15	1,1	1	1,74	1,28	1,25	1,1
Ich würde den Workshop weiterempfehlen	1,38	1,4	1,31	2,11	1,72	1,81	1,35
Der Workshop hat mein Interesse für MINT-Fächer gestärkt	2,54	2,2	2,19	3,84	2,67	2,44	2
Ich ziehe in Erwägung, ein MINT-Fach zu studieren	3,23	2,4	2,19	2,84	2,5	2,5	1,8
Der Workshop hat mich bei der Entscheidung für oder gegen ein MINT-Studium beeinflusst	3,23	2,4	2,56	2,71	3,06	3	2,45

¹ Der Bewertung der Aussagen werden folgende Zahlen zugewiesen 1 = Trifft voll zu, 2 = Trifft zum Teil zu, 3 = Trifft eher nicht zu und 4 = Trifft gar nicht zu.

² S. steht für Schüler

	Mittelstufe			Mittelwerte aller durchgeführten Projekte		
	01.10.2013 10 S. ²	27.03.2014 8 S.	23.07.2014 22 S. ³	Mittelstufe	Oberstufe	p-Wert in %
Fragen des Evaluationsbogens ¹						
Der Vortrag über Modellierung war hilfreich	2,3	1,75	1,9	1,98	1,55	2,22
Die Aufgaben im Workshop waren leicht zu bewältigen	3,7	2,5	3,36	3,19	2,81	28,89
Der Praxisbezug war klar erkennbar	2,2	1,63	2,01	1,95	1,42	0,13
Die Betreuung war angemessen und hilfreich	1,1	1,13	1,68	1,30	1,23	70,63
Ich würde den Workshop weiterempfehlen	2,6	1,5	2,47	2,19	1,58	5,86
Der Workshop hat mein Interesse für MINT-Fächer gestärkt	3,2	1,88	2,63	2,57	2,55	97,18
Ich ziehe in Erwägung, ein MINT-Fach zu studieren	3,2	2,25	2,00	2,48	2,49	97,57
Der Workshop hat mich bei der Entscheidung für oder gegen ein MINT-Studium beeinflusst	2,5	2,25	2,71	2,49	2,77	21,03

¹ Der Bewertung der Aussagen werden folgende Zahlen zugewiesen 1 = Trifft voll zu, 2 = Trifft zum Teil zu, 3 = Trifft eher nicht zu und 4 = Trifft gar nicht zu.

² S. steht für Schüler

³ Die Daten der Evaluation des CAMMP days am 23.07.2014 wurden angeglichen. Grund, sowie Art und Weise können dem Anhang unter A. entnommen werden.

Die Ergebnisse des Vergleichs zeigen, dass nur zwei Aussagen von den Mittelstufenschülern im Mittel besser bewertet wurden als von den Oberstufenschülern. Alle anderen Aussagen wurden schlechter bewertet. Der t-Test zeigt allerdings, dass davon nur einige Aussagen als signifikanter Unterschied zwischen Mittel- und Oberstufe ernst genommen werden können. Weiter zeigt der t-Test aber auch, dass drei Aussagen, die im Mittel besser von den Oberstufenschülern bewertet wurden, keinen signifikanten Unterschied aufweisen und demnach als zufälliger Unterschied eingestuft werden müssen. Mit einem relativ niedrigen p-Wert kann man allerdings bei den Aussagen „Der Vortrag über Modellierung war hilfreich“, „Der Praxisbezug war klar erkennbar“ und „Ich würde den Workshop weiterempfehlen“ davon ausgehen, dass es sich hierbei nicht um zufällig schlechtere Bewertungen handelt. Von einem signifikanten Unterschied kann bei der Aussage „Die Aufgaben im Workshop waren leicht zu bewältigen“ bei einem p-Wert von 28,89 % zwar nicht gesprochen werden, dennoch sollte dies als Tendenz zu einer unterschiedlichen Bewertung von Mittelstufen- und Oberstufenschülern betrachtet werden.

4.1.3. Interpretation der Daten

Die signifikant schlechtere Bewertung der Mittelstufe bezüglich der Aussage „Der Vortrag über Modellierung war hilfreich“, kann als Signal verstanden werden, dass der Vortrag unverständlich für die Schüler war. Sie konnten dem Vortrag vermutlich nicht ausreichend folgen und daher wurde er als nicht hilfreich von den Schülern bewertet. Auch die Betreuer beklagten nach den durchgeführten CAMMP days, dass die Mittelstufenschüler mit dem englischen Vortrag über mathematische Modellierung überfordert waren und nur teilweise verstanden haben, was der Vortrag vermitteln sollte. Daher ist ein erstes Fazit, dass der Vortrag zur mathematischen Modellierung umstrukturiert werden muss, indem er altersmäßig angepasst wird.

Ein weiteres Ziel muss es sein, dass den Schülern der Praxisbezug klarer wird. Der Mittelwert mit der Note 1,95 ist auf den ersten Blick zwar nicht schlecht, doch weicht er signifikant von dem der Oberstufenbewertungen ab. Es sollte daher ein Ziel werden, diesen wieder anzugleichen. Eines der wichtigsten Ziele, das von dem Team des Schülerlabors CAMMP angestrebt wird, ist, durch die Projekte zu zeigen dass Mathematik überall ist und mit mathematischer Modellierung Probleme gelöst werden, von denen man nie geglaubt hätte, dass man diese mit Mathematik lösen könne. Die Schüler sollen sich in die Rolle eines wissenschaftlichen Mit-

arbeiters einfinden (siehe Kapitel 2). Dafür ist eine positive Bewertung der Aussage „Der Praxisbezug ist klar erkennbar“ wichtig. Es sollte also erreicht werden, dass die Schüler das Problem besser begreifen können, es verstehen und durchdringen können, so dass ihnen der Praxisbezug klarer wird und damit eines der Ziele der CAMMP Projekte besser erreicht werden kann.

Weiter muss durch die Daten davon ausgegangen werden, dass die Betreuung der Mittelstufenschüler keinen Einfluss auf die schlechtere Bewertung hatte, da die Betreuer mit einer Signifikanz von 70,63 % genauso bewertet wurden wie von den Oberstufenschülern. Daher sollte die signifikant schlechtere Benotung der Aussage „Ich würde den Workshop weiter empfehlen“ als ernsthafte Kritik am Ablauf des Tages und des Moduls inhaltlicher Art gewertet werden und kann nicht mit beispielsweise persönlichen Problemen zwischen Schülern und Betreuern begründet werden. Schließlich zeigt die tendenziell schlechtere Bewertung der Aussage „Die Aufgaben im Workshop waren leicht zu bewältigen“, dass die Mittelstufenschüler deutlich mehr Probleme bei der Bewältigung der Aufgaben in dem Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* haben als Oberstufenschüler. Diese Rückmeldung gaben auch die Betreuer der CAMMP days.

Zusätzlich sind durch die Gespräche mit den Betreuern noch einige weitere Forderungen für das Modul entstanden. So wäre es wünschenswert, wenn der Bezug zwischen dem Modellierungsvortrag und dem Modul besser herausgestellt werden könnte und den Schülern auch während des Moduls deutlich wird, welchen der Modellierungsschritte aus dem Vortrag sie gerade gehen. Insgesamt wünschten sich alle Betreuer, dass die Schüler genauso viel Spaß an dem CAMMP day haben sollten, wie sie auch bei den Oberstufenschülern beobachteten. Zusammenfassend kann man folgende Ziele festhalten, deren Umsetzung im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen werden soll:

- didaktische Reduktion des Modellierungsvortrags
- Bezug des Moduls zum Modellierungskreislauf herstellen
- besserer Zugang zur Thematik Solarkraftwerk
- leichtere Einfindung in die Aufgaben
- leichtere Bewältigung der Aufgaben
- somit mehr Spaß und Freude am Problemlösen und an Mathematik

- somit ein gutes Gefühl, mit dem die Schüler das Schülerlabor verlassen.

4.2. Entwicklung des didaktisch-methodischen Konzepts für die Mittelstufe

Die oben genannten Ziele sollen mit Hilfe einer didaktisch-methodischen Weiterentwicklung des Moduls erreicht werden. Die daraus resultierenden didaktischen Entscheidungen beziehen sich auf die jeweiligen Methoden oder Medien des bisherigen Moduls oder es wurden weitere Methoden oder Medien eingeführt. Daher ergibt sich die Weiterentwicklung des Moduls aus der Weiterentwicklung des Einsatzes von Methoden und Medien. Der Ablauf des CAMMP days mit dem Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* wird daher im Folgenden in die einzelnen Methoden und Medien gegliedert, um eine bessere Übersicht zu erreichen. Es ergibt sich folgende Einteilung in die jeweiligen Methoden bzw. Medien:

- Anpassung des Modellierungsvortrages
- Experimentieren mit dem gegenständlichen Modell
- Anpassung des Vortrages zur Einführung in die Problemstellung
- Praktische Einführung in MATLAB
- Anpassung des Arbeitsblattes
- Entwicklung von Hilfekarten
- Anpassung der Zusatzaufgaben
- Veränderungen des MATLAB-Codes
- Präsentation der Ergebnisse

Die einzelnen Methoden und Medien werden in 4.2.2 bis 4.2.10 beschrieben, in dem zunächst die Ziele der Methode oder des Einsatzes des Mediums erläutert werden. Danach die Probleme, die sich bisher damit ergaben aufgezeigt werden, um dann die Entscheidungen, die im Rahmen der Weiterentwicklung gefällt wurden, aufzuzeigen und letztlich mit entsprechender Literatur zu begründen.

Weiter wurde innerhalb dieser Arbeit stets so vorgegangen, dass zunächst didaktisch-methodische Entscheidungen getroffen und umgesetzt

wurden. Diese wurden dann an einigen CAMMP days erprobt und die Wirkung unter Berücksichtigung der unter 4.1.3 genannten Ziele reflektiert. Daraufhin wurden dann weitere Entscheidungen getroffen, sodass daraus ein Konzept für die Durchführung, so wie es unter 4.2.1 zu finden ist, resultierte. Für die Erprobungen standen verschiedene CAMMP days mit verschiedenen Schulen zur Verfügung. Diese sollen nun aufgelistet und jeweils mit einer Nummer versehen werden. Diese Nummerierung entspricht der Reihenfolge der Durchführung und wird im Weiteren bei der Beschreibung der didaktisch-methodischen Entscheidungen bezüglich der einzelnen Methoden helfen, die Übersicht zu bewahren.

1. 30.04.2015 9te Klasse des Couven-Gymnasiums Aachen
2. 15.06.2015 Gemischte Gruppe von der 8ten Klasse bis zur Q2 der Bischhöflichen Liebfrauenschule Eschweiler
3. 05.08.2015 Gemischte Gruppe von der 8ten bis zur 9ten Klasse der MINT Schüleruni
4. 28.10.2015 9te Klasse der Gesamtschule Waldschule Eschweiler

4.2.1. Didaktisch-methodisches Konzept für die Mittelstufe

Das ausgearbeitete didaktisch-methodische Konzept für das CAMMP day Modul *Spiegelauflistung in einem Solarkraftwerk* für die Mittelstufe, wird zunächst an dieser Stelle für einen besseren Überblick vorgestellt. Danach erfolgt eine detaillierte Beschreibung und Begründung der didaktischen Entscheidungen bezüglich der Methoden und Medien (siehe 4.2.2 bis 4.2.10).

Zunächst sollen die einzelnen Schritte des Konzepts vorgestellt werden, die dann im Weiteren noch vertieft werden.

1. Begrüßung mit Präsentation (siehe Anhang C.5.)
2. Modellierungsvortrag in deutscher Sprache (siehe Anhang C.2.)
3. Einführung in die Problemstellung durch eine Präsentation (siehe Anhang C.4.)
4. Einführung in das Programm MATLAB durch eine interaktive Präsentation (siehe Anhang F.1.)
5. Bearbeitung des Moduls an Hand eines Arbeitsblattes (siehe Anhang B.6.) und mit Hilfe des Programms MATLAB (siehe Anhang F.3.), eines gegenständlichen Modells (siehe Anhang H.) und Hilfefkarten (siehe Anhang B.9., B.10. und B.11.) in Partnerarbeit

6. Vorstellung der Ergebnisse durch Schülergruppen vor der Mittagspause und am Ende des Tages mit Hilfe von Folien (siehe Anhang D.)
7. Verabschiedung durch Präsentation und Ausfüllen der Evaluationsbögen (siehe Anhang C.6. und G.)

Zunächst erfolgt eine allgemeine Begrüßung, die bei jedem Modul vom Schülerlabor genutzt wird (siehe Anhang C.5.). Der englischsprachige Modellierungsvortrag wurde durch einen vereinfachten deutschsprachigen Modellierungsvortrag ersetzt, so dass die Schüler eine Einführung in die mathematische Modellierung erhalten (siehe Anhang C.2.). Dieser wird in 4.2.2 ausführlich erläutert. Im weiteren Verlauf werden durch den Vortrag zur Einführung in die Problemstellung der Aufbau eines Solarkraftwerks geklärt und anhand eines gegenständlichen Modells die Probleme, mit denen sich die Schüler während des Tages beschäftigen sollen, erläutert (siehe Anhang C.4. und Anhang H.). Die Einführung in die Problemstellung wurde also durch die enaktive Repräsentation erweitert, welches in 4.2.3 genauer begründet wird. Die Änderungen, die an der Präsentation zur Einführung in die Problemstellung vorgenommen wurden, können dem Unterkapitel 4.2.4 entnommen werden.

Bevor die Schüler mit der Bearbeitung der Aufgaben beginnen, werden sie an dieser Stelle durch eine Einführung in MATLAB an das Programm herangeführt, indem sie einfache Aufgaben lösen sollen (siehe Anhang F.1. und 4.2.5). Danach öffnen sie den Code `fresnel.m` und erhalten ein Arbeitsblatt mit den Aufgaben (siehe Anhang B.6. und F.3.). Der MATLAB-Code wird von den Schülern durch die Eintragung, der von ihnen erstellten Formeln ergänzt (siehe 4.2.9). Die Richtigkeit dieser Formeln können sie durch die visuelle Feedbackfunktion (siehe Abbildung 11) überprüfen und gegebenenfalls ihre Lösung überdenken. Das Arbeitsblatt wurde angepasst und eine neue Aufgabe hinzugefügt, dieses wird unter 4.2.6 beschrieben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt in Kleingruppen und möglichst selbstständig. Unterstützt werden sie von den Betreuern, die entweder selber Hinweise geben oder den Schülern eine der neu eingeführten Hilfekarten aushändigen können (siehe Anhang B.9., B.10. und B.11. und siehe 4.2.7). Vor der Mittagspause werden Aufgabe 1 und Aufgabe 2 von einigen Schülern mit Hilfe von Folien, die die jeweiligen Abbildungen zu den Aufgaben enthalten, vorgestellt und die Ergebnisse werden diskutiert (siehe Anhang D). Dies dient einer ersten Sicherung und soll die Schüler für die Arbeit nach der Mittagspause auf einen ähnlichen Stand bringen. Sollte die gesamte Schülergruppe schon weitere Aufgaben gelöst haben, werden auch diese

bereits besprochen. Nach der Mittagpause arbeiten die Schüler weiter an dem Aufgabenblatt bis am Ende des Tages auch die restlichen Aufgaben von den Schülern mit Hilfe von Folien präsentiert werden (siehe 4.2.10). Bei Bedarf können die Zusatzaufgaben von den Betreuern ausgegeben werden (siehe Anhang B.7., B.8. und B.12.). Der individuelle Umgang mit den Schülern, der durch die Zusatzaufgaben erreicht wird, kann dem Unterkapitel 4.2.8 entnommen werden. Bevor die Schüler den CAMMP day verlassen, verabschiedet sich das Team des Schülerlabors noch mit einer kurzen Abschlusspräsentation, die wieder für alle Module gleich ist und erbittet sich durch das Ausfüllen des Evaluationsbogens ein Feedback von den Schülern (siehe Anhang C.6 und Anhang G.).

4.2.2. Anpassung des Modellierungsvortrages

Bevor der eigentliche Prozess der mathematischen Modellierung der Schüler im Modul beginnt, sollen sie verstehen, was sich hinter dem Begriff mathematische Modellierung verbirgt und welche Schritte dabei durchlaufen werden. Zudem soll das Bewusstsein darauf gelenkt werden, dass es bei der mathematischen Modellierung weniger um das eigentliche berechnen mathematischer Formeln geht, sondern mehr um die Gedankenprozesse, wie aus einem realen Problem ein mathematisches Problem entstehen kann und um die spätere Interpretation der Ergebnisse.

Der Vortrag von Prof. Ahmed E. Ismail wurde von ihm in englischer Sprache gehalten und auch die Vortragsfolien waren auf englisch (siehe Anhang C.1.). Wie unter 4.1.3 schon beschrieben, erweckte es bei den Betreuern den Anschein, dass die Schüler mit dem Sprachwechsel Schwierigkeiten hatten. Zudem dauert der ursprüngliche Vortrag über mathematische Modellierung von Prof. Ahmed E. Ismail ca. 25 Minuten. Da die Schüler zuvor mit einer Präsentation von ca. 5 Minuten begrüßt werden und anschließend durch eine weitere Präsentation, die nochmals 8-10 Minuten in Anspruch nimmt, in das Modul eingeführt werden, ergibt sich somit eine Vortragsdauer von mindestens 40 Minuten für die Schüler.

Es wurde daher ein Vortrag in **deutscher Sprache** und mit **deutschen Vortragsfolien** entwickelt, der an den Vortrag von Prof. Ahmed E. Ismail angelehnt, allerdings keine reine Übersetzung des Vortrages ins Deutsche ist (siehe Anhang C.2.). Dadurch wird eine zunehmende Hürde durch den Sprachwechsel vermieden und Verständnisschwierigkeiten verringert. Zudem wurde der Vortrag für die Mittelstufenschüler insgesamt **gekürzt**, sodass der Vortrag nun ca. 10 Minuten dauert. Dies wurde unter anderem dadurch erreicht, dass Textfolien vermieden wurden. Der

Vortrag bezieht sich lediglich immer wieder auf den in Abbildung 10 dargestellten Kreislauf des Modellierens. Dieser wird innerhalb des Vortra-

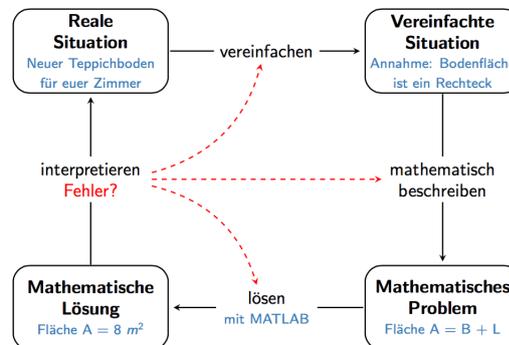


Abbildung 12: Kreislauf im Modellierungsvortrag für die Mittelstufe

ges immer wieder an einer bestimmten Stelle hervorgehoben, sodass die Schüler folgen können, an welcher Stelle des Modellierungskreislaufs sich der Vortragende gerade befindet. Zudem wird der Modellierungskreislauf direkt mit einem **simplem Alltagsbeispiel** anschaulich erklärt und zu jedem Punkt mögliche auftretende Schwierigkeiten direkt mit Hilfe des Beispiels verdeutlicht. Diese Variante des Modellierungsvortrags wurde erstmals bei der 1. Durchführung eingesetzt und seitdem nicht mehr verändert. Für die zukünftigen CAMMP days wurde zudem eine **Anleitung für die Betreuer** geschrieben, damit diese sich leichter in den Vortrag einarbeiten können (siehe Anhang C.7.).

Die Betreuer erlangten durch den Einsatz des deutschsprachigen Modellierungsvortrages den Eindruck, dass die Schüler durch den Sprachwechsel deutlich besser verstehen konnten, was mit mathematischer Modellierung gemeint ist. Die Vortragsdauer von mindestens 40 Minuten, die sich durch den Begrüßungsvortrag, den Vortrag zur Einführung in die Problemstellung und dem ursprünglichen Modellierungsvortrag ergibt, war zu lang. Ein Lehrervortrag im Schulunterricht sollte in der fünften Klasse keine 5 Minuten, in der sechsten Klasse keine 6 Minuten usw. überschreiten, da die Konzentrationsfähigkeit der Schüler dann nachlässt (vgl. [14], Mattes, 2011, S. 98). Diese Faustregel sollte man auch auf einen Projekttag wie dem CAMMP day übertragen. Daher wurde die Kürzung des Vortrages für die Mittelstufenschüler vorgenommen.

4.2.3. Experimentieren mit dem gegenständlichen Modell

Für eine sinnvolle mathematische Modellierung des Problems ist es wichtig, dass die Schüler den Aufbau und die Funktionsweise eines Solarkraftwerks verstehen und den Weg der Strahlen und somit die Reflektionsphänomene nachvollziehen können. In der Vergangenheit gab es, nach Aussagen der Betreuer, einige Verständnisprobleme bei den Schülern bezüglich der Reflektionsphänomene. Auch die schlechtere Bewertung der Aussage „Der Praxisbezug war klar erkennbar“ könnte darauf zurückzuführen sein, dass die Schüler die Funktionsweise eines Solarkraftwerks und somit das Gesamtproblem nicht komplett erfasst haben. Durch ein gegenständliches Modell sollte eine weitere Variante, den Schülern zu verdeutlichen wie ein Solarkraftwerk aufgebaut ist und wie die Reflektionsphänomene zusammenhängen, entstehen. Somit wurde ein **gegenständliches Modell** des Solarkraftwerks zunächst mit Hilfe von einfachen und kostengünstigen Materialien, wie in Abbildung 11 dargestellt, gebaut.



Abbildung 13: Foto des gegenständlichen Modells

Das Modell besteht aus einem Pappkarton, indem unten an einem Strohhalm ein Spiegel angebracht ist. Dieser Spiegel wurde mit Tesafilm befestigt, sodass man ihn hin und her kippen kann. Im oberen Teil des Kartons wurde der Längsschnitt einer Küchenpapierrolle als Kollektor angebracht. Mit Hilfe von zwei Drähten wird inmitten dieser halbierten Küchenpapierrolle ein Strohhalm gehalten. Dieser stellt das Absorberrohr mit dem hindurchfließenden Wasser bzw. Dampf dar. An der rechten Seite des Kartons befindet sich ein Loch, welches als Halterung für einen Laserpointer dient. Dieser stellt die Sonneneinstrahlung auf den

Spiegel nach. Der erste Einsatz des Modells erfolgte bei der 2. Durchführung und wurde seit dem nicht mehr verändert.

Das Modell kann zum einen einfach nur dazu dienen, mit Hilfe einer dreidimensionalen Darstellung, den Aufbau eines Solarkraftwerks besser zu verstehen und den Übergang zu einem zweidimensionalen Querschnitt auf den Bildern des Arbeitsblattes zu erleichtern. Zum anderen kann das Modell auch Hilfestellungen beim Verstehen der Aufgaben leisten, indem die Schüler innerhalb des dreidimensionalen Modells den Sonnenstand in Form eines Laserpointers und die Spiegeleinstellung variieren können. Somit könnten die Schüler beispielsweise für die Aufgabe 2 spielerisch erfahren, dass Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel gilt.

Obwohl das gegenständliche Modell nur eine weitere Form ist, den Schüler zu verdeutlichen, wie ein Solarkraftwerk aufgebaut ist und wie man dieses modellieren kann, kann es dennoch als Bereicherung für das Modul angesehen werden, denn bisher wurden innerhalb des Moduls nur ikonische oder symbolische Repräsentationsformen geboten (siehe Kapitel 2.2). Durch das gegenständliche Modell wird erreicht, dass innerhalb des Moduls nun alle drei Repräsentationen nach J.S. Bruner's Repräsentationssystem abgedeckt sind:

„Jeder Wissensbereich (oder jede Problemstellung innerhalb eines solchen Wissensbereich) kann auf dreifache Art dargeboten werden: durch eine Zahl von Handlungen, die geeignet sind, ein bestimmtes Ziel zu erreichen (*enaktive Repräsentation*), durch eine Reihe zusammenfassender Bilder oder Graphiken, die eine bestimmte Konzeption versinnbildlichen, ohne sie ganz zu definieren (*ikonische Repräsentation*), und durch eine Folge symbolischer oder logischer Lehrsätze, die einem symbolischen System entstammem, in dem nach Regeln oder Gesetzen Sätze formuliert und transformiert werden (*symbolische Repräsentation*)“ (vgl. [10], Bruner, 1974, S. 49).

In seinem Werk zeigt Bruner weiter auf, warum es nötig ist, diese drei Repräsentationsformen den Schülerbedürfnissen angepasst einzusetzen:

„Nur nebenbei haben wir die Frage individueller Unterschiede in Kindern erwähnt. Ganz offensichtlich sind solche Unterschiede in hohem Maße vorhanden - in der verschiedenen großen Bereitwilligkeit der Kinder zum Problemlösen, im verschiedenen Grad ihrer Interessen, in dem unterschiedlichen Geschick, das sie für konkrete Aufgaben mitbringen, in der

Bevorzugung verschiedener Stile, etwas darzustellen, in der Fähigkeit, eine besondere Sequenz leicht hinter sich zu bringen, und in dem Grade, wie sie zunächst von der extrinsischen Bekräftigung durch den Lehrer abhängig sind" (vgl. [10], Bruner, 1974, S. 73).

Aus der Unterschiedlichkeit der Kinder ergibt sich für Bruner folgende Forderung für ein Curriculum:

„[Es muss] unterschiedliche Möglichkeiten, Kinder zu aktivieren, enthalten, unterschiedliche Methoden, Sequenzen darzubieten, unterschiedliche Möglichkeiten für einzelne Kinder, Teile zu überspringen, während andere den Weg Schritt für Schritt durchgehen, unterschiedliche Verfahren, die Gegenstände vorzustellen. Ein Curriculum muß, kurz gesagt, vielfältig Wege zu demselben allgemeinen Ziel anbieten" (vgl. [10], Bruner, 1974 S. 73).

Da also nach Bruner jeder Schüler unterschiedlich lernt, ist es wichtig alle möglichen Repräsentationsformen anzubieten und individuell einzusetzen. Durch das gegenständliche Modell wird die enaktive Repräsentation abgedeckt, die Bilder auf dem Arbeitsblatt und in der MATLAB-Feedback-Funktion entsprechen der ikonischen Darstellung und die mathematischen Formeln, die die Schüler aufstellen sind der symbolischen Repräsentation zuzuordnen. Da die Möglichkeit mit dem gegenständliche Modell zu experimentieren nicht von allen Schülern genutzt werden muss, wird gleichzeitig eine individuelle Lernmöglichkeit, wie Bruner sie fordert, geschaffen.

4.2.4. Anpassung des Vortrages zur Einführung in die Problemstellung

Der Vortrag zur Einführung in die Problemstellung soll den Schülern verdeutlichen mit welchen Inhalten sie sich innerhalb des Modultages auseinandersetzen sollen. Er stellt das zulösende Problem vor und soll das Verständnis für die Problemstellung vermitteln. Zudem verbindet er den Vortrag über mathematische Modellierung mit dem Problem. Dazu sollen die Schüler verstehen wie ein echtes Fresnelkraftwerk aufgebaut ist, wie man es für beispielsweise den CAMMP day modellieren kann und welche Aufgaben es im Laufe des Tages zu lösen gilt.

Der Vortrag zur Einführung in die Problemstellung, so wie er bisher genutzt wurde, konnte durch einige Änderungen der anderen Methoden

und Medien nicht weiter so bestehen bleiben (siehe Anhang C.3.). Durch die Entscheidung eine Einführung in MATLAB zu entwickeln, welche unter 4.2.5 begründet wird, wurde es überflüssig in der Einführung zur Problemstellung den MATLAB-Code an Hand eines Bildes vorzustellen. Auch die Feedback-Funktion wird nun in der MATLAB-Einführung vorgeführt und erläutert, sodass auch diese Folie für die Einführung in die Problemstellung überflüssig wurde. Im vorherigen Vortrag wurde der Aufbau eines Fresnel-Solarkraftwerks nur anhand eines Bildes erklärt. Dies könnte eine Erklärung dafür sein, dass den Schülern, wie unter 4.1.3 gezeigt, der Praxisbezug weniger zugänglich wurde. Daher erfolgt der Einstieg in das Thema nun durch eine kurze **Filmsequenz** über ein Fresnelkraftwerk ([15]). Dabei wird ein Fresnelkraftwerk in Spanien gezeigt und seine Funktionsweise in seinen Grundlagen erklärt. Erst danach erfolgt eine weitere Erklärung vom Aufbau eines Fresnelkraftwerks anhand eines Bildes durch den Betreuer. Um den Bezug zum vorher gehaltenen Modellierungsvortrag herzustellen, wird die reale Abbildung des Solarkraftwerks zu einem zweidimensionalen Bild modelliert. Dabei wird der **Modellierungskreislauf**, wie er auch in der Modellierungspräsentation zu sehen ist, nochmals gezeigt (siehe Abbildung 14). Somit wird den Schülern deutlich, dass der erste Modellierungsschritt von der realen Situation zur vereinfachten Situation bereits gemeinsam in dem Vortrag gegangen wird.

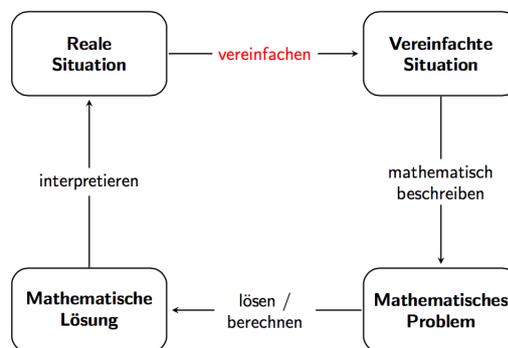


Abbildung 14: Modellierungskreislauf im Vortrag zur Einführung in die Problemstellung

Weiter wurde durch die bereits beschriebene Entscheidung ein gegenständliches Modell für den Tag zu entwickeln, eine neue Chance geboten, die Aufgaben vorzustellen. Diese Chance wurde genutzt, indem die Bilder zu den Aufgaben aus dem Vortrag heraus genommen wurden

und nun **anhand des gegenständlichen Modells** vom Vortragenden gezeigt bzw. vorgestellt wird, welchen Problemen sich die Schüler im Laufe des CAMMP days widmen sollen.

Abschließend wird den Schülern noch bewusst gemacht, dass während des CAMMP days mit dem Programm MATLAB gearbeitet wird und die Schüler ihre Ergebnisse während des Tages präsentieren sollen. Zudem werden die Schüler auf ihre Hilfsmöglichkeiten, die Betreuer anzusprechen, das Hilfesystem in MATLAB zu nutzen, Hilfekarten zu nutzen oder Internetrecherche zu betreiben, hingewiesen.

Für die 2. Durchführung enthielt die Präsentation außerdem drei weitere Folien, die den Einheitskreis mit verschiedenen Beschriftungen bzw. einem eingezeichneten Dreieck zeigten. Anhand dieser Folien wurde den Schülern der Unterschied zwischen Radian und Degree erläutert. Während des Vortrages wurde allerdings schnell deutlich, dass die Schüler diesen bereits kannten. Daher wurde entschieden, die Folien aus dem Vortrag zu löschen und eine Hilfekarte daraus zu entwickeln (siehe 5.2.6 und Anhang B.11.).

Auch für die Modulpräsentation wurde eine **Anleitung für die Betreuer** geschrieben, damit diese sich zukünftig besser auf den Vortrag vorbereiten können (siehe Anhang B.8.).

Die Entscheidung einen Film bzw. in diesem Falle eine Filmsequenz einzusetzen, um den Praxisbezug deutlicher herauszustellen, begründet sich dadurch, dass ein Film „der alltäglichen Wahrnehmung am nächsten“ ([16] Weidenmann, 2001, S. 443) kommt. „Realistisch sind die Farben, die Konturen, die Bewegungen, das Tempo, die begleitenden Geräusche“([16] Weidenmann, 2001, S. 443). Das Medium Film scheint daher für die Funktion des Wirklichkeitsersatzes am geeignetsten zu sein (vgl. [12] Dohnicht, 2006, S. 164).

Durch den aktiven Einbezug des gegenständlichen Modells wird ein Übergang von der enaktiven Repräsentation zur ikonischen Repräsentation geschaffen. Somit werden bereits vor der Bearbeitung der Schüler des Moduls zwei der drei Repräsentationsformen nach Bruner einbezogen (vgl. [10] Bruner, 1974, S. 49). Da dieser Übergang der Repräsentationsformen vom dreidimensionalen gegenständlichen Modell zum zweidimensionalen Bild dem ersten Schritt im Modellierungskreislauf entspricht, lässt er sich an dieser Stelle auch inhaltlich gut in das Gesamtkonzept einbringen.

Die zusätzlichen Folien, die den Schülern verdeutlichen sollen, dass sie während des Tages mit dem Programm MATLAB arbeiten, ihre Ergebnisse vorstellen sollen und die oben aufgeführten Hilfsmöglichkeiten

nutzen können, dienen einer verbesserten Transparenz während des Tages. Diese ist wichtig, da Schüler besser lernen, wenn sie wissen was sie lernen sollen und was von ihnen erwartet wird (vgl. [17] Mattes, 2006, S. 29).

4.2.5. Praktische Einführung in MATLAB

Eine weitere Neuerung für den Tag war die Entscheidung für eine kurze **MATLAB-Einführung** (siehe Anhang F.1.). Diese resultierte unter anderem aus einigen Evaluationen, in denen immer wieder Kommentare wie „Einführung ins Programm“ oder „bessere Vorbereitung auf MATLAB“ auftauchten. Erreicht werden soll durch die Einführung, dass die Schüler weniger Frustrationen im Umgang mit MATLAB verspüren. Sie soll die Schüler an das Programm MATLAB heranführen, ohne direkt alle Befehle, die sie für den Tag benötigen, vorwegzunehmen. Gemeinsam soll das Programm kennengelernt und erkundet werden. Somit kann bei den Schülern auch nicht der Eindruck entstehen, dass vorausgesetzt wird, dass sie MATLAB bereits kennen und beherrschen. Letztlich soll den Schülern klar werden, dass die Bedienung von MATLAB oft intuitiv erfolgen kann und ähnliche Befehle, wie sie auch in einen Taschenrechner eingegeben werden, genutzt werden können.

Somit wird das Programm MATLAB über den Beamer geöffnet und den Schülern werden einige grundlegende Befehle, wie addieren oder multiplizieren, vorgeführt. Die Schüler erhalten währenddessen die Aufforderung mitzumachen und das Programm auszuprobieren, damit sie mit diesem vertraut werden. Im Anschluss wird eine kleine Aufgabe gestellt, bei der die Schüler einen Winkel innerhalb eines Dreiecks mit gegebenen Seitenlängen berechnen sollen. Diese lösen die Schüler zunächst in Partnerarbeit, um sie dann in der Gruppe zu vergleichen. Für diese Aufgabe werden vorher vom Vortragenden an der Tafel durch eine Skizze und der Anschrift der jeweiligen Formeln kurz die trigonometrischen Funktionen Sinus, Cosinus und Tangens erläutert. Abschließend wird der Aufbau des MATLAB-Codes `fresnel.m` und die Feedback-Funktion erläutert. Zudem werden die Schüler darauf aufmerksam gemacht, dass sie Befehle für MATLAB auch im Internet finden können.

Durch das Recherchieren, welches auch im Vortrag zur Einführung in die Problemstellung erwähnt wird, werden die Schüler angeregt selbstständig Erkenntnisse zu gewinnen. Somit wird eine Möglichkeit des entdeckenden, problemorientierten Lernens geschaffen (vgl. [18] Schnotz, 2011, S. 128). Insgesamt dient auch die Einführung in das Programm und die Erläuterung des Codes `fresnel.m` einer besseren Transparenz und damit

einer Erleichterung des Lernprozesses für die Schüler, da sie, wie schon unter 4.2.4 erwähnt, besser lernen, wenn die Schüler wissen was sie lernen sollen (vgl. [17] Mattes, 2006, S. 29).

4.2.6. Anpassung des Arbeitsblattes

Nach der Einführung in die Problemstellung wird mit Hilfe des Arbeitsblattes (siehe Anhang B.6.) die Problemstellung wiederholt und in einzelne Aufgaben gegliedert. Somit können die Informationen bezüglich der Problemstellung jederzeit von den Schülern auf dem Arbeitsblatt nachgelesen werden. An Hand des Arbeitsblattes soll weiter ein individuelles Bearbeitungstempo ermöglicht werden. Dies wird allerdings nicht alleine durch das Medium Arbeitsblatt erreicht, sondern vielmehr durch die Erarbeitung der Aufgaben durch Partnerarbeit. Somit können sich die Schüler so viel Zeit nehmen, wie sie für das Verständnis und die Bearbeitung der Aufgabe benötigen.

Die Anpassung des Arbeitsblattes wurde durch verschiedene Aspekte notwendig. Zum einen sind die Abbildungen des MATLAB-Codes und der Feedback-Funktion in MATLAB, wie sie bisher auf dem Aufgabenblatt zu finden sind, durch die praktische Einführung in MATLAB überflüssig geworden (siehe Anhang B.1.). Zum anderen wurde der **einführende Text** abgeändert, wodurch dieser leichter verständlich und übersichtlicher für die Schüler werden soll.

Auffälligeren Änderungen wurden allerdings mit der **Umstrukturierung der Aufgabenverteilung** vorgenommen. Die ursprüngliche Aufgabe 3 ist nun eine Zusatzaufgabe mit der Nummer 6 auf einem weiteren Arbeitsblatt. Sie umfasst die Aufgabe den Modellierungskreislauf für einen verschobenen Spiegel, wie unter 3.5 inhaltlich erklärt wurde, erneut zu durchlaufen. Die ursprüngliche Aufgabe 2 enthält den Auftrag die Sonnenstrahlung, die am Rohr ankommt, zu berechnen. Dafür ist diese in drei Unteraufgaben a, b und c unterteilt, in denen zunächst die Leistung, die am Spiegel ankommt berechnet wird, dann der Anteil der Leistung, die das Rohr erreichen wird, ermittelt und schließlich die Leistung, die am Rohr ankommt bestimmt wird (siehe 3.2 - 3.4). Diese Unteraufgaben wurden nun zu drei einzelnen Aufgaben mit den Nummern 3,4 und 5. Die Aufgabe 1, in der der Spiegel ausgerichtet wird, wurde zur Aufgabe 2. Die Umstrukturierung der Aufgabenaufteilung erfolgte, um den Schülern das Gefühl zu vermitteln, mehr Aufgaben innerhalb des Tages gelöst zu haben. So kann die Zufriedenheit der Schüler über ihre eigene Arbeitsleistung bestärkt werden. Die Aufgabe 3 wurde bisher nur selten von Mittelstufenschülern bearbeitet und daher als Zusatzaufgabe aus-

gegliedert. Schüler, die bis zu dieser Aufgabe kommen, können durch die Betitelung als Zusatzaufgabe nochmals bestärkt werden. Schüler, die die regulären Aufgaben bearbeiten, fühlen sich durch die zusätzliche Aufgabe nicht unter Druck gesetzt, sondern können nach ihrem Verständnis eher den erwarteten Umfang der Aufgaben lösen und sollten den CAMMP day daher mit einem insgesamt positiveren Gefühl verlassen.

Die Aufgabe 1 ist nun eine **neue Aufgabe**, die es bisher noch nicht gab, in der die Winkelgesetze behandelt werden. Nach dem ersten Einsatz bei der 1. Durchführung (siehe Anhang B.5.) wurde die Aufgabe durch ein Beispiel erweitert und alle Winkel, die die Schüler berechnen sollen, wurden an der Seite aufgelistet (siehe B.6.). Diese Entscheidung resultierte aus dem Feedback der Betreuer der 1. Durchführung, indem diese anmerkten, dass viele Schüler nicht genau wussten, wie sie die Aufgabe bearbeiten sollten.

Eine weitere Veränderung, die sich auf das Arbeitsblatt bezieht, ist die **Zusatzinformation** bezüglich der Formel des Sinus und des Cosinus an der Stelle des Arbeitsblattes, an der sie auch benötigt werden. Diese lauten für einen Winkel δ :

$$\sin(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Hypotenuse}}$$

$$\cos(\delta) = \frac{\text{Länge Ankathete}}{\text{Länge Hypotenuse}}$$

Vielen Mittelstufenschülern waren diese Formeln nicht bekannt. Daher werden sie an dieser Stelle als Hinweis zur Lösung der Aufgabe gegeben. Zunächst wurde nur der Cosinus als Zusatzinformation gegeben. Während der 1. Durchführung fiel allerdings auf, dass die Schüler die Aufgabe nicht nur mit dem Cosinus lösten, sondern einige Schüler auch den Weg des Sinus wählten. Daher wurde die Zusatzinformation um den Sinus erweitert.

Die letzte Änderung des Arbeitsblattes, die sich auch zwischen der ersten und zweiten Version des Arbeitsblattes vollzog, bezieht sich auf eine Teilfrage, die mit Hilfe dieser Arbeit beantwortet werden soll. Das Team des Schülerlabors ist daran interessiert, herauszufinden, wie viel der Modellierung zu Beginn tatsächlich für die Schüler vorbereitet werden muss. Die Erfahrungen der Betreuer in den ersten Einsätzen des Moduls *Spiegelanstellung in einem Solarkraftwerk* zeigten, dass die Schüler überfordert sind, wenn sie keinerlei ikonische Darstellungsformen als Hilfe erhalten. Auch ein simples Bild, indem nur der Spiegel, die Sonne und das

Absorberrohr inklusive der Strahlengänge enthalten waren, erleichterte die Aufgaben für die Schüler nicht. Danach wurden allerdings direkt der Sonnenwinkel α , der Reflexionswinkel β und der Normalenwinkel γ , wie in Abbildung 15 gezeigt, eingefügt.

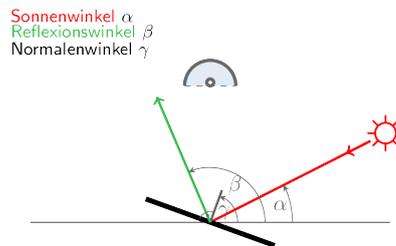


Abbildung 15: Bild zur ursprünglichen Aufgabe 1

Daher stellte sich die Frage, ob es möglich ist, dass man nicht alle Winkel direkt vorgibt. Es resultierte die **Bearbeitung der Bilder**, in dem der Reflexionswinkel, die Bezeichnung des Sonnenwinkels α und eine Legende oben links im Bild, entfernt wurden (siehe Abbildung 16).

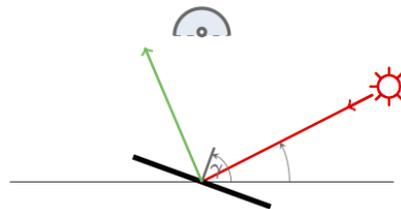


Abbildung 16: Bild zur Aufgabe 2 für die Mittelstufe

Die Schüler müssen sich dadurch zunächst einmal mit der Zeichnung intensiver auseinandersetzen. Sie müssen nachvollziehen, welcher der Sonnenwinkel und welcher der Reflexionswinkel ist und können sich nicht mehr einfach auf die Angaben im Bild verlassen. Im Vortrag zur Einführung in die Problemstellung wird der erste Modellierungsschritt vom realen Fresnel-Solarkraftwerk zum vereinfachten zweidimensionalen Bild vorgestellt. Durch eine intensivere Auseinandersetzung mit den Bildern auf dem Arbeitsblatt, kann überprüft werden, ob die Schüler den Modellierungsschritt verstanden haben. Nur wer die Modellierung zum vereinfachten zweidimensionalen Bild nachvollziehen kann, kann ohne Probleme den Sonnenwinkel und den Reflexionswinkel zuordnen und als diese

bezeichnen. Da nach der 2. Durchführung, bei der die zweite Version des Arbeitsblattes erstmals eingesetzt wurde, bis zur 4. Durchführung keine Schwierigkeiten, die auf die Informationsreduktion der Bilder zurückzuführen sein könnte, von den Betreuern wahrgenommen wurden, kann davon ausgegangen werden, dass die Änderungen der Bilder nicht im Gegensatz zu den in 4.1.3 formulierten Zielen „leichtere Einfindung in die Aufgaben“ und „leichtere Bewältigung der Aufgaben“ stehen. Vermutlich werden diese Ziele sogar, durch die intensivere Auseinandersetzung mit den Bildern, unterstützt.

Durch die Umstrukturierung der Aufgaben wird den Mittelstufenschülern bei gleichem Aufgabeninhalt das Gefühl gegeben, mehr zu bearbeiten bzw. zu schaffen und es sollte somit eine höhere Zufriedenheit der Schüler resultieren. Es wird also ermöglicht, dass die Schüler den CAMMP day mit einem positiven Gefühl verlassen. Diese Ermöglichung von Erfolgserlebnissen, schafft bei den Schülern Selbstvertrauen und den Glaube an Erfolg (vgl. [17] Mattes, 2006, S. 47).

In der Aufgabe 1 beschäftigen sich die Schüler zunächst mit den Winkelgesetzen, welche die meisten in der siebten oder achten Jahrgangsstufe der Sekundarstufe I kennenlernen (vgl. [1] Kernlehrplan, 2007, S. 27). Die Aufgabe künfft dadurch an das bereits vorhandene Wissen der Schüler an und aktiviert dieses wieder, bevor sie sich mit neuen Winkel-funktionen auseinandersetzen. So wird das Vorwissen der Schüler einbezogen und aktiviert, um dann während des Tages darauf aufbauen zu können. Der Prozess der Aktivierung des bereits vorhandenen Wissens der Schüler ist zusätzlich wichtig, um neues Wissen zu strukturieren und innerhalb einer vorhandenen Wissensstruktur anknüpfen zu können (vgl. [18] Schnotz, 2011, S. 126). Das Wiederaufgreifen von Lerninhalten und die Anknüpfung an diesen, lässt sich auch mit dem Spiralcurriculum begründen. Bereits vorhandene Lerninhalte sollen weitergeführt und stets an das Niveau der Schüler angepasst werden (vgl. [9] Bruner, 1970, S.44).

Die trigonometrischen Funktionen sind den meisten Mittelstufenschülern noch nicht bekannt. Erst in der neunten Jahrgangsstufe werden die Funktionen nach Kernlehrplan behandelt (vgl. [1],S. 32). Durch die Einbindung der Formeln für Sinus und Cosinus als Zusatzinformation für die Aufgabe 3, wird den Schülern ein mögliches fachliches Defizit, welches sie gegenüber den Oberstufenschülern haben, genommen. Daher nimmt der Schwierigkeitsgrad dieser Aufgabe für die Mittelstufe ab.

4.2.7. Entwicklung von Hilfekarten

Für das CAMMP day Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* wurden für die Durchführung in der Mittelstufe einige **Hilfekarten** (siehe Anhang B.9. bis B.12.) und ein **Konzept** für ihren Einsatz entwickelt. Die Hilfekarten enthalten dabei entweder Informationen oder Hilfestellungen, die die Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben unterstützen. Ziel ist es, durch die Hilfekarten einen individuellen Umgang mit den Inhalten des Moduls zu schaffen. Die Schüler hatten in der Vergangenheit an unterschiedlichen Stellen Schwierigkeiten mit der Bearbeitung. Durch die Hilfekarten soll es keine allgemeine Hilfestellung für alle Schüler an dieser Stelle geben, sondern nur für diejenigen die wirklich an genau dieser Stelle nicht weiterkommen. Somit wird gewährleistet, dass Schüler, die auch ohne die Hilfestellung zurecht kommen, weiter gefordert werden.

Insgesamt wurden für den Einsatz des Moduls in der Mittelstufe vier Hilfekarten entwickelt und eine Hilfekarte für die Zusatzaufgabe, die unter 4.2.8 weiter beschrieben werden soll.

Für die Aufgabe zwei wurde die erste Hilfekarte entwickelt (siehe Anhang B.9.). Sie enthält das Bild, welches sich bereits auf dem Aufgabenblatt zur Aufgabe 2 befindet, zum einen in einer vergrößerten Darstellung und zum anderen mit dem Reflexionsstrahl, der hier direkt auf das Absorberrohr trifft. Eine vergrößerte Darstellung ermöglicht den Schülern eigene Einzeichnungen vorzunehmen ohne, dass die Abbildung unübersichtlich wird. Der Reflexionsstrahl, der hier bereits auf das Absorberrohr trifft, ermöglicht zusätzlich ein bessere Übersichtlichkeit. Die Schüler haben die Möglichkeit das Gesetz Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel bei der richtigen Position des Reflexionsstrahls besser zu erkennen bzw. zu verstehen. Diese Hilfekarte wurde erst nach der 3. Durchführung entwickelt, da dort vermehrt auffiel, dass die Übersichtlichkeit in dem kleinen Bild auf dem Aufgabenblatt durch eigene Einzeichnungen nicht mehr gegeben ist.

Bereits für die 1. Durchführung wurde die zweite Hilfekarte entwickelt, die einem besseren Verständnis des Leistungsbegriffs dienen soll (siehe Anhang B.10.). Die Betreuer vergangener CAMMP days berichteten, dass viele Schüler sich unter dem Begriff Leistung in der Aufgabe 3 wenig vorstellen konnten. Der Begriff wird durch die Hilfekarte erläutert und es wird damit versucht zu erreichen, dass er greifbarer für die Schüler wird, damit diese die Aufgabe 3 insgesamt besser verstehen können. Die dritte Hilfekarte (siehe B.9.) bezieht sich ebenfalls auf die Aufgabe 3, in der die auf dem Spiegel ankommende Leistung ermittelt werden

soll (siehe 3.2). Sie wurde nach der 1. Durchführung entwickelt, da hier auffiel, dass viele Schüler gerade mit der Aufgabe 3 Schwierigkeiten hatten. Auf dieser Hilfekarte ist das Bild zu finden, welches auch auf dem Aufgabenblatt zu finden ist. Allerdings sind hier die drei für die Aufgabe relevanten Linien, die an der Bildung des Dreiecks beteiligt sind, wie in Abbildung 17 gezeigt, blau eingezeichnet.

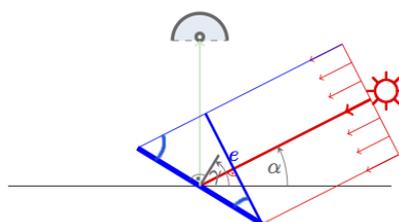


Abbildung 17: Bild zur Hilfekarte 3

Der Blick der Schüler wird dadurch automatisch auf das Dreieck gelenkt. Zusammen mit der Zusatzinformation auf dem Aufgabenblatt bezüglich Sinus und Cosinus, ergibt dies eine gute Möglichkeit die Schüler indirekt auf die Lösung zu lenken.

Die vierte und letzte Hilfekarte wurde zunächst für den gesamten Kurs in die Modulpräsentation eingebaut. Diese enthielt für die 2. Durchführung drei Folien des Einheitskreises, an dem erklärt wurde, wie die Umrechnung von Radian und Degree erfolgt. Dadurch sollte den Schülern der Unterschied zwischen der Angabe in Radian und in Degree klar gemacht werden. Während des Vortrages wurde allerdings deutlich, dass den meisten Schülern dieser Unterschied bereits klar war. Daher wurden die Folien des Einheitskreises wieder aus dem Vortrag gelöscht und stattdessen die vierte Hilfekarte entwickelt (siehe Anhang B.11.). Wenn die Betreuer merken, dass einzelne Schüler Probleme damit haben die Schreibweise von Radian und Degree auseinander zuhalten, dann können sie den Schülern die vierte Hilfekarte aushändigen (siehe Anhang B.11.).

Die Hilfekarten können die Betreuer individuell und nach eigenem Ermessen an die Schüler ausgeben. Die Betreuer geben die Hilfekarten nur dann aus, wenn sie bemerken, dass ein Schüler an einer bestimmten Stelle nicht weiter weiß und die Hilfekarte genau die Informationen oder Hilfestellungen enthält, die der Schüler gebrauchen kann, um weiter zu

kommen. Zudem können die Betreuer denjenigen Schülern, die nach der Hilfekarte verlangen, obwohl sie durch einige weitere Überlegungen eventuell selbstständig zum Ziel gelangen könnten, die Ausgabe verweigern. Durch dieses Prinzip soll gesichert werden, dass Hilfe nur dann zum Einsatz kommt, wenn sie auch benötigt wird.

Somit bilden die Hilfekarten eine neue Möglichkeit, mit der Heterogenität der Schüler umzugehen. Für einen individuellen Umgang mit den Schülern ist es nötig, durch *innere Differenzierung* auf die individuellen Lernvoraussetzungen der Schüler einzugehen (vgl. [18], Schnotz, S. 105). Durch das Prinzip, dass für jede Hilfekarte und für jeden Schüler neu entschieden werden kann, ob und wann er diese braucht, kann an verschiedenen Stellen des Moduls auf die Individualität der Schüler eingegangen werden.

4.2.8. Anpassung der Zusatzaufgaben

Die Zusatzaufgaben bieten schnelleren Schülern die Möglichkeit, weiter an dem Modul *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* zu arbeiten. Sie erhalten die Möglichkeit den Modellierungskreislauf ein weiteres Mal zu durchschreiten und das Modell, welches durch die Aufgaben auf dem Arbeitsblatt erstellt wurde, zu verbessern. Die Schüler dringen somit tiefer in das Problem und den Modellierungsprozess ein und der Lernerfolg wird verstärkt.

Die ursprüngliche Aufgabe 3 des bisherigen Aufgabenblattes ist nun die **erste Zusatzaufgabe** mit der Nummer 6 (siehe Anhang B.7.). Da sie oft nicht von den Mittelstufenschülern bearbeitet wurde, wird eine Auslagerung vom Arbeitsblatt hin zur Zusatzaufgabe als besser erachtet, wie auch schon unter 4.2.6 begründet wurde. Auf dem Blatt befindet sich neben der Aufgabenstellung ein Bild und die dritte trigonometrische Funktion, der Tangens.

$$\tan(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Ankathete}}$$

Da der Tangens erst für die Zusatzaufgabe von Bedeutung für die Schüler ist, wird er auch erst hier erwähnt. So kommen Schüler, die diese Aufgabe nicht bearbeiten, auch nicht mit ihm in Berührung und eine mögliche Verwirrung kann vermieden werden. Die weiteren Zusatzaufgaben befinden sich dann auf einem zweiten Blatt (siehe Anhang B.8.). Schätzungsweise werden diese Aufgaben erst bei einem zweitägigen CAMMP

day oder in Ausnahmefällen bei besonders talentierten Schülern benötigt. Daher wurde sich gegen eine Aufnahme der Zusatzaufgabe 6 auf das Aufgabenblatt entschieden.

Da der MATLAB-Befehl, der für die Lösung der Zusatzaufgabe 6 nötig wird, kompliziert ist, wurde eine **Hilfekarte** für den Befehl entwickelt (siehe Anhang B.12.). Würde der Befehl allerdings als Zusatzinformation mit auf dem Aufgabenblatt stehen, würde zu viel von der Lösung vorweg genommen werden. Die Betreuer können dann an dem Punkt die Hilfekarte einsetzen, wenn die Schüler sich der mathematischen Lösung klar sind und nur noch Probleme bei der Umsetzung in das Programm MATLAB haben.

Das Bereithalten von Zusatzaufgaben kann auch, genau wie die Einführung der Hilfekarten, als ein individueller Umgang mit den Schülern angesehen werden. Schnellere Schüler erhalten somit die Möglichkeit an dem Modul weiterzuarbeiten, während langsamere Schüler nicht überfordert werden. Somit wird auch hier eine individuelle Lernmöglichkeit und innere Differenzierung geschaffen, um mit der Heterogenität der Schüler umzugehen (vgl. [18], Schnotz, 2011, S. 105).

4.2.9. Veränderungen des MATLAB-Codes

Der MATLAB-Code wurde lediglich etwas **übersichtlicher strukturiert**. Teile des Codes, die für die Schüler irrelevant waren, wurden aus der Hauptdatei ausgegliedert und in einer Nebendatei abgespeichert. Zusätzlich wurden die einzelnen Teile des Codes mit der Nummerierung der Aufgaben versehen, sodass den Schülern die Orientierung innerhalb des Codes leichter fällt (siehe Anhang F.2. und F.3.). Eine klarere Strukturierung erleichtert den Schülern die Einfindung in die Aufgabenstellung und die Aufgabenbewältigung. Die Relevanz lässt sich beispielsweise daran erkennen, dass Hilbert Meyer als erstes von zehn Merkmalen guten Unterrichts, eine klare Strukturierung des Unterrichts nennt (vgl. [19] Hilbert, 2010, S. 17).

4.2.10. Präsentation der Ergebnisse

Durch die Präsentation der Ergebnisse soll den Schülern die Möglichkeit geboten werden, diese zu vergleichen. Zudem sollen die Schüler, die die jeweilige Aufgabe präsentieren, darin geübt werden ihre Überlegungen darzustellen und nachvollziehbar zu formulieren. Des Weiteren können inhaltliche Probleme und Fragen mit der Gesamtgruppe besprochen und geklärt werden.

Bisher wurden die Ergebnisse am Ende des Tages von den Schülern kurz vorgestellt. Nach der 1. Durchführung wurde deutlich, dass diese Präsentation durch **Folien**, die die jeweiligen Abbildungen der Aufgaben enthalten, unterstützt werden sollte (siehe Anhang D.). Durch die Abbildungen wird die Präsentation erleichtert und die Überlegungen können nachvollziehbarer erläutert werden. Dieses fiel den Schülern ohne die Abbildungen zuvor schwerer. Nach der 2. Durchführung wurde zusätzlich deutlich, dass eine **Sicherung vor der Mittagspause** als sinnvoll angesehen werden kann. Die Schüler können so ihre Ergebnisse, die sie am Vormittag bereits erreicht haben, vergleichen. Somit können Schüler, die vorher bezüglich ihrer Ergebnisse verunsichert waren, neues Selbstvertrauen für die weitere Bearbeitung der Aufgaben erhalten.

Die Methode der Ergebnispräsentation eignet sich als Sicherung besonders gut, da die Aufgabenstellung und die Partnerarbeit vielfältige Bearbeitungsmöglichkeiten bieten. Durch eine Präsentation können die Ergebnisse ausgewertet und die unterschiedlichen Wege der Bearbeitung dargestellt werden (vgl. [11] Barzel/Büchter/Leuders, 2011, S. 169). Zudem wird den Schülern eine „kommunikative Anwendungsmöglichkeit des Gelernten“ ([17] Mattes, 2006, S. 31) und somit die Möglichkeit ihre Erkenntnisse besser zu verinnerlichen geboten. Nur wenn die Schüler Gelerntes versprachlichen und somit anwenden, erhält das Gelernte auch einen Nutzen für sie (vgl. [17] Mattes, 2006, S. 31).

4.3. Evaluationen

Für die Evaluation der Durchführungen wurden wieder quantitative Evaluationsbögen, die die Schüler am Ende des Moduls ausfüllen, ausgewertet, sowie eine qualitative Evaluation durch ein Gespräch mit den Betreuern, erhoben. Die Auswertung dieser Evaluationen sollen nun zeigen, welche Ziele, die unter 4.1.3 formuliert wurden, erreicht werden konnten.

Der Evaluationsbogen des Schülerlabors wurden seit den Evaluationen, die unter 4.1.2 vorgestellt wurden, geändert. Einige Fragen wurden abgeändert, enthalten aber immer noch den gleichen Aspekt, der abgefragt wird. Andere Fragen wurden ganz entfernt oder aber auch hinzugefügt. Daher wird im Folgenden lediglich ein Vergleich der Mittelwerte von zu vergleichenden Fragen aufgeführt. Ansonsten kennzeichnet das Symbol „-“, dass kein Vergleich möglich ist. Die Auswertung inklusive einiger Kommentare, die den Evaluationsbögen entnommen werden können, sollen dann Grundlage für eine Auswertung und daran angeschlossen ein abschließendes Fazit in Kapitel 5 bilden.

Fragen des Evaluationsbogens ¹	30.04.2015 24 S.	15.06.2015 19 S.	05.08.2015 22 S.	28.10.2015 25 S.	Mittelwert	Mittelwert bisher %
Der Vortrag über Modellierung war hilfreich	1,91	1,61	2,22	1,84	1,9	1,98
Durch den Workshop habe ich mathematisches Modellieren besser begriffen	2,05	1,29	2,14	2,32	1,95	-
Die Aufgaben waren zu einfach	3,7	3,41	3,45	3,68	3,56	-
Die Aufgaben waren zu schwierig	2,04	2,72	2,05	1,64	2,11	-
Die Einführung in MATLAB war hilfreich	2,35	1,65	2,32	2,04	2,09	-
Der Umgang mit MATLAB fiel mir schwer	2,13	1,88	2,64	2,6	2,3	-
Die Hilfekarten waren hilfreich	3,07	2,14	2,5	2,62	2,58	-
Die Anleitungen zu den Aufgaben waren zufriedenstellend und gut verständlich	2,17	1,81	2,33	2,5	2,2	-
Der Workshop hat mein Interesse an den Naturwissenschaften und Technik gesteigert	3,04	1,88	2,56	2,05	2,38	2,57
Ich würde einen solchen Workshop gerne noch einmal besuchen	2,78	1,5	2,67	2,15	2,28	2,19

¹ Der Bewertung der Aussagen werden folgende Zahlen zugewiesen 1 = Trifft voll zu, 2 = Trifft zum Teil zu, 3 = Trifft eher nicht zu und 4 = Trifft gar nicht zu.

Der Vortrag über Modellierung wird mit einer durchschnittlichen Note von 1,9 etwas besser bewertet als zuvor, diese kann aber nicht als signifikant ⁵ angesehen werden. Kommentare von den Betreuern wie „Im Modellierungsvortrag wird den Schülern immer gut klar, was gemeint ist und man kann sich innerhalb des Moduls gut auf den Kreislauf zurück beziehen“ oder „Der Modellierungsvortrag ist gut geworden und auch das Beispiel ist gut gewählt“, zeigen, dass der Modellierungsvortrag trotz der ähnlichen Bewertung durch die Schüler als Verbesserung angesehen werden kann. Dies wird sicherlich auch durch die durchschnittliche Bewertung einer 1,95 bei der Aussage „Durch den Workshop habe ich mathematisches Modellieren besser begriffen“ unterstrichen. Auch von Seiten der Schüler wird durch Kommentare auf den Evaluationsbögen wie „mathematische Modellierung besser verstanden“ deutlich, dass die Änderungen des Modellierungsvortrages zur besseren Verständlichkeit des Modellierungsvortrages und somit zur Umsetzung des in 4.1.3 genannten Ziels „didaktische Reduktion des Modellierungsvortrages“, beigetragen haben.

Die Aussage „Die Aufgaben waren zu einfach“ wird durchschnittlich mit 3,56 also durchschnittlich mit „Trifft gar nicht zu“ bewertet, dagegen wird die Aussage „Die Aufgaben waren zu schwierig“ durchschnittlich mit einer 2,11 also mit „Trifft zum Teil zu“ bewertet. Die Aufgaben im Schülerlabor sollen weder zu schwer, noch zu leicht sein. Eine Bestätigung, dass die Aufgaben nicht zu leicht sind, haben die Schüler demnach durch die Bewertung dieser Aussage gegeben. Die Aufgaben sind aber auch zum Teil nicht zu schwierig. Dies zeigt die Bewertung der zweiten Aussage. Allerdings zeigen Kommentare der Schüler auf den Evaluationsbögen wie „Aufgaben waren zu schwierig, da wir z.B Cos noch nicht hatten“, „Aufgaben sollten einfacher sein“ oder „Aufgaben weder schwer noch zu einfach, mittel“, dass die Schüler die Anforderungen der Aufgaben sehr unterschiedlich wahrnehmen und bewerten. Dem Ziel, die Bewältigung der Aufgaben zu vereinfachen, wurde daher durch die Weiterentwicklung etwas näher gekommen, doch als erreicht kann man dieses noch nicht sehen.

Die beiden Aussagen „Die Einführung in MATLAB war hilfreich“ und „Der Umgang mit MATLAB fiel mir schwer“ wurden auf Grund der Einführung in MATLAB mit auf den Evaluationsbogen aufgenommen. Die Bewertung der beiden Aussagen mit einer 2,03 bzw. einer 2,3 kann durchaus als positiv bewertet werden. Auch Aussagen wie „Es wird zu sehr erwartet, dass wir das Programm anwenden können“ oder Verbes-

⁵t-Test ergibt einen p-Wert von 68%

serungsvorschläge wie „bessere Vorbereitung auf MATLAB“, die zuvor häufiger auf den Evaluationsbögen zu finden waren, treten in den Kommentarfeldern der Evaluationsbögen deutlich weniger auf. Die Einführung in das Programm kann daher durchaus als Erfolg verbucht werden und trägt dazu bei das Ziel „leichtere Bewältigung der Aufgaben“ umzusetzen. Dennoch gilt auch hier, dass eine weitere Anpassung der Einführung oder des MATLAB-Codes zum besseren Arbeiten mit MATLAB führen könnte.

Die Begründung für die Einführung von Hilfekarten wurde bereits unter 4.2.7 erläutert. Diese Entscheidung sollte mit Hilfe der Aussage „Die Hilfekarten waren hilfreich“ evaluiert werden. Die Bewertung der Aussage mit einer 2,58 steht damit genau zwischen „Trifft eher nicht zu“ und „Trifft zum Teil zu“. Die Bewertung kann demnach als weder positiv noch negativ aufgefasst werden. Dieses Durchschnittsergebnis resultiert sicherlich auch daraus, dass einige Schüler, wie in dem Konzept zum Einsatz der Hilfekarten gefordert, keine Hilfekarten bekommen haben und diese demnach nur negativ bewerten konnten. Allerdings sollte man die Bewertung mit dieser Begründung nicht abtun und weitere Überlegungen ansetzen, wie der Einsatz der Hilfekarten verbessert werden könnte, oder an welchen Stellen Hilfekarten noch sinnvoll wären.

Die Aussage „Die Anleitungen zu den Aufgaben waren zufriedenstellend und gut verständlich“ wurde durchschnittlich mit einer 2,2 bewertet. Auch diese Bewertung ist weder eine positive noch eine negative und sollte als Anregung, die Anleitungen weiter verständlicher zu machen, angesehen werden. Das Ziel eine leichtere Einfeldung in die Aufgaben zu schaffen, ist demnach sicherlich noch nicht abschließend erreicht worden. Die leichte Verbesserung der Aussage „Der Workshop hat mein Interesse an den Naturwissenschaften und Technik gesteigert“ von einer 2,57 zu einer 2,38 ist nicht signifikant⁶. Auch die schlechtere Bewertung der Aussage „Ich würde einen solchen Workshop noch einmal besuchen“ von 2,19 auf 2,28 ist nicht signifikant⁷, sodass beide Aussagen keine weiteren Schlüsse zulassen.

Insgesamt sind die Ziele mehr Spaß und Freude am Problem lösen und an Mathematik, sowie ein gutes Gefühl mit dem die Schüler das Schülerlabor verlassen, zu vermitteln sicherlich bereits bei einigen Schülern durch die Weiterentwicklung erreicht worden. Dies unterstreichen nicht nur Betreuerkommentare wie „Insgesamt ist der CAMMP day für die Mittelstufe schon viel besser und strukturierter geworden und nicht so

⁶t-Test ergibt einen p-Wert von 69%

⁷t-Test ergibt einen p-Wert von 86%

ein Chaos" oder „Ich habe schon das Gefühl, dass der CAMMP day nun besser bei den Mittelstufenschülern ankommt und sie auch mehr Freunde daran haben", sondern auch Kommentare der Schüler auf den Evaluationsbögen wie „Der Workshop hatte Hand und Fuß", „es hat Spaß gemacht und ich habe das mathematische Modellieren besser verstanden", „sehr gelungen", „[Ich habe] Modellierung und das Mathe Spaß macht [gelernt]" oder „sehr fordernder, aber guter Kurs".

5. Zusammenfassung und Ausblick

Abschließend soll zusammengefasst werden, welche Ziele durch die Weiterentwicklung erreicht wurden und an welchen Zielen noch weiter gearbeitet werden muss. Zudem soll erläutert werden, wie diese Ziele eventuell erreicht werden können und welche weiteren Möglichkeiten für das Modul *Spiegelanstellung in einem Solarkraftwerk* vorstellbar wären.

5.1. Zusammenfassung

Für die Weiterentwicklung des CAMMP day Moduls *Spiegelanstellung in einem Solarkraftwerk* wurden unter 4.1.3 bereits die im folgenden nochmal aufgezählten Ziele aufgestellt:

- didaktische Reduktion des Modellierungsvortrags
- Bezug des Moduls zum Modellierungskreislauf herstellen
- besserer Zugang zur Thematik Solarkraftwerk
- leichtere Einfeldung in die Aufgaben
- leichtere Bewältigung der Aufgaben
- mehr Spaß und Freude am Problemlösen und an Mathematik
- ein gutes Gefühl mit dem die Schüler das Schülerlabor verlassen

Die Evaluationsauswertungen in 4.3 zeigen auf, welche dieser Ziele bereits erreicht wurden und an welchen noch gearbeitet werden sollte. So kann das erste Ziel, durch die Anpassung des Modellierungsvortrages durchaus als erreicht angesehen werden. Der Vortrag auf deutscher Sprache und das einfache Beispiel, welches den Vortrag begleitet, tragen deutlich dazu bei, dass der Vortrag von den Schülern besser verstanden wird.

Das zweite Ziel ist meines Erachtens nach teilweise erreicht worden. Durch den Modellierungskreislauf selbst und durch den Rückbezug auf den Modellierungskreislauf während der Einführung in die Problemstellung wird der Bezug des Moduls zum Modellierungskreislauf hergestellt. Dieser könnte allerdings noch deutlicher herausgestellt werden. Ideen dazu werden unter 5.2 vorgestellt.

Eine leichtere Einfeldung in die Aufgaben wurde zum einen durch die veränderten Formulierungen auf den Blättern, sowie durch die Einführung in MATLAB geschaffen, hauptsächlich aber durch die Einführung

der Aufgabe 1 auf den Arbeitsblättern, in der die Winkelfunktionen wiederholt werden, erreicht. Durch die Aufgabe wird das Vorwissen der Schüler aktiviert und an diesem angeknüpft, wie es in der Theorie des Spiralcurriculums nach Bruner beschrieben wird. Dieses Ziel kann daher zumindest als teilweise erreicht betrachtet werden, auch wenn unter 5.2 weitere Ideen genannt werden, den Schülern die Einfindung in die Aufgaben weiter zu erleichtern.

Die Aufgaben sollen leichter bewältigt werden durch das erweiterte Hilfeangebot durch Hilfskarten, durch die Auslagerung der ursprünglichen Aufgabe 3 als Zusatzaufgabe, durch die Einführung in das Programm MATLAB, durch die Erinnerung an die Winkelbeziehungen in der neu eingeführten Aufgabe 1 oder durch die Zusatzinformationen auf dem Arbeitsblatt. Dennoch werden die Aufgaben weiter als schwierig bewertet und die Kommentarfelder der Evaluationsbögen mit Kommentaren wie "Die Aufgaben sind zu schwer" gefüllt. Dieses Ziel kann daher bislang noch nicht als erreicht angesehen werden und sollte höchste Priorität bei einer zukünftigen Weiterentwicklung erhalten.

Die beiden Ziele mehr Spaß und Freude am Problemlösen und an Mathematik, sowie ein gutes Gefühl mit dem die Schüler das Schülerlabor verlassen, zu vermitteln, betrachten das Gesamtkonzept des Moduls und können nicht an einzelnen Methoden oder Medien konkret festgemacht werden. Durch positive Rückmeldungen der Betreuer und durch einige Schülerkommentare auf den Evaluationsbögen, können diese beiden Ziele aber durchaus als teilweise erreicht angesehen werden und geben damit ein Feedback zum Gesamtkonzept des Moduls. Diese Ziele sollten allerdings bei allen weiteren Entscheidungen bezüglich des Moduls *Spiegelauflistung in einem Solarkraftwerk* weiter verfolgt werden. Insgesamt kann die Weiterentwicklung des Moduls *Spiegelauflistung in einem Solarkraftwerk* in vielen Punkten als eine gelungene Anpassung des bisherigen Konzepts auf die Mittelstufe betrachtet werden. Dennoch sollen im Folgenden einige Ideen genannt werden wie auch das jetzige Konzept noch weiter verbessert werden könnte.

5.2. Ausblick

Innerhalb eines Gesprächs mit den Betreuern von CAMMP wurde das entwickelte Konzept, wie es unter 4.2.1 beschrieben wurde, evaluiert. Aus diesem Gespräch und aus den Ergebnissen dieses Gesprächs resultieren folgende weitere Verbesserungsvorschläge für den Einsatz in der Mittelstufe.

Während des Moduls haben sich die Betreuer, bei Hilfestellungen oder Erklärungen, immer wieder auf den Modellierungsvortrag berufen. Dieses könnte zukünftig durch das Abdrucken des Modellierungskreislaufs auf ein Poster unterstützt werden. Dadurch wäre ein Rückbezug auf den Modellierungskreislauf anschaulicher und die Schüler könnten auch selbst immer wieder einen Blick auf den Ablauf des mathematischen Modellierens werfen.

Im Vortrag zur Einführung in die Problemstellung könnte noch deutlicher herausgestellt werden, warum erneuerbare Energie, wie sie beispielsweise in Solarkraftwerken gewonnen werden kann, wichtig ist und warum auch die Forschung in diesem Bereich wichtig ist. Dadurch könnte den Schülern der Alltagsbezug des Themas stärker bewusst werden. Erreicht werden könnte dies beispielsweise durch die Methode des Unterrichtsgesprächs mit den Schülern über erneuerbare Energien und ihre Relevanz für unsere Gesellschaft. Eine andere Möglichkeit wäre die Einführung einer Folie, die einige Argumente dafür und eventuell Firmen, die daran forschen, auflistet und vom Vortragenden mit dem nötigen Enthusiasmus vergestellt wird.

Eine immer wieder festzustellende Schwierigkeit war der Umgang mit Radian und Degree. Die meisten Schüler arbeiten intuitiv mit Degree, doch das MATLAB-Programm ist auf die Eingabe des jeweiligen Radianwertes angewiesen. Um den Schülern diese Umrechnung zu erleichtern könnte eine Erweiterung der Aufgabe 1 des Arbeitsblattes hilfreich sein. Die Schüler könnten als zweite Vorbereitungsaufgabe auf das Modul eine einfache Umrechnungsaufgabe von Degree in Radian erhalten. Die weiteren Umrechnungsprozesse könnten den Schülern für den weiteren Verlauf des Moduls dann leichter fallen.

Für die Einführung in das Programm MATLAB könnte sich die eben vorgestellte Aufgabe zusammen mit der bereits existierenden Aufgabe 1 als Ersatz für die derzeitige Aufgabe eignen. Die derzeitige Aufgabe einen Winkel innerhalb eines Dreiecks mit Sinus, Cosinus und Tangens zu bestimmen, ist zum Zeitpunkt der Einführung in den Code zu komplex und beinhaltet bereits neues Wissen für die Schüler. Die Aufgabe zu den Winkelgesetzen und zur Umrechnung vom Gradmaß zum Bogenmaß wäre weniger komplex und würde die Aufmerksamkeit der Schüler eventuell stärker auf die Handhabung mit dem Programm lenken. Zudem wäre die Anknüpfung an das bereits vorhandene Wissen der Schüler

mit der Entdeckung eines neuen Programmes verknüpft.

Da einige Schüler während der Durchführungen Probleme damit hatten sich vorzustellen, dass Variablen unterschiedliche Werte annehmen können und sich das Ergebnis von einmal berechneten Variablen in Abhängigkeit von anderen Variablen ändern kann, wäre eine Demonstration dieser Zusammenhänge sicherlich von Vorteil für die Schüler. Diese könnte auch einen Platz bei der Einführung in das Programm MATLAB einnehmen. Durch ein leichtes Beispiel, wie es bei dem Zusammenhang zwischen Flächeninhalt und Volumen entsteht, könnte diese Abhängigkeit demonstriert werden.

Das gegenständliche Modell könnte durch eine professionellere Anfertigung seine Wirkung als enaktive Repräsentationsform weiter entfalten. Für den Gebrauch während des Vortrages sollte ein größeres und übersichtlicheres gegenständliches Modell gebaut werden, damit es während des Vortrages für alle Schüler gut sichtbar wird. Für eine bessere Einbindung in das Modul und eine stärkere Nutzung durch die Schüler sollten weitere kleinere Modelle gebaut werden. Kleinere Modelle nehmen nicht nur weniger Platz auf dem Tisch weg, sondern könnten eventuell auch die Bereitschaft der Schüler erhöhen, es auch wirklich für ihre Überlegungen zu nutzen.

Da die Bewältigung der Aufgabe 2 den meisten Mittelstufenschülern sehr schwer fällt, könnte zwischen dieser und der Aufgabe 3 eine weitere, leichtere Aufgabe eingebaut werden, um die Motivation der Schüler zu stärken. Zudem würde mit einer leichten Aufgabe, in der die Formeln für Sinus und Cosinus angewendet werden, ein inhaltlicher Übergang zur Aufgabe 3 geschaffen werden.

Für die Aufgabe 4 auf dem Arbeitsblatt ist eine besondere Schreibweise für die Eingabe des Minimums in MATLAB nötig. Daher könnte die Zusatzinformation, die derzeit auf dem Arbeitsblatt zu Aufgabe 4 zu finden ist, zusammen mit der Schreibweise für MATLAB auf einer weiteren Hilfskarte beschrieben werden.

Die Hilfskarte für die Zusatzaufgabe könnte auch auf das Arbeitsblatt, welches die Zusatzaufgabe enthält, integriert werden. Die Hilfestellung würde dabei einen kleinen Hinweis zur Lösung geben und die Schreibweise in MATLAB erklären. Die Lösung der Zusatzaufgabe würde aber

dennoch den Schülern viel abverlangen, welches für eine Zusatzaufgabe erwünscht ist.

Schließlich könnte sich das Schülerlabor überlegen, ob es den CAMMP day *Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk* ab einer gewissen Jahrgangsstufe oder mit der Voraussetzung bestimmter Vorkenntnisse anbieten möchte. Dazu sollte dann ein Arbeitsblatt für die Lehrer entwickelt werden, welches die Voraussetzungen enthält und eventuell auch Möglichkeiten aufzeigt, diese mit den Schülern noch einmal vor dem CAMMP day aufzufrischen.

Anhang

A. Anpassung der Evaluationsdaten vom 23.07.2014

Für die Auswertung der Evaluationsdaten des CAMMP days am 23.07.2014 musste eine Anpassung vorgenommen werden. Diese wurde nötig, da sich das Schülerlabor damals kurzzeitig entschied die Evaluationsbögen umzustrukturieren. So enthielt der Evaluationsbogen in dieser Zeit, statt der vorherigen und auch derzeitigen vier Abstufungsmöglichkeiten zur Bewertung, fünf Abstufungsmöglichkeiten. Daher wurde der CAMMP day am 23.07.2014, der das Thema *Spiegelaufstellung in einem Solar-kraftwerk* enthielt, von den Teilnehmern mit der Möglichkeit zwischen fünf Abstufungen zu wählen bewertet. Damit die Werte trotzdem mit den anderen verglichen und in die Gesamtbewertung einfließen können, wurden die Noten der Fragen wie folgt angeglichen:

Mit der folgenden Formel können die Noten an ein Abstufungssystem mit vier Antwortmöglichkeiten angeglichen werden:

$$y = \frac{3}{4}(x - 1) + 1$$

Dass diese Formel richtig ist, kann man leicht erkennen. Zum einen ist es wichtig, dass die 1 immer noch der 1 zugeordnet werden kann. Denn sowohl bei vier, als auch bei fünf Antwortmöglichkeiten bleibt die 1 immer die beste Antwortmöglichkeit. Weiter muss der fünf die vier zugeordnet werden, denn beide sind jeweils die schlechteste Möglichkeit der Bewertung in dem jeweiligen Bewertungssystem. Schließlich erkennt man leicht, dass die weiteren Zuordnungen der Noten einem linearen Verlauf zwischen diesen beiden Noten entsprechen muss.

Zur Überprüfung soll die Formel für die Werte $x = 1$ und $x = 5$ kurz dargestellt werden:

$$\begin{aligned} y &= \frac{3}{4}(1 - 1) + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} y &= \frac{3}{4}(5 - 1) + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

B. Arbeitsblätter

B.1. Arbeitsblatt Bisher

CAMMP Day
 Wie funktioniert eigentlich ein Solarkraftwerk und was hat das mit Mathe zu tun?



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Fresnel-Kraftwerke gelten in der Forschung zu erneuerbaren Energien als besonders zukunftsträchtig. Da sich die Position der Sonne im Laufe des Tages ändert, muss der Neigungswinkel der Spiegel über den Tag hinweg stets angepasst werden (Bild 1).

Zur Vereinfachung beschränken wir uns bei der Modellierung des Kraftwerks auf einen zweidimensionalen Querschnitt (Bild 3). Die Neigung der Spiegel wird durch γ , welches den Winkel der Normalen des Spiegels zum Boden beschreibt, festgelegt.

Im MATLAB-Skript *fresnel.m* wird auf eine interne Datenbank mit Sonnenstandsdaten des kalifornischen Ortes Dagget zugegriffen (Bild 2). In diesem Skript wird passend zur Uhrzeit in der Variablen *zeit* der Sonneneinfallswinkel α (Bild 3) sowie die Intensität der Sonnenstrahlung in Leistung pro Meter in den Variablen *alphaInDeg* und *sonnenstrahlung* zurück gegeben.

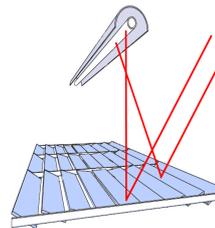


Bild 1: Absorberrohr und planare Spiegel.

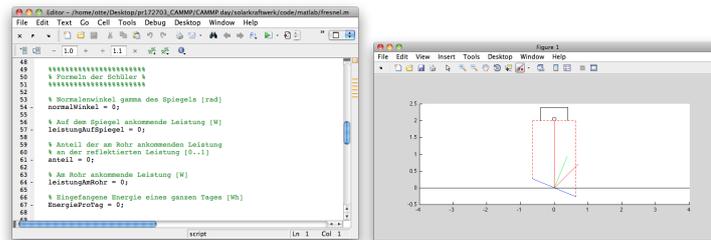
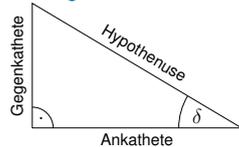


Bild 2: MATLAB Skript *fresnel.m* und davon erzeugte Grafik (Screenshot).

Grundlagen



$$\sin(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Hypothenuse}}$$

$$\cos(\delta) = \frac{\text{Länge Ankathete}}{\text{Länge Hypothenuse}}$$

$$\tan(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Ankathete}}$$

1. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?

Angenommen der Spiegel befindet sich direkt unterhalb des Absorberrohrs. Wie muss man den Spiegel einstellen, damit die Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert werden? Benutze deine Formel für γ um die Variable **normalWinkel** zu bestimmen und vergleiche in der Ausgabe (das grüne Dreieck oben klicken) dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

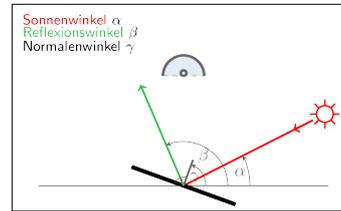


Bild 3: Ausrichtung des Spiegels.

2. Wie viel Sonnenstrahlung kommt am Rohr an?

a) Wird ein Spiegel fast parallel zu den Sonnenstrahlen ausgerichtet, so trifft ihn nur wenig Sonnenenergie. Je frontaler er zu den Strahlen der Sonne steht, umso mehr Energie kann er aufnehmen. Diesen Effekt kennt man auch vom Bräunen in der Sonne.

Die Leistung der Sonnenstrahlung, die vom Spiegel aufgenommen wird, lässt sich anhand der Länge e und der aktuellen Leistung der Sonnenstrahlung pro Meter (in **sonnenstrahlung**) berechnen. Bestimme mit deiner Formel für die am Spiegel ankommende Leistung den Wert von **leistungAufSpiegel** und vergleiche Dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

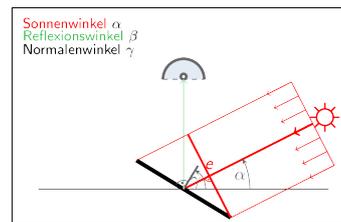


Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

b) Um das Rohr befindet sich ein Sekundärreflektor welcher alle von ihm aufgenommenen Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert. Welcher Anteil der vom Spiegel reflektierten Sonnenstrahlung erreicht das Rohr? (Variable **anteil**)

c) Bestimme anhand der Ergebnisse aus a) und b) die insgesamt am Rohr ankommende Leistung (Variable **leistungAmRohr**).

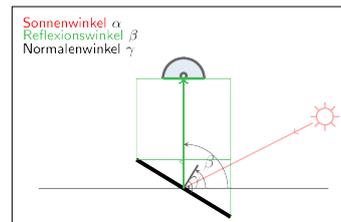


Bild 5: Ankommende Leistung am Rohr.

3. Verschiebung des Spiegels

Verändere die Position des Spiegels in Variable x und passe deine Formel zum Normalenwinkel

(**normalWinkel**) an. Mache dabei aber eine Fallunterscheidung, je nachdem, ob der Spiegel nach links oder rechts verschoben wird. Beachte auch, wie sich die Verschiebung auf die Ergebnisse aus Aufgabe 2 auswirkt.

B.2. Zusatzaufgabe Bisher

CAMMP Day

Wie funktioniert eigentlich ein Solarkraftwerk und was hat das mit Mathe zu tun?



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk: Zusatzaufgaben

4. Störung

Was ändert sich wenn der Winkel des Spiegels nicht exakt einstellbar ist? Gib dazu einen maximalen Störungswinkel in Variable **fehler** ein und simuliere mehrmals.

5. Energie über den Tag

Berechne die Energie die über den gesamten Tag eingefangen wird.

6. Optimierung

Finde optimale Rohrhöhe und Spiegelbreite für einen festen Sekundärreflektor sowie eine gegebene maximale Störung der Spiegelposition.

B.3. Arbeitsblatt Bisher Lang

CAMMP Day

Wie funktioniert eigentlich ein Solarkraftwerk und was hat das mit Mathe zu tun?



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Fresnel-Kraftwerke gelten in der Forschung zu erneuerbaren Energien als besonders zukunftsträchtig. Da sich die Position der Sonne im Laufe des Tages ändert, muss der Neigungswinkel der Spiegel über den Tag hinweg stets angepasst werden (Bild 1).

Zur Vereinfachung beschränken wir uns bei der Modellierung des Kraftwerks auf einen zweidimensionalen Querschnitt (Bild 3). Die Neigung der Spiegel wird durch γ_s , welches den Winkel der Normalen des Spiegels zum Boden beschreibt, festgelegt.

Im MATLAB-Skript *fresnel.m* wird auf eine interne Datenbank mit Sonnenstandsdaten des kalifornischen Ortes Dagget zugegriffen (Bild 2). In diesem Skript wird passend zur Uhrzeit in der Variablen **zeit** der Sonneneinfallswinkel α (Bild 3) sowie die Intensität der Sonnenstrahlung in Leistung pro Meter in den Variablen **alphaInDeg** und **sonnenstrahlung** zurück gegeben.

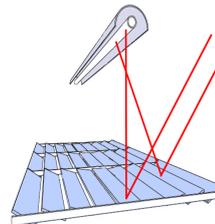


Bild 1: Absorberrohr und planare Spiegel.

```
48 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
49 % Formeln der Schüler %
50 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
51 %
52 % Normalenwinkel gamma des Spiegels [rad]
53 normalWinkel = 0;
54
55 % Auf dem Spiegel ankommende Leistung [W]
56 LeistungAufSpiegel = 0;
57
58 % Anteil der an Rohr ankommenden Leistung
59 % an der reflektierten Leistung (0..1)
60 anteil = 0;
61
62 % An Rohr ankommende Leistung [W]
63 LeistungRohr = 0;
64
65 % Energieerzeugung eines ganzen Tages [Wh]
66 EnergieProTag = 0;
67
68
```

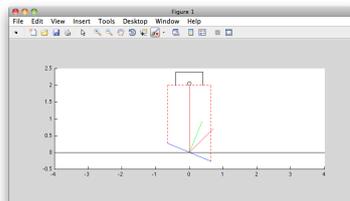


Bild 2: MATLAB Skript *fresnel.m* und davon erzeugte Grafik (Screenshot).

1. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?

Angenommen der Spiegel befindet sich direkt unterhalb des Absorberrohrs. Wie muss man den Spiegel einstellen, damit die Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert werden? Benutze deine Formel für γ um die Variable **normalWinkel** zu bestimmen und vergleiche in der Ausgabe (das grüne Dreieck oben klicken) dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

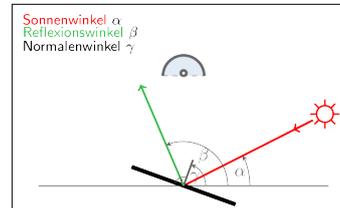


Bild 3: Ausrichtung des Spiegels.

2. Wie viel Sonnenstrahlung kommt am Rohr an?

a) Wird ein Spiegel fast parallel zu den Sonnenstrahlen ausgerichtet, so trifft ihn nur wenig Sonnenenergie. Je frontaler er zu den Strahlen der Sonne steht, umso mehr Energie kann er aufnehmen. Diesen Effekt kennt man auch vom Bräunen in der Sonne.

Man kann sich hier als Hilfe den Schattenwurf eines Stabes, der senkrecht zu den Sonnenstrahlen steht, vorstellen. Wie lang muss dieser Stab gewählt werden, so dass sein Schatten über die gesamte Breite des Reflektors geht?

Berechne nun die am Spiegel ankommende Leistung aus der aktuellen Leistung der Sonnenstrahlung pro Meter (in **sonnenstrahlung**) und vergleiche Dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

b) Um das Rohr befindet sich ein Sekundärreflektor welcher alle von ihm aufgenommenen Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert. Welcher Anteil der vom Spiegel reflektierten Sonnenstrahlung erreicht das Rohr? (Variable **anteil**)

c) Bestimme anhand der Ergebnisse aus a) und b) die insgesamt am Rohr ankommende Leistung (Variable **leistungAmRohr**).

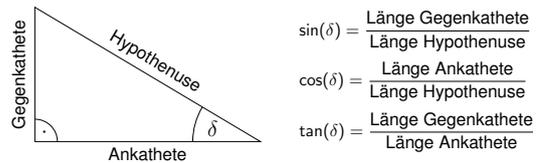
3. Verschiebung des Spiegels

Verändere die Position des Spiegels in Variable **x** und passe deine Formel zum Normalenwinkel (**normalWinkel**) an. Mache dabei aber eine Fallunterscheidung, je nachdem, ob der Spiegel nach links oder rechts verschoben wird. Beachte auch, wie sich die Verschiebung auf die Ergebnisse aus Aufgabe 2 auswirkt.

B.4. Hilfekarten Bisher Lang

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Grundlagen



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Bild zur Aufgabe 2. a)

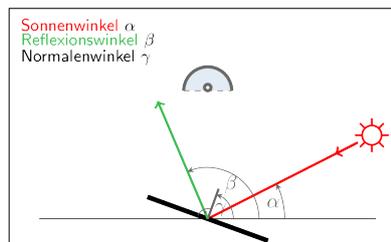


Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Bild zur Aufgabe 2. b)

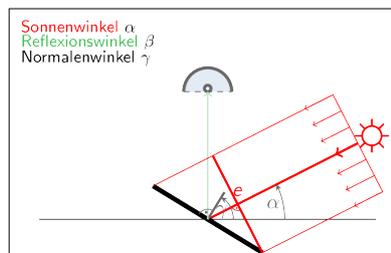


Bild 5: Ankommende Leistung am Rohr.

B.5. Arbeitsblatt Mittelstufe erste Version

CAMMP Day

Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Spiegelsolarkraftwerke gelten in der Forschung zu erneuerbaren Energien als besonders zukunftsträchtig. In Bild 1 sieht man wie das Prinzip Sonnenstrahlen auf ein Rohr zu reflektieren umgesetzt werden kann. Die einfachste Variante ein Solarkraftwerk darzustellen, wäre einen Spiegel direkt unter dem Rohr zu platzieren. Der Spiegel reflektiert das Licht gebündelt auf das Rohr. Da sich die Position der Sonne im Laufe des Tages ändert, muss der Neigungswinkel des Spiegels über den Tag hinweg stets angepasst werden.

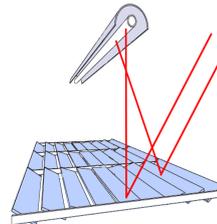


Bild 1: Absorberrohr und planare Spiegel.

Die Neigung der Spiegel wird durch γ , welches den Winkel der Normalen des Spiegels zum Boden beschreibt, festgelegt. Der Winkel α beschreibt den Sonnenstand, der durch einen uns vorhandenen Datensatz abhängig von der Uhrzeit bestimmt werden kann (Bild 3).

Für die weiteren Berechnungen der Aufgaben soll nun zunächst an einige Winkelfunktionen erinnert werden (Bild 2). Macht euch dazu klar wie die verschiedenen Winkel zusammenhängen und wie groß sie sein müssten. Denkt auch an weitere Winkelgesetze, die ihr bereits in der Schule kennengelernt habt und notiert euch diese. Dies wird euch nachher bei der weiteren Bearbeitung der Aufgaben helfen. Wenn ihr an einer Stelle nicht weiter wisst, informiert euch im Internet oder zieht einen eurer Betreuer zu rate.

1: Berechne jeden benannten Winkel in Bild 2 und ordne die Winkelpaare den Begriffen zu

Nebenwinkel:

Scheitelwinkel:

Stufenwinkel:

Wechselwinkel:

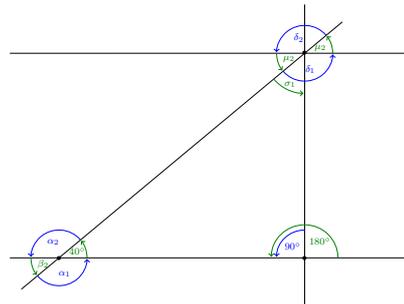


Bild 2: Winkelgesetze.

2. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?

Angenommen der Spiegel befindet sich direkt unterhalb des Absorberrohrs. Wie muss man den Spiegel einstellen, sprich wie groß muss der Winkel γ sein, damit die Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert werden? Benutze deine Formel für γ um die Variable **normalWinkel** in Matlab zu bestimmen und vergleiche in der Ausgabe (das grüne Dreieck oben klicken) dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

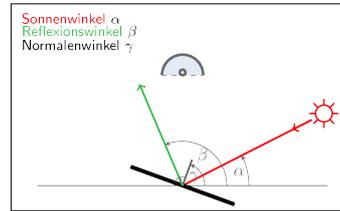


Bild 3: Ausrichtung des Spiegels.

3. Wie viel Sonnenstrahlung kommt am Spiegel an?

Wird ein Spiegel fast parallel zu den Sonnenstrahlen ausgerichtet, so trifft ihn nur wenig Sonnenenergie. Je frontaler er zu den Strahlen der Sonne steht, umso mehr Energie kann er aufnehmen. Diesen Effekt kennt man auch vom Bräunen in der Sonne.

Die Leistung der Sonnenstrahlung, die vom Spiegel aufgenommen wird, lässt sich anhand der Länge e und der aktuellen Leistung der Sonnenstrahlung pro Meter (in **sonnenstrahlung**) berechnen. Bestimme mit deiner Formel für die am Spiegel ankommende Leistung den Wert von **leistungAufSpiegel** und vergleiche dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

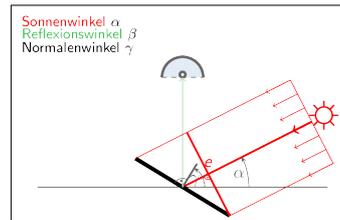
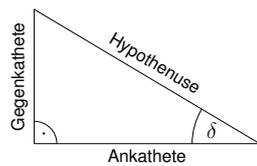


Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

Zusatzinformation



$$\cos(\delta) = \frac{\text{Länge Ankathete}}{\text{Länge Hypotenuse}}$$

4. Wie viel Energie erreicht das Rohr?

Um das Rohr befindet sich ein Sekundärreflektor welcher alle von ihm aufgenommenen Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert. Welcher Anteil der vom Spiegel reflektierten Sonnenstrahlung erreicht das Rohr? (Variable **anteil**)

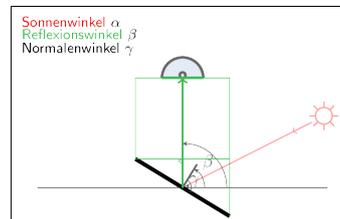


Bild 5: Ankommende Leistung am Rohr.

5. Wie viel Sonnenenergie kommt am Rohr an?

Bestimme anhand der Ergebnisse aus Aufgabe 2 und 3 die insgesamt am Rohr ankommende Leistung (Variable **leistungAmRohr**).

B.6. Arbeitsblatt Mittelstufe zweite Version

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Spiegelsolarkraftwerke gelten in der Forschung zu erneuerbaren Energien als besonders zukunftsträchtig. In Bild 1 sieht man wie das Prinzip Sonnenstrahlen auf ein Rohr zu reflektieren umgesetzt werden kann. Die einfachste Variante ein Solarkraftwerk darzustellen, wäre einen Spiegel direkt unter dem Rohr zu platzieren. Der Spiegel reflektiert das Licht gebündelt auf das Rohr. Da sich die Position der Sonne im Laufe des Tages ändert, muss der Neigungswinkel des Spiegels über den Tag hinweg stets angepasst werden.

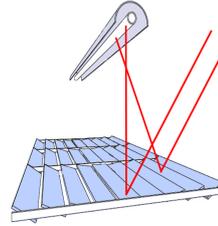


Bild 1: Absorberrohr und planare Spiegel.

Die Neigung der Spiegel wird durch γ , welches den Winkel der Normalen des Spiegels zum Boden beschreibt, festgelegt. Ein weiterer Winkel beschreibt den Sonnenstand. Er wird im Matlab-Code durch die Variable **Sonnenwinkel** beschrieben. Der Sonnenwinkel ist eine uns bekannte Variable, da dieser durch einen uns vorhandenen Datensatz abhängig von der Uhrzeit bestimmt werden kann (Bild 3). Auch die Leistung pro Meter der **Sonnenstrahlung** ist uns bekannt und im Matlab-Code als Variable angegeben. Zudem haben wir einige Vorgaben im Matlab-Code vorgenommen was die Breite des Spiegels, die Breite des Sekundärreflektors und die Höhe des Kollektors über den Spiegel angeht.

Für die weiteren Berechnungen der Aufgaben soll nun zunächst an einige Winkelfunktionen erinnert werden (Bild 2). Macht euch dazu klar wie die verschiedenen Winkel zusammenhängen und wie groß sie sein müssten. Denkt auch an weitere Winkelgesetze, die ihr bereits in der Schule kennengelernt habt und notiert euch diese. Dies wird euch nachher bei der weiteren Bearbeitung der Aufgaben helfen. Wenn ihr an einer Stelle nicht weiter wisst, informiert euch im Internet oder zieht einen euren Betreuer zu Rate.

1. Berechne jeden benannten Winkel in Bild 2 und ordne die Winkelpaare den Begriffen zu

Nebenwinkel: Beispiel α_1 & β_1

Scheitelwinkel:

Stufenwinkel:

Wechselwinkel:

β_2 :

α_1 :

α_2 :

δ_1 :

δ_2 :

μ_1 :

μ_2 :

σ_1 :

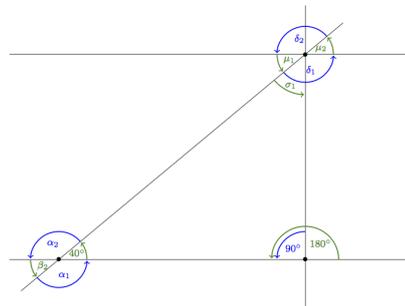


Bild 2: Winkelgesetze.

2. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?

Angenommen der Spiegel befindet sich direkt unterhalb des Absorberrohrs. Wie muss man den Spiegel einstellen, sprich wie groß muss der Winkel γ sein, damit die Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert werden? Benutze deine Formel für γ um die Variable **normalWinkel** in Matlab zu bestimmen und vergleiche in der Ausgabe (das grüne Dreieck oben klicken) dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert. Erinnerung: Variablen sind Buchstaben, die Platzhalter für unbekannte oder veränderliche Ergebnisse sind. Innerhalb einer Formel können sie mehrere einsetzbare Zahlen definieren.

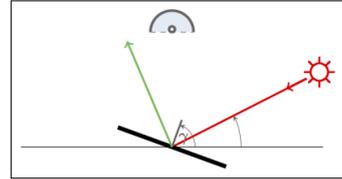


Bild 3: Ausrichtung des Spiegels.

3. Wie viel Sonnenstrahlung kommt am Spiegel an?

Wird ein Spiegel fast parallel zu den Sonnenstrahlen ausgerichtet, so trifft ihn nur wenig Sonnenenergie. Je frontaler er zu den Strahlen der Sonne steht, umso mehr Energie kann er aufnehmen. Diesen Effekt kennt man auch vom Bräunen in der Sonne. Die Leistung der Sonnenstrahlung, die vom Spiegel aufgenommen wird, lässt sich anhand der Länge e und der aktuellen Leistung der Sonnenstrahlung pro Meter (Variable **sonnenstrahlung**) berechnen. Bestimme mit deiner Formel für die am Spiegel ankommende Leistung den Wert von **leistungAufSpiegel** und vergleiche dein Ergebnis mit dem vorberechneten Wert.

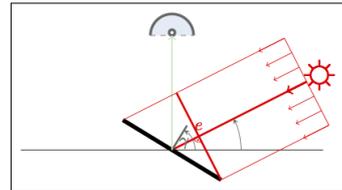
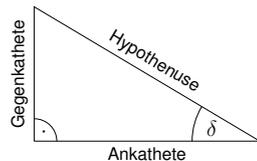


Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

Zusatzinformation



$$\sin(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Hypothenuse}}$$

$$\cos(\delta) = \frac{\text{Länge Ankathete}}{\text{Länge Hypothenuse}}$$

4. Wie viel Energie erreicht das Rohr?

Um das Rohr befindet sich ein Sekundärreflektor, welcher alle von ihm aufgenommenen Sonnenstrahlen auf das Rohr reflektiert. Welcher Anteil der vom Spiegel reflektierten Sonnenstrahlung erreicht das Rohr (Variable **anteil**)? Dazu solltest du folgende Schreibweise kennen: $z = \min\{x, y\}$ bedeutet, dass das Ergebnis von z immer das Minimum von x und y ist. Für den Fall, dass x kleiner ist als y ist also x das Ergebnis von z . Ist es umgekehrt, dann ist y das Ergebnis von z .

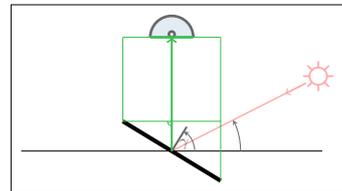


Bild 5: Ankommende Leistung am Rohr.

5. Wie viel Sonnenenergie kommt am Rohr an?

Bestimme anhand der Ergebnisse aus Aufgabe 3 und 4 die insgesamt am Rohr ankommende Leistung (Variable **leistungAmRohr**).

B.7. erste Zusatzaufgabe Mittelstufe

CAMMP Day
Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk



Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk: Zusatzaufgaben

6. Verschiebung des Spiegels

Verändere die Position des Spiegels in dem du die Variable x als diese definierst und passe deine Formel zum Normalenwinkel (**normalWinkel**) an. Mache dabei aber eine Fallunterscheidung, je nachdem ob der Spiegel nach links oder rechts verschoben wird. Beachte auch, wie sich die Verschiebung auf die Ergebnisse aus Aufgabe 3, 4 und 5 auswirkt.

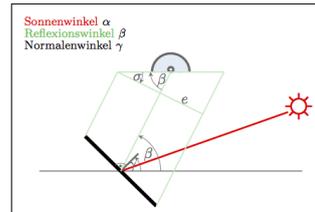
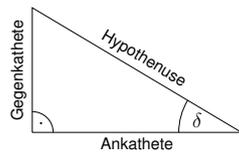


Bild 6: Verschiebung des Spiegels.

Zusatzinformation



$$\tan(\delta) = \frac{\text{Länge Gegenkathete}}{\text{Länge Ankathete}}$$

B.8. zweite Zusatzaufgabe Mittelstufe

CAMMP Day

Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk



RWTHAACHEN
UNIVERSITY

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk: Zusatzaufgaben

7. Energie über den Tag

Berechne die Energie, die über den gesamten Tag eingefangen wird.

8. Störung

Was ändert sich, wenn der Winkel des Spiegels nicht exakt einstellbar ist? Gib dazu einen maximalen Störungswinkel in Variable **fehler** ein und simuliere mehrmals.

9. Optimierung

Finde optimale Rohrhöhe und Spiegelbreite für einen festen Sekundärreflektor sowie eine gegebene maximale Störung der Spiegelposition.

B.9. Hilfekarte zur Aufgabe 2 und 3

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Bild zur Aufgabe 2

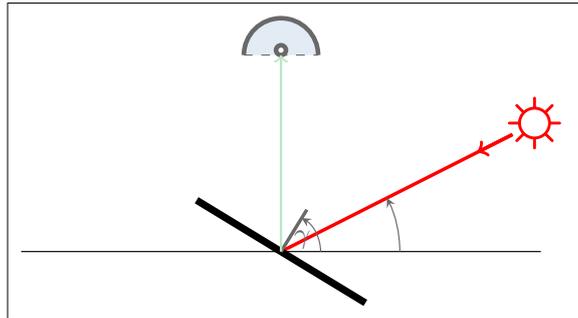


Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Bild zur Aufgabe 3

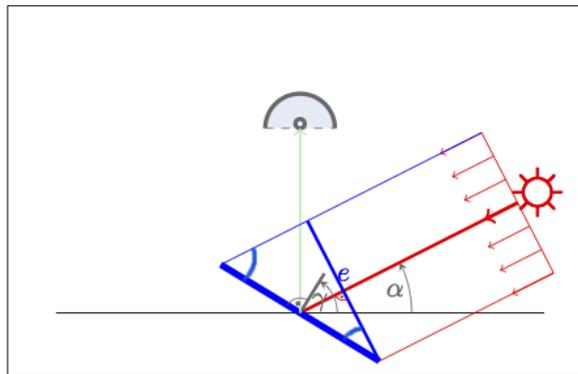


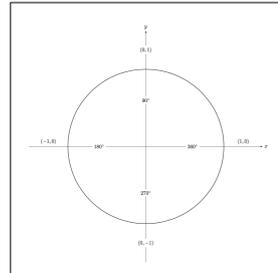
Bild 4: Leistung auf dem Spiegel.

B.11. Hilfekarte zur Unterscheidung von Radian und Degree

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Unterscheidung Radian und Degree

In der Geometrie gibt es zwei Angaben, die einen Winkel ausdrücken können. Zum einen kann man die Gradzahl eines Winkels angeben, dies ist die gängigere Variante. Eine zweite Möglichkeit besteht in der Angabe des Bogenmaßes des Winkels. Die unterschiedlichen Angaben werden mit Degree für die Gradzahl und mit Radian für das Bogenmaß bezeichnet. Die Angabe eines Winkels in Grad ist meistens geläufiger, daher soll nun im folgenden erklärt werden wie die Angabe im Bogenmaß zustande kommt:



Im Einheitskreis kann man den Zusammenhang zwischen Degree und Radian gut nachvollziehen. Der Einheitskreis ist ein Kreis um den Nullpunkt herum mit dem Radius 1. Die Angabe des ganzen Kreises in Grad beträgt 360° . Den Umfang des Kreises können wir mit der zugehörigen Formel berechnen. Die Formel lautet:

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$

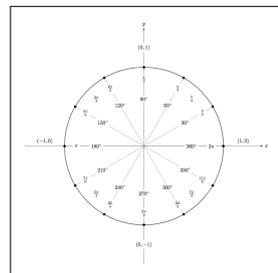
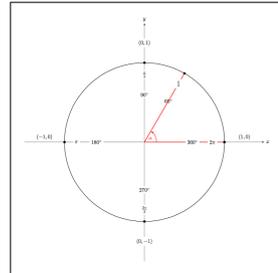
Da der Radius im Einheitskreis gleich 1 ist, gilt also für den Umfang des Einheitskreises $U = 2 \cdot \pi$. Somit beträgt das Bogenmaß für den ganzen Kreis 2π . Möchte man nun nur für einen Teil des Kreises das Bogenmaß berechnen, kann man sich auch wieder die Formel für den Umfang zu nutze machen. Beispielsweise haben wir einen Teil des Kreises mit einem Winkel von $\alpha = 60^\circ$. Das Bogenmaß können wir nun wie folgt berechnen:

$$U = 2 \cdot \pi \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{6}$$

$$U = \frac{\pi}{3}$$

Das Bogenmaß ist für jeden Winkel spezifisch und einmalig. Daher ist die Angabe des Bogenmaßes gleichzeitig eine Angabe der Gradzahl und die Angabe der Gradzahl gleichzeitig eine Angabe des Bogenmaßes, beides kann jederzeit in die jeweils andere Angabe umgerechnet werden.



B.12. Hilfekarte zur ersten Zusatzaufgabe

Modellierung der Spiegel in einem Solarkraftwerk

Hilfekarte: Verschiebung des Spiegels

Matlab: Wenn du in Matlab eine Fallunterscheidung codieren möchtest, dann kannst du dies wie folgt. Angenommen du möchtest sagen, dass du morgen ins Schwimmbad gehen wirst, wenn das Wetter schön wird. Wenn nicht, dann wirst du für deine Mathearbeit lernen. Dies kannst du in Matlab mit einem if-Befehl schreiben.

```
if (Wetter wird schön)
    Ich gehe ins Schwimmbad
else
    Ich lerne für die Mathearbeit
end
```

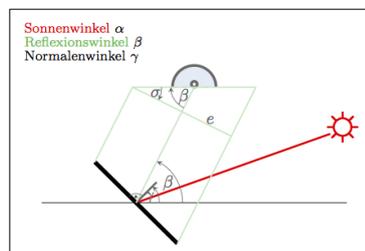
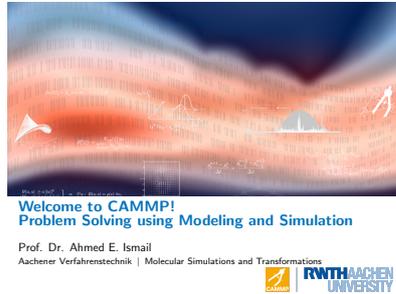


Bild 6: Verschiebung des Spiegels.

C. Präsentationen

C.1. Modellierungsvortrag bisher



Mathematical Modeling: What is it?

- How do we go about solving a problem?
- In science, one tool for problem solving is *mathematical modeling*.
- We use mathematics to devise a "representation" of our problem in terms of equations that we can attempt to solve.
- If we can find a solution, is it even correct?
- How do we make sure?

Problem solving is an iterative process



Sample Problem: Safety cameras

Can we determine how fast a car is moving from safety camera images?



Step 1: The real-world problem

- What do you already know?
- What do you need to determine?
- What constraints do you have to deal with?
 - What features does your solution need to include?
 - What resources (time, computers, coworkers, information) do you have available to come up with a solution?

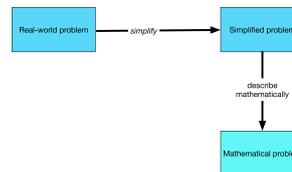
Problem solving is an iterative process



Step 2: Simplify the problem

- The full problem might be too hard: **Simplify!**
 - **Assumptions** introduce **new information**
 - Needed when you don't have enough data to enable a solution
 - Example: The car is traveling at constant velocity and does not accelerate.
 - **Simplifications** make the math simpler
 - We treat the image of the car as a rectangle or trapezoid instead of finding the complete outline.
- Einstein: "Models should be as simple as possible, **but no simpler!**"

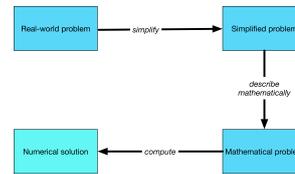
Problem solving is an iterative process



Step 3: Describe your model mathematically

- Convert your real-world system into a set of mathematical equations to be solved
- How do you *quantify* the problem?
- Don't forget to take **all** of your known data, assumptions, simplifications, and constraints into account!
- After you've built the system, you'll need to figure out how to solve it!

Problem solving is an iterative process

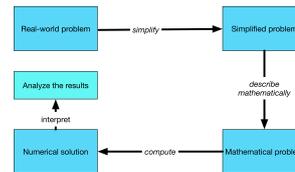


Step 4: Solve your model

Analytical versus numeric solutions

- For a very small number of problems, an exact analytical solution is available
- These special cases usually involve very "simple" problems
 - Symmetric geometries
 - No "special conditions" (no reactions, no heat loss, no time-dependence, etc.)
- When an analytical solution is unavailable, a numerical solution is required
- For CAMMP, you'll be using **Matlab** to solve your problems

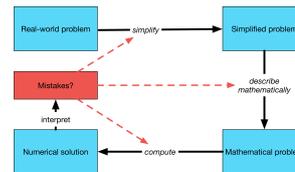
Problem solving is an iterative process



Step 5: Analyze your results

- Check the solution
 - Is the solution consistent with the given data and assumptions?
 - Does the solution satisfy all your constraints and requirements?
- Example: If the car is moving at 0.01 km/h or 1500 km/h, something's probably wrong!
- Can you test your method with a simple "test" problem before solving the bigger problem?

Problem solving is an iterative process



Step 6: Refine your model, if needed

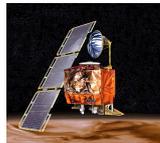
- If you didn't find a valid solution the first time, or are not satisfied with the solution, try again
 - Did you make an invalid assumption or simplification of the problem?
 - Did you make a mistake converting your problem into mathematics?
 - Did you solve the problem incorrectly?
 - Is there a bug in your code?
- **Don't be afraid of making a mistake!**

Who uses modeling?

- Every major branch of science and engineering now uses mathematical modeling
- Many businesses and industries use it, too
- One cool example: astrophysics!

Why testing and checking are important

Mars Surveyor '98



- Mars Climate Orbiter was supposed to measure the atmosphere and surface features of Mars
- Reported as "lost in transit"
- NASA personnel reported probe was at too low an altitude relative to the planet

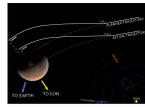
NASA



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 17/23

Why testing and checking are important

Mars Surveyor '98



- Problem traced to an error in units handling
- Probe probably disintegrated due to stresses created flying through atmosphere instead of in exoplanet orbit

NASA



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 18/23

Why testing and checking are important

Mars Surveyor '98



NASA

- Mars Polar Lander was supposed to explore the polar geology
- Never made contact after "landing"
- Most likely cause: vibrations due to deployment of landing gear was interpreted by software as "touchdown"
- Polar lander fell to surface from 40 m instead of 12 m
- Polar lander became "Polar smasher"



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 19/23

Getting it right

Mars Curiosity



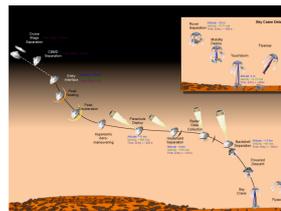
Source: JPL



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 20/23

Getting it right

Mars Curiosity



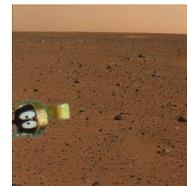
Source: NASA



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 21/23

Getting it right

Mars Curiosity



Source: NASA



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 22/23

"Zum Schluß"

Remember:

- Mathematical modeling and simulation is not a spectator sport!
- Have fun!



Prof. Dr. Ahmed E. Hamed | Welcome to CAMMP! Problem Solving using Modeling and Simulation | 23/23

C.2. Modellierungsvortrag Mittelstufe



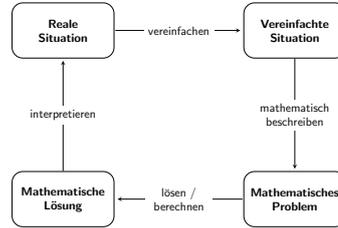
Kurze Einführung in die Welt der mathematischen Modellierung

Carolin Krahforst
 CAMMP – Computational and Mathematical Modeling Program

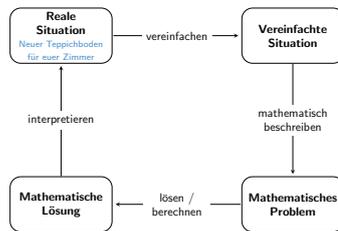
Aachen, 05. August 2015



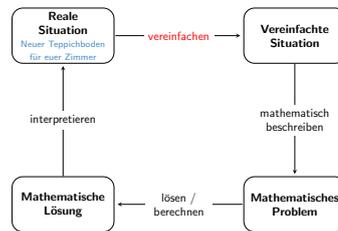
Modellierungskreislauf



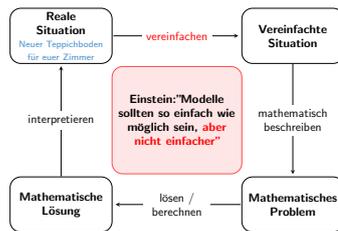
Modellierungskreislauf



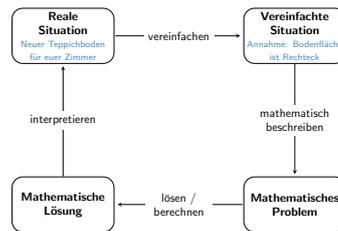
Modellierungskreislauf



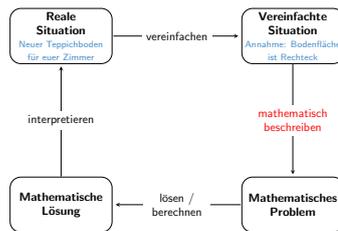
Modellierungskreislauf



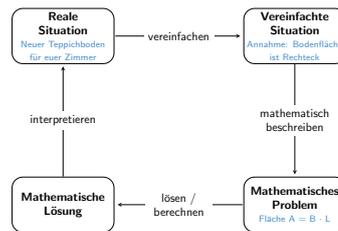
Modellierungskreislauf



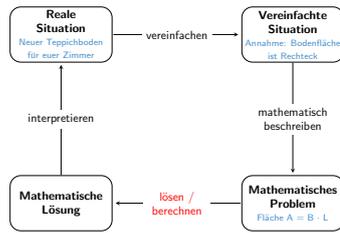
Modellierungskreislauf



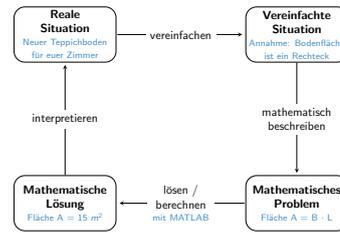
Modellierungskreislauf



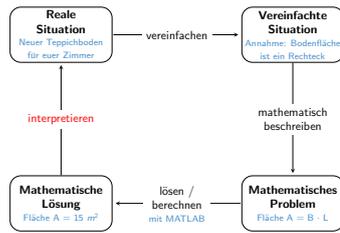
Modellierungskreislauf



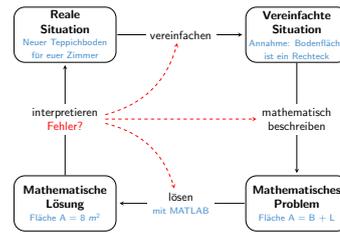
Modellierungskreislauf



Modellierungskreislauf



Modellierungskreislauf | Interpretation



Warum Tests und Überprüfungen so wichtig sind

Mars Surveyor '98

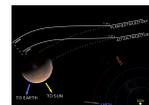


NASA

- Mars Climate Orbiter sollte um den Mars kreisen, um dessen Oberflächenmerkmale zu messen
- Bericht "lost in transit"
- NASA Personal berichtete, dass die Sonde den Planeten in einer zu niedrigen Höhe umkreist hatte

Warum Tests und Überprüfungen so wichtig sind

Mars Surveyor '98



NASA

- Das Problem ist auf einen Fehler mit der Handhabung der Einheiten zurückzuführen
- Die Sonde ist vermutlich in die Atmosphäre gelangt und dabei verglüht

C.3. Einführung in die Problemstellung bisher



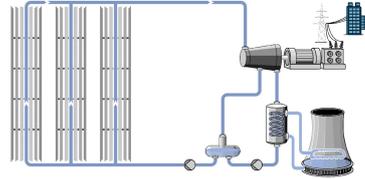
Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ?

Sarah Schönbrodt, Kirsten Wohak
Lehrstuhl für Mathematik
Center for Computational Engineering Science

Aachen, 30. April 2015



Aufbau eines Solarkraftwerks




CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Fresnel-Kollektoren




CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Fresnel-Kollektoren



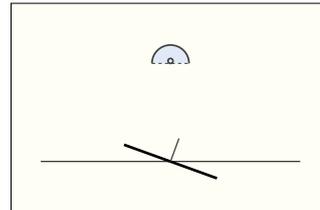

CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Fresnel-Kollektoren



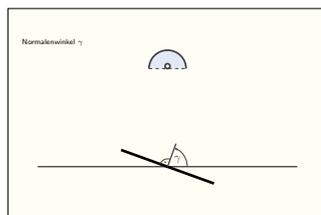

CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Modellierung der Fresnel Kollektoren



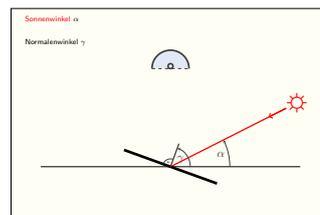

CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Modellierung der Fresnel Kollektoren



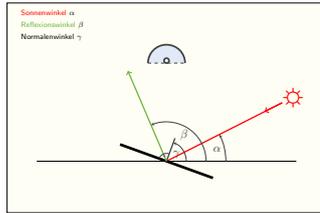

CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

Modellierung der Fresnel Kollektoren

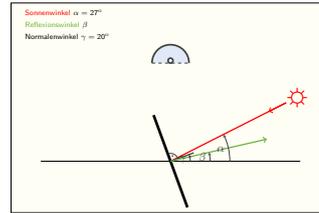



CAMMP Day | Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ? | 3/10

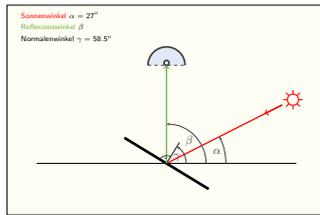
Modellierung der Fresnel Kollektoren



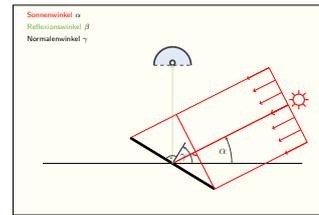
1. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?



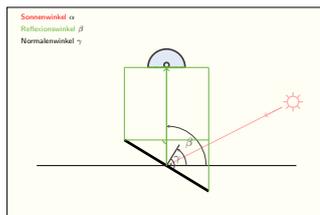
1. Wie muss der Spiegel ausgerichtet werden?



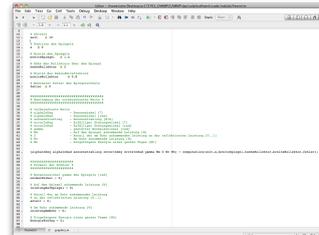
2. Wie viel Leistung liegt auf dem Spiegel?



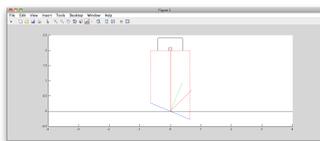
3. Wie viel Leistung kommt am Receiver an?



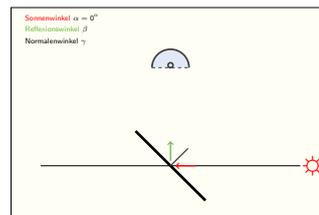
Simulation



Simulation



Simulation



C.4. Einführung in die Problemstellung Mittelstufe



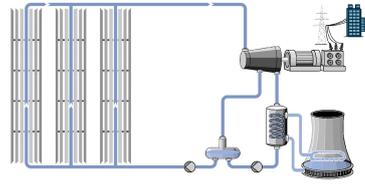
Wie funktioniert eigentlich ein... Solarkraftwerk ?

Janna Tinnes & Carolin Krahfors
Lehrstuhl für Mathematik
Center for Computational Engineering Science

Aachen, 28. Oktober 2015



Aufbau eines Solarkraftwerks



Fresnel-Kollektoren



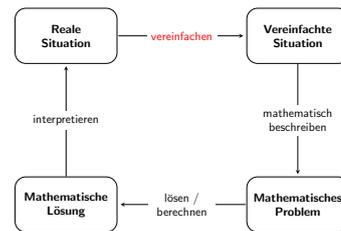
Fresnel-Kollektoren



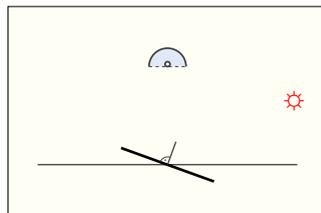
Fresnel-Kollektoren



Modellierungskreislauf



Modellierung der Fresnel Kollektoren



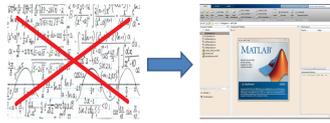
Eure Aufgabe

Modellierung eines Solarkraftwerks

Bearbeitung

Bearbeitung

Partnerarbeit an einem Laptop.



Präsentation der Ergebnisse vor der Mittagspause und am Ende des Tages.

Bei Fragen oder Unklarheiten

Hilfemöglichkeiten:

- Betreuer ansprechen
- Hilfesystem in MATLAB
- Hilfekarten
- Internetrecherche

C.5. Begrüßungspräsentation



Herzlich Willkommen zum CAMMP day!
Gesamtschule Waldschule Eschweiler
 Janna Tinnes & Carolin Krahfors
 Lehrstuhl für Mathematik
 Center for Computational Engineering Science

Aachen, 28. Oktober 2015




Was macht CAMMP?

CAMMP

COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

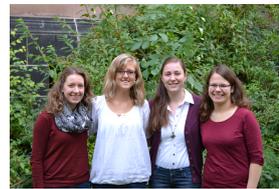
- Schülerlabor
- Problemlösung durch mathematische Modellierung und Computereinsatz
- Verwenden Computerprogramme zum Lösen von komplexen Problemen
- Angebote für Schulen

Das Team von CAMMP



Dr. Christina Roeckerath Prof. Martin Frank Dr. Nicole Faber

Das Team von CAMMP



Janna Tinnes Sarah Schönbrodt Carolin Krahfors Kirsten Wohak

CAMMP day Ablauf

CAMMP

COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- 9:00 – 9:10 Begrüßung
- 9:10 – 9:30 Vortrag: Mathematische Modellierung & Einführung ins Modul
- 09:30 – 11:30 Workshop: *Solkraftwerk*
- 11:30 – 11:50 Aufgabenbesprechung
- 11:50 – 12:45 Mittagspause
- 12:45 – 14:00 Workshop: *Solar und Powerwall*
- 14:00 – 14:30 Aufgabenbesprechung und Tagesabschluss

C.6. Abschlusspräsentation



Gesamtschule Waldschule Eschweiler

Janna Tinnes & Carolin Krahfors
Lehrstuhl für Mathematik
Center for Computational Engineering Science

Aachen, 28. Oktober 2015



CAMMP Angebote

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- CAMMP day
- CAMMP week
- CAMMP Schülerlabor



CAMMP day

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- Module: Solar, GPS, Google
- nächster freier CAMMP day am 06.01.2016



CAMMP week

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- Schülerteams lösen reale Probleme von Firmen
- Unterstützung durch Wissenschaftler
- Modellierung, Simulation, Optimierung
- Eine Woche in Jugendherberge
- Bericht & Präsentation zum Abschluss im Super C
- Nächste CAMMP week: Juni 2016



CAMMP week

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM



Computational Engineering Science

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- Computergestützte Natur- und Ingenieurwissenschaften
- Verbindung von Mathematik, Informatik und Maschinenbau
- Simulation von Anwendungen aus dem Maschinenbau
- Absolventen sind vielseitig einsetzbar: Automobilbranche, Luft- und Raumfahrttechnik, Chemieindustrie...



Computational Engineering Science

CAMMP COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL MODELING PROGRAM

- Bachelor an der RWTH: 7 Semester
- Sprache: Deutsch
- Beginn: Wintersemester
- Beispiel Fächer: Mathematische Grundlagen 1-4, Mechanik 1-3, Einführung in die Programmierung, Material- und Stoffkunde, Thermodynamik, Software Engineering
- Wahlfächer im 5. und 6. Semester aus den Bereichen: Energie- und Verfahrenstechnik, Informatik, Mathematik, Materialwissenschaften, Mechanische Systeme, Strömung und Verbrennung



C.7. Hinweise zum Modellierungsvortrag

CAMMP day

Wie funktioniert eigentlich ... und was hat das mit Mathe zu tun?



Hinweise zum Modellierungsvortrag

Folie 1 | Eröffnungsfolie

Zunächst möchten wir euch kurz erklären was mathematische Modellierung bedeutet!

Folie 2 | Modellierungskreislauf

- mathematische Modellierung kann man am Besten anhand dieses Kreislaufs darstellen
- den Kreislauf muss man meistens mehrmals durchlaufen
- doch damit ihr euch konkret vorstellen könnt, was mit den einzelnen Punkten dieses Kreislaufs gemeint ist, wollen wir uns nun ein konkretes und gleichzeitig sehr simples Beispiel anschauen

Folie 3 | Reale Situation

- stellt euch vor, ihr benötigt einen neuen Teppichboden für euer Zimmer
- dies ist eure reale Situation
- alleine aus dem Wunsch oder Vorhaben einen neuen Teppichboden haben zu wollen, ergibt sich noch kein Problem, erst recht kein mathematisches Problem
- ein Problem entsteht erst, wenn man sich fragt "Wie viel Teppich brauche ich eigentlich?" oder "Wie viel darf der Teppich kosten?"

Folie 4 | Vereinfachen

- nun wird die reale Situation vereinfacht
- überlegt euch welche Informationen ihr gegeben habt und welche nicht? Wisst ihr die Maße eures Zimmers? Könnt ihr sie schnell nachmessen?
- welche Ressourcen stehen euch zur Verfügung? Habt ihr passendes Material zum nachmessen oder müsst ihr schätzen? Habt ihr genügend Zeit zur Lösung eures Problems oder wollen eure Eltern vielleicht schon morgen zum Baumarkt fahren?
- gerade in der Wirtschaftswelt ist der Faktor Zeit oft der limitierende Faktor. Oft müssen Wissenschaftler ein Problem möglichst in wenigen Tagen lösen!
- nach Möglichkeit trifft man in diesem Schritt Annahmen und Vereinfachungen, die dafür sorgen, dass man das Problem mit Hilfe von Mathematik lösen kann. Beispielsweise könnt ihr annehmen, dass euer Zimmer ein Rechteck ist, obwohl vielleicht ein Schornstein durch euer Zimmer läuft etc.

1/3

Folie 5 | no simpler as possible

- bei all euren Annahmen und Vereinfachungen solltet ihr aber immer das Zitat von Einstein im Hinterkopf behalten: "Modelle sollten so einfach wie möglich sein, aber nicht einfacher!"
- denn einfacher bedeutet falsch!
- im Beispiel könnte es sein, dass ihr annehmt eure Zimmer ist ein Rechteck, obwohl es L-förmig ist. Hier wäre die bessere Vereinfachung zwei Rechtecke anzunehmen und nicht eins!

Folie 6 | Vereinfachte Situation

- als Resultat bekommt ihr nun eine vereinfachte Situation. In unserem Fall nehmen wir an, dass das Zimmer ein Rechteck ist

Folie 7 | mathematisch beschreiben

- in diesem Schritt überlegst du dir, wie die vereinfachte Situation mathematisch beschrieben werden kann
- meistens wird eine Reihe von Gleichungen aufgestellt

Folie 8 | Mathematisches Problem

- nun hast du das Problem in mathematische Sprache übersetzt und musst überlegen, wie du die Formeln und Gleichungen lösen kannst

Folie 9 | lösen/berechnen

- unsere Formel kann man noch im Kopf lösen. Für die meisten Probleme auf dieser Welt, die mit Hilfe von Mathematik gelöst werden können, benötigt man allerdings einen Computer, der die Lösungen berechnen kann
- auch werden wir heute mit dem Programm MATLAB arbeiten, welches für uns die Lösungen berechnen wird

Folie 10 | Mathematische Lösung

- Wir erhalten eine mathematische Lösung. Doch ist dies schon unser Ergebnis?

Folie 11 | interpretieren

- Dies ist der wichtigste Schritt. Ein Ergebnis sollte auf keinen Fall einfach hingenommen werden. Es sollte überprüft werden. Dabei solltet ihr euch Fragen, ob die Lösung sinnvoll ist oder ob sie mit den gegebenen Daten übereinstimmt?

2/3

Folie 12 | Fehlerquelle

- angenommen wir erhalten als Ergebnis $8m^2$, dann gehen wir den Kreislauf nochmals ab
- haben wir bei der Vereinfachung einen Fehler gemacht? Wurde beispielsweise angenommen das Zimmer sei ein Rechteck, obwohl es L-förmig ist?
- haben wir bei der mathematischen Beschreibung einen Fehler gemacht? Haben wir eine falsche Formel benutzt, z.B. $B + L$ statt $B \cdot L$?
- haben wir einen Fehler beim lösen/berechnen gemacht? Haben wir z.B. die Breite in cm und die Länge in m eingetragen etc.?

Folie 13 | Beispiel

- wie wichtig es ist zu interpretieren und das frühzeitig, zeigt das folgende Beispiel:
- die NASA hat einen Mars Climate Orbiter gebaut der den Mars umkreisen sollte, um dessen Oberflächenstruktur zu messen. Nach einiger Zeit kam der Bericht "Lost in transit" → "beim Transport verloren"
- die NASA berichtete, dass die Sonde den Planeten in einer zu niedrigen Höhe umkreist hatte (siehe Folie 14)

Folie 14 | Beispiel

- die Sonde hat dadurch die Atmosphärenschicht des Mars durchbrochen und ist beim Übergang in diese verglüht
- das Problem war, dass amerikanische und europäische Mitarbeiter gemeinsam an der Mission gearbeitet haben, aber jeweils ihr eigenes Längensystem (Kilometer - Miles) bei den Berechnungen benutzt hatten. Beim Austausch der Daten wurden die Werte aber nicht ins jeweilige Zahlensystem der anderen umgerechnet
- durch diesen simplen und doch so gravierenden Fehler gingen der NASA viele Millionen Euro verloren

C.8. Hinweise zum Modulvortrag für die Mittelstufe

CAMMP day
Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk?



RWTH AACHEN
UNIVERSITY

Hinweise zum Modulvortrag für die Mittelstufe

Folie 1 | Eröffnungsfolie

Heute möchten wir mit euch den Modellierungskreislauf anhand einiger Fragen, die man sich im Zusammenhang mit beispielsweise dem Bau eines Solarkraftwerks stellt, betrachten. Dazu wollen wir uns zunächst einen kurzen Filmausschnitt, indem gezeigt wird, wie ein Solarkraftwerk aufgebaut ist, anschauen (Film findet man unter: <http://www.youtube.com/watch?v=2t5AjB0bGx4> Film von Beginn an bis zu 1:00 Minute zeigen)

Folie 2 | Aufbau eines Solarkraftwerks

- nun noch einmal zusammenfassend, was im Film bereits gesagt wurde
- ein Fresnel-Solarkraftwerk ist so aufgebaut, dass immer mehrere Spiegelreihen so eingestellt werden, dass die Sonnenstrahlen auf ein sog. Absorberrohr reflektiert werden
- in den Absorberrohren befindet sich Wasser, welches erhitzt und zu Wasserdampf wird
- der Wasserdampf treibt dann in dem Wasser-/Dampfkreislauf eine Dampfturbine an, die Strom produziert, der weitergeleitet wird in die Stadt
- der Dampf kühlt dann wieder ab zu Wasser, welches dann erneut zum Absorberrohr geleitet wird

Folie 3 (1-3) | Fresnel-Kollektoren

- hier kann man den Strahlengang an den Spiegeln nochmal genauer betrachten
- auf die Spiegel treten aus der gleichen Richtung die Sonnenstrahlen auf
- je nach Neigung der Spiegel werden die Strahlen dann in unterschiedliche Weise reflektiert
- die Spiegel sollten dabei selbstverständlich möglichst so eingestellt sein, dass die reflektierten Strahlen das Absorberrohr, mindestens aber den Reflektor treffen

Folie 4 | Modellierungskreislauf

- nun wollen wir gemeinsam mit euch den ersten Schritt des Modellierungskreislaufs gehen. Wir befinden uns also gerade an dem Punkt, an dem wir uns über die reale Situation in einem Solarkraftwerk bewusst sind
- eure erste Aufgabe wird gleich lautet, dass ihr euch überlegt, wie die Spiegel optimal eingestellt werden können. Es ist also nötig mit Hilfe von Mathematik eine Lösung zu finden
- nun gehen wir den Schritt der Vereinfachung, sodass wir hinterher eine vereinfachte Situation erhalten

1/2

Folie 5 | Modellierung der Fresnel Kollektoren

- wir können das Solarkraftwerk als zweidimensionalen Querschnitt betrachten, wie in diesem Bild
- nun werden alle Teile des Bildes erklärt und die Zuordnung zum realen Objekt geschaffen
- wenn wir aber eine Einstellung des Spiegels für die zweidimensionale Situation gefunden haben, können wir diese auch auf die dreidimensionale Situation anwenden

Folie 6 | Eure Aufgabe

- Bei dieser Folie sollte der Betreuer das Modell neben sich stehen haben und anhand diesem die Aufgaben des Tages kurz erläutern
- Beispielsweise: " Heute sollt ihr herausfinden, wie man den Spiegel optimal einstellen muss, damit die Sonnenstrahlen immer auf das Absorberrohr reflektiert werden, welche Energie der Sonne der Spiegel einfängt und wie viel Energie letztlich am Absorberrohr für die Erhitzung des Wassers genutzt werden kann." Dabei zeigt der Betreuer auf die einzelnen Bestandteile des Modells oder bewegt den Spiegel dabei etc.

Folie 7 | Bearbeitung

- wie eben schon im Modellierungsvortrag erwähnt, werden wir heute mit MATLAB arbeiten. Dadurch werdet ihr eine Alternative zum herkömmlichen Taschenrechner kennenlernen, sowie eines der gängigsten Mathematikprogramme nutzen. Für die meisten wird die Nutzung zwar zunächst etwas ungewöhnlich sein, aber ihr werdet zum einen gleich eine kurze Einführung in das Programm bekommen und bei Fragen stehen wir euch selbstverständlich zur Seite
- Außerdem möchten wir, dass ihr in Partnerarbeit an einem Laptop zusammenarbeitet

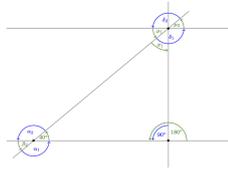
Folie 8 | Bearbeitung

- bei uns ist es üblich, dass ihr eure Ergebnisse kurz präsentiert. So können wir gemeinsam die Ergebnisse vergleichen und über die Aufgaben diskutieren. Wir werden uns zum einen vor der Mittagspause kurz Zeit nehmen einige Aufgaben zu besprechen und nochmal am Ende des Tages

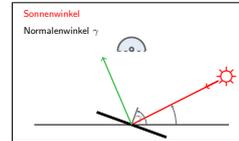
Folie 9 | Bei Fragen oder Unklarheiten

- Selbstverständlich könnt ihr euch heute auch verschiedener Hilfen bedienen

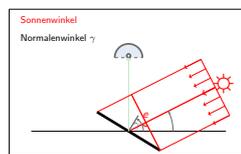
D. Vorstellungsfolien



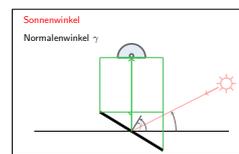
Navigation icons: back, forward, search, etc.



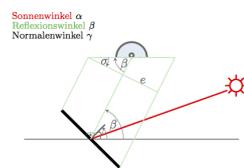
Navigation icons: back, forward, search, etc.



Navigation icons: back, forward, search, etc.



Navigation icons: back, forward, search, etc.



Navigation icons: back, forward, search, etc.

E. Informationen für die Betreuer

E.1. Methodisches Konzept

CAMMP day
Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk



RWTH AACHEN
UNIVERSITY

Methodisches Konzept zur Durchführung eines CAMMP days

CAMMP day regulär

Dauer: 0,5 h Einführung + 2,5-3 h Bearbeitungsdauer + 1 h Nachbesprechung + Pausen

Methodisches Konzept: Die Schüler werden bei der Modellierung eines Solarkraftwerks beim ersten Schritt, das Vereinfachen, vom Betreuer begleitet. Danach erarbeiten die Schüler die weiteren Schritte des Modellierungskreislaufs selbstständig und erhalten lediglich Hilfestellungen durch die Betreuer. Diese Hilfestellung kann dabei sehr individuell, je nach Ermessen des Betreuers, erfolgen. Die Bearbeitung erfolgt in Partnerarbeit. Bei einer ungeraden Anzahl an Schülern kann auch eine Gruppe von drei Schülern entstehen. Eine Sicherung erfolgt durch eine Besprechung der Arbeitsergebnisse mit den Betreuern innerhalb der Gruppe und durch die Ergebnispräsentationen der Schüler vor der Mittagspause und am Ende des Tages.

Ziel: Am Ende des CAMMP days, sollten alle Schüler verstanden haben wie ein Solarkraftwerk aufgebaut ist und wie man dieses mit Hilfe von Vereinfachungen modellieren kann. Zudem sollten die Schüler verstanden haben wie man die Spiegel abhängig vom Sonnenstand einstellen und wie man auf eine solche Formel kommen kann. Durch Hilfekarten und Unterstützung der Betreuer sollten die Schüler auch verstanden haben wie man die Leistung, die am Absorberrohr ankommt mit Hilfe von mathematischer Modellierungen berechnen kann.

Ablauf:

1. Begrüßung, Einführungsvortrag CAMMP day allgemein (*presentation course*), Unterschriftenliste
2. *Modellierungsvortrag* für jüngere Schüler in deutscher Sprache
3. Modulvortrag (*solarkraftwerk-presentation-young*) halten. Bei der Vorbereitung kann sich an den Hinweisen zum Vortrag orientiert werden (*Betreuerinformationen-solar-presentation-young*). Die SuS erhalten durch den Film und die Bilder einen Einblick in den Aufbau und die Funktionsweise eines Solarkraftwerks. Zudem werden die Probleme angerissen, die im Nachhinein bearbeitet werden sollen.
4. Nun wird durch die MATLAB-Einführung (*Einführung_solar*) das Programm MATLAB näher erläutert
5. Mit Hilfe des Aufgabenblattes (*solarkraftwerk-problem-young*) bearbeiten die Schüler die Aufgaben. Dabei werden sie durch vier Hilfekarten (*solarkraftwerk-help-Einheitskreis*, *solarkraftwerk-help2-Bild*, *solarkraftwerk-help3-Bild* und *solarkraftwerk-help3-Leistung*) oder das Hilffssystem in MATLAB unterstützt. Eine weitere Hilfemöglichkeit für die Aufgabe 2 bietet sich durch das Model an. Dieses kann entweder angeleitet durch den Betreuer oder den Schülern selbst dazu genutzt werden das Prinzip Einfallswinkel = Ausfallswinkel kennenzulernen. Für die Lösungen der Aufgaben können die Betreuer das Arbeitsblatt (*solarkraftwerk-problem-young-solution*) nutzen. Zur Bearbeitung verwenden die SuS die MATLAB Datei *fresnel.m*, die in dem Code Ordner für das Solarkraftwerkmodul bei MATLAB gespeichert sein muss.
Die Zusatzaufgabe (*solarkraftwerk zusatzaufgabe*) erhalten schnellere Schüler, nachdem sie das 1. Arbeitsblatt vollständig bearbeitet haben. Hierzu gibt es eine Hilfekarte (*solarkraftwerk-help-Zusatzaufgabe*), die bei Bedarf von den Betreuern ausgeteilt werden kann.
6. Kurz vor der Mittagspause: Sicherung der Ergebnisse. Einzelne Schüler stellen ihre Ergebnisse der ersten Aufgaben vor. Zusätzlich sollen die Schüler über die Aufgaben in eine Diskussion

1/77

treten, in die sich die Betreuer auch einbringen können bzw. sollen. Letztlich muss die Richtigkeit der Aufgaben von den Betreuern gesichert werden.

7. Mittagspause

8. Die Bearbeitung der Aufgaben wird fortgeführt.

9. Eine halbe Stunde vor dem Ende findet eine erneute Ergebnispräsentation der Schüler statt. Nun werden alle Aufgaben besprochen, die nach der Mittagspause von den Schülern erarbeitet wurden. Schließlich wird mit dem Abschlussvortrag CAMMP day (*presentation close*) der Tag beendet.

10. Evaluation

2??

E.2. Musterlösungen zu den Aufgaben

CAMMP day
Spiegelaufstellung in einem
Solarkraftwerk



Musterlösung zu den Aufgaben

Aufgabe 1

Für diese Aufgabe ergeben sich folgende Winkelpaare und Winkelgrößen:

Nebenwinkel: $\alpha_1 + \beta_1, \alpha_1 + \beta_2, \alpha_2 + \beta_2, \alpha_2 + \beta_1, \mu_1 + \delta_1, \mu_1 + \delta_2, \mu_2 + \delta_1, \mu_2 + \delta_2$

Scheitelwinkel: $\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2, \mu_1 + \mu_2, \delta_1 + \delta_2$

Stufenwinkel: $\alpha_1 + \delta_1, \alpha_2 + \delta_2, \beta_1 + \mu_2, \beta_2 + \mu_1$

Wechselwinkel: $\alpha_1 + \delta_2, \alpha_2 + \delta_1, \alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \mu_1, \beta_1 + \mu_2$

$\beta_2 = 40^\circ$

$\alpha_1 = 140^\circ$

$\alpha_2 = 140^\circ$

$\delta_1 = 140^\circ$

$\delta_2 = 140^\circ$

$\mu_1 = 40^\circ$

$\mu_2 = 40^\circ$

$\sigma_1 = 50^\circ$

Aufgabe 2

Für den Normalenwinkel können die Schüler die Formel durch Radian oder Degree angeben:

$$\text{normalWinkel} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \text{sonnenwinkelInRad} \right)$$

oder

$$\text{normalWinkel} = \frac{1}{2} (90^\circ + \text{sonnenwinkelInDeg})$$

Aufgabe 3

Um die Variable Leistung auf Spiegel berechnen zu können, muss zunächst die Länge von e bestimmt werden. Diese kann durch Anwendung von cos oder sin berechnet werden.

$$e = \text{breiteSpiegel} \cdot \cos(\text{normalWinkel} - \text{alphaInRad})$$

oder

$$e = \text{breiteSpiegel} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \text{normalWinkel} + \text{alphaInRad}\right)$$

Nun kann die Leistung auf Spiegel bestimmt werden durch:

$$\text{leistungAufSpiegel} = \text{sonnenstrahlung} \cdot e$$

Aufgabe 4

Den Anteil kann man berechnen durch:

$$\text{anteil} = \min \left\{ \frac{\text{breiteKollektor}}{e}, 1 \right\}$$

Dadurch wird sichergestellt, dass der Anteil nur mit 100% berechnet wird, auch wenn die Breite des Kollektors größer ist als die Länge e .

1/2

Aufgabe 5

Die letzte Leistung am Rohr kann dann durch:

$$leistungAmRohr = leistungAufSpiegel \cdot anteil$$

bestimmt werden.

Zusatzaufgabe 6

Für die Verschiebung der Spiegel ergibt sich zunächst eine Fallunterscheidung für den Winkel β . In MATLAB kann diese wie folgt vorgenommen werden:

```
if (x<0)
beta = atan(hoeheKollektor/abs(x));
elseif (x>0)
beta = pi - atan(hoeheKollektor/x);
elseif (x==0)
beta = pi/2;
end
```

Für den normalen Winkel ergibt sich daraus die Formel:

$$\text{normalWinkel} = \frac{1}{2}(\beta + \text{alphaInRad})$$

Für die Länge e ergibt sich dann folgende Formeländerung:

$$e = \text{breiteKollektor} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

Daher müssen die Formeln zum Anteil und der Leistung, die am Absorberrohr ankommt, mit dem neu berechneten e berechnet werden.

E.3. Basic paper

1 Motivation

Der Energiesektor befindet sich im Moment in einem großen Umbruch. Spätestens durch den beschlossenen Ausstieg aus der Kernenergie rückt die Frage wie diese Energiequelle ersetzt werden kann in den Vordergrund. Es bieten sich hier zwei Alternativen: 1. Ersatz durch konventionelle, fossile Kraftwerke oder 2. durch regenerative Energien. Zu den regenerativen Energien gehören u.a. Wasserkraft, Photovoltaik, Biomasse, solar- und geothermische Kraftwerke, Windenergie und exotische Ansätze, wie z.B. Gezeiten- und Osmosekraftwerke. Hierbei ist es sinnvoll, die passenden regenerativen Energieformen für das betrachtete Gebiet zu wählen.

In diesem Modul betrachten wir solarthermische Kraftwerke die mittels langer Spiegel das Sonnenlicht auf ein Absorberrohr konzentrieren und dadurch die in diesem Rohr enthaltene Flüssigkeit erhitzen. Anschließend kann diese Wärme konventionell in Elektrizität umgewandelt werden oder in großen Speichern mittels heißem Wasser oder Salzes gespeichert werden. Hier zeigt sich sofort ein Vorteil der Solarthermie gegenüber der Photovoltaik: Es ist technisch einfacher Energie in Form von Wärme zu speichern als mit Akkus oder mechanischer Verfahren (z.B. Schwungräder). So eignen sich die in diesem Modul betrachteten solarthermischen Kraftwerke besonders für sonnenreiche Gegenden, wie z.B. Spanien, Californien und den Magreb.

Beim Bau solcher Kraftwerke versucht man natürlich möglichst wirtschaftlich zu sein. Dabei kann man eine geplante Anlage im Voraus durch numerische Simulation auf Wirtschaftlichkeit überprüfen. Zusätzlich will man natürlich ein möglichst optimales Kraftwerk bauen, d.h. die vorhandene Sonneneinstrahlung so gut möglich ausnutzen. Optimierungsparameter sind hier z.B. Reflektorgöße und -form, Höhe des Absorberrohrs, Anzahl der Elemente, verwendete Flüssigkeiten und Wartungsaufwand. Um eine Optimierung am Computer durchzuführen muss man viele mögliche Parameterkonstellationen simulieren. Und um das Kraftwerk zu simulieren benötigen wir im Vorfeld natürlich zuerst ein Modell des Kraftwerks. Dieses Modell aufzustellen ist der Inhalt dieses CAMMP Moduls.

Im Bereich der solarthermischen Kraftwerke gibt es verschiedene verbreitete Konzepte. Die zwei bekanntesten stellen Solarturmkraftwerke mit einem oder zwei relativ kleinen Absorbern (siehe [?] und Abbildung ??) und solarthermische Kraftwerke mit sehr ausgedehnten Absorbern dar. Bei zweiter Art, kann man unterscheiden zwischen Kraftwerken mit Parabolrinnenspiegeln und Fresnelspiegeln. Bei Parabolrinnenkraftwerken (siehe hier und Abbildung ??) wird pro Absorber ein einzelner, parabolisch geformter Reflektor verwendet, in dessen Brennpunkt das Absorberrohr aufgehängt wird. Dies hat den Vorteil einer bestmöglichen Reflektionseffizienz. Dem entgegen stehen die hohen Kosten für die Herstellung und Pflege der Parabolspiegel und häufig die Notwendigkeit nicht nur den Spiegel, sondern auch das Absorberrohr, bewegen zu müssen. Bei Fresnelkraftwerken (siehe [?] und Abbildungen ?? und ??) wird anstelle einer Parabolrinne eine Reihe von ebenen Spiegeln verwendet, die, der Idee von Fresnellinsen folgend, das einfallende Licht richten. Es wird versucht, möglichst viel des einfallenden Lichtes auf das Absorberrohr zu reflektieren. Um die Ausbeute zu verbessern, wird zusätzlich über einen Sekundärreflektor Licht, das das Absorberrohr nur knapp verfehlt, auf das Absorberrohr reflektiert. Der Sekundärreflek-

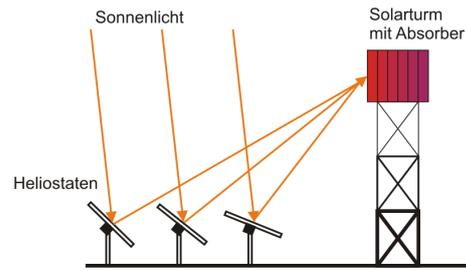


Abbildung 1: Schema eines Solarturm-Kraftwerks (Quelle:Wikipedia)

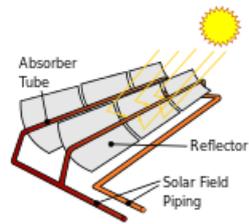


Abbildung 2: Schema eines Parabolrinnen-Kraftwerks (Quelle:Wikipedia)

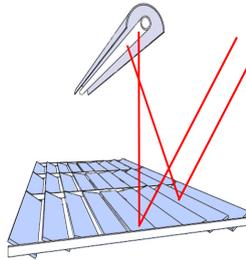


Abbildung 3: Schema eines Fresnel-Kraftwerks

tor könnte hier wieder durch einen, deutlich kleineren, Parabolspiegel umgesetzt werden. Vorteile dieses Systems wären die geringeren Kosten der flachen Spiegel und die Möglichkeit ein unbewegliches Absorberrohr zu verwenden. Dies wird natürlich durch eine geringere Energieausbeute erkauft.

2 Modellierung eines Fresnelkraftwerks

Zunächst wollen wir noch einmal den grundsätzlichen Aufbau eines Fresnel-Kraftwerkes betrachten. In Abbildung ?? können wir erkennen, dass wir einen geschlossenen Wasser/Dampf-Kreislauf haben. Das Wasser fließt durch die einzelnen Absorberrohre, wird in diesen durch das von den Spiegeln reflektierte Licht erhitzt und (teilweise) verdampft, treibt anschließend eine Dampfturbine an, wird anschließend weiter abgekühlt und dadurch wieder verflüssigt. Wir sehen also, dass es dem Grundaufbau eines konventionellem Kraftwerks folgt und nur die Sonne als Wärmequelle verwendet wird.

Unter der Annahme, dass Abschattungseffekte vernachlässigt werden können, kann jedes System bestehend aus einem Absorberrohr und den zugehörigen Spiegeln unabhängig von den anderen Systemen betrachtet werden. Genauso können wir den Effekt jedes Spiegels auf das Absorberrohr einzeln modellieren. Eine weitere Vereinfachung erhalten wir, indem wir nicht den ganzen Spiegel und das ganze Absorberrohr betrachten, sondern ausschließlich einen Querschnitt durch das System aus Spiegel und Absorber. Hierbei vernachlässigen wir allerdings Effekte die sich dadurch ergeben, dass die Sonne sich nicht ausschließlich in der Ebene des Querschnitts durch Spiegel und Absorberrohr bewegt. Wir verlieren also Tiefeninformationen, die dazu führen können, dass z.B. nicht das ganze Absorberrohr beschienen wird. Diese Annahme lässt sich für ausreichend lange Systeme rechtfertigen.

Unsere Modellierung setzt sich aus folgenden Schritten zusammen:

1. Bestimmung der Ausrichtung des Spiegels;



Abbildung 4: Bild eines Fresnel-Kraftwerks

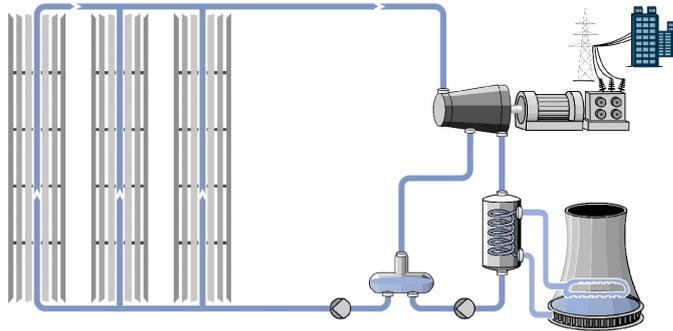


Abbildung 5: Aufbau eines Fresnel-Kraftwerks

2. Modellierung der Leistung die das Absorberrohr erreicht, mit folgenden Unterschritten:
 - (a) Leistung die auf dem Spiegel anliegt;
 - (b) Anteil des reflektierten Strahlenbündels, das den Sekundärreflektor erreicht;
 - (c) Leistung die am Absorberrohr anliegt.
3. Modellierung eines verschobenen Spiegels;
4. Modellierung der pro Tag eingefangenen Energie;
5. Modellierung von Störungen;
6. Optimierungsstrategien auf Basis des Modells.

2.1 Ausrichtung des Spiegels

Als erstes müssen wir bestimmen, wie der Spiegel ausgerichtet sein muss, damit ein Sonnenstrahl, der am Spiegelmittelpunkt reflektiert wird, das Absorberrohr trifft. Hierbei nehmen wir an, dass:

1. alle Sonnenstrahlen perfekt parallel einfallen;
2. der Spiegelmittelpunkt unterhalb des Mittelpunktes des Absorberrohres liegt;
3. der Horizont parallel zum Erdboden durch den Mittelpunkt des Spiegelschnittes verläuft (siehe Abbildung ??);
4. der Sonnenstand als Winkel α gegeben ist, wobei α den Winkel zwischen Sonne und Horizont beschreibt; und
5. der Spiegel exakt in jeden Winkel geneigt werden kann.

Annahmen 2-4 sind hier reine Modellierungsannahmen die keine Fehler einführen. Dagegen stellen Annahmen 1 und 5 Annahmen dar, die in der Realität nicht erfüllt sind und damit Fehler einführen. Die Sonnenstrahlung trifft auf Grund atmosphärischer Effekte nicht perfekt parallel ein. Da der Motor der den Spiegelwinkel einstellt nicht beliebig genau arbeitet, kann eigentlich nicht jeder Winkel genau eingestellt werden. Die Fehler aus diesen Annahmen werden in späteren Fragen diskutiert.

Wir definieren, dass die Stellung des Spiegels als Winkel γ bezeichnet wird, wobei γ den Winkel zwischen dem Normalenvektor des Spiegels und dem Horizont beschreibt. Zusätzlich definieren wir den Winkel β , der die Reflexionsrichtung der Sonnenstrahlen bezeichnet, d.h. den Winkel zwischen reflektierem Sonnenstrahl und Horizont. Siehe hierzu Abbildung ?. Auf Grund von Annahme 2 suchen wir $\beta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$. Aus der Physik wissen wir, dass gilt:

$$\text{Einfallswinkel} = \text{Ausfallswinkel}$$

Es muss also gelten:

$$\beta - \gamma = \gamma - \alpha$$

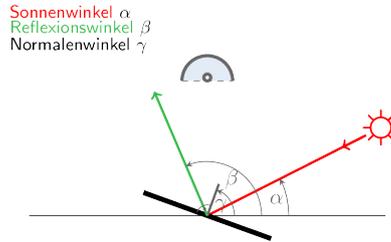


Abbildung 6: Ein- und ausfallendes Licht

Oder aufgelöst nach γ

$$\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

2.2 Leistung am Absorberrohr

Jetzt wo der Spiegel richtig eingestellt ist, modellieren wir, welche Leistung am Absorberrohr anliegt. Um die Ausbeute zu steigern, befindet sich um das Absorberrohr ein Sekundärreflektor, der Strahlen die ihn treffen voll auf das Absorberrohr bündelt. Wir teilen diesen Modellierungsschritt in drei Teilschritte auf: Zuerst bestimmen wir die Leistung pro Meter, die am Spiegel anliegt. Anschließend bestimmen wir den Anteil des reflektierten Strahlenpakets, das den Sekundärreflektor trifft, um abschließend aus diesen beiden Ergebnissen die Leistung die Am Rohr anliegt zu bestimmen.

2.2.1 Leistung am Spiegel

Als nächsten Schritt bestimmen wir, welche Leistung das Sonnenstrahlenpaket hat, dass vom Spiegel reflektiert wird. Wir nehmen an:

1. Die Breite l des Spiegel ist gegeben.
2. Die Leistung pro Meter der Sonnenstrahlung ist gegeben als L .

Wir betrachten hier die Größe Leistung pro Meter an Stelle der Größe Leistung pro Fläche auf Grund der Dimensionreduktion. Hierbei kommt der Cosinuseffekt ins Spiel. Ein einfaches Beispiel soll diesen Effekt verdeutlichen: Wenn Du beim Autofahren Deine Hand so aus dem Fenster hältst, dass die Innenhandfläche nach vorne zeigt und aufgerichtet ist, wirst Du einen starken Winddruck spüren. Neigst Du Deine Hand nun nach vorne oder hinten, wird dieser Druck nachlassen, weil nun weniger Luft auf Deine Hand trifft. Ähnlich verhält es sich auch hier. Aus dem Beispiel kann man leicht nachvollziehen, dass das Strahlenpaket das den Spiegel erreicht nur die Breite hat, die der Länge eines Stockes

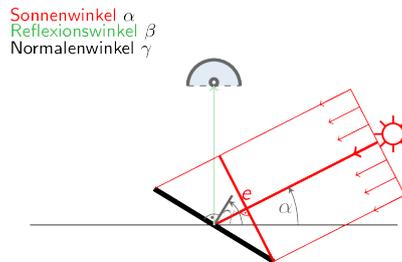


Abbildung 7: Cosinuseffekt

entspricht der orthogonal zu den Strahlen steht und dessen Schatten einmal den ganzen Spiegel abdunkelt. Nur dann, wenn der Spiegel orthogonal zu den Sonnenstrahlen steht, erreicht ein Strahlenpaket der Breite l den Spiegel. In allen anderen Fällen wird das Strahlenpaket schmaler sein. Wir bezeichnen die Länge dieses imaginären Stocks mit e . In Abbildung ?? erkennen wir, dass der Stab mit dem Spiegel ein rechtwinkliges Dreieck erzeugt. Wir wissen, dass der Normalenvektor senkrecht auf dem Spiegel steht und kennen die Winkel α und γ . Also können wir den Winkel δ zwischen Strahlen und Spiegel bestimmen:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - (\gamma - \alpha)$$

Hieraus können wir nun den Winkel ϵ zwischen hypothetischem Stab und Spiegel und rechts bestimmen:

$$\epsilon = \frac{\pi}{2} - \delta = \gamma - \alpha$$

Hieraus lässt sich nun leicht die Länge des Stabs bestimmen:

$$e = l \cos(\epsilon) = l \cos(\gamma - \alpha)$$

Die Leistung L die am Spiegel anliegt beträgt also:

$$L_S = eL$$

2.2.2 Anteil des Strahlenbündels der den Sekundärreflektor trifft

Wir setzen folgende Annahme:

1. Alle Strahlen, die den Sekundärreflektor treffen, werden auf das Absorberrohr reflektiert.
2. Die Breite des Sekundärreflektors b ist gegeben.

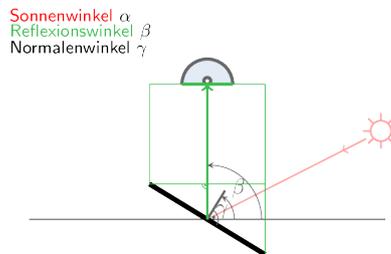


Abbildung 8: Reflektiertes Strahlenbündel

Wir nutzen wieder:

$$\text{Einfallswinkel} = \text{Ausfallswinkel}$$

Daraus ergibt sich, dass das reflektierte Strahlenbündel auch Breite e und Leistung \tilde{L} hat (siehe Abbildung ??). Da die Strahlen senkrecht auf die konvexe Hülle des Sekundärreflektors treffen, können wir den Anteil des reflektierten Strahlenbündels der den Sekundärreflektor trifft schreiben:

$$a = \min \left\{ 1, \frac{b}{e} \right\}$$

Hier ist wichtig darauf zu achten, dass $a \leq 1$ gelten muss, da sonst Leistung – und damit Energie – aus dem Nichts entstehen könnte.

2.2.3 Leistung am Rohr

Die Leistung die am Absorberrohr L_R ankommt, ist also gegeben durch:

$$L_R = aL_S$$

2.3 Verschobene Spiegel

Bisher haben wir angenommen, dass sich der Spiegelmittelpunkt unterhalb des Absorberrohres befindet und damit gilt: $\beta = \frac{\pi}{2}$. Nun wollen wir betrachten, wie ein seitlich verschobenere Spiegel zu modellieren ist. Wir nehmen an:

1. Der Spiegelmittelpunkt ist um d nach rechts verschoben.

Aus der Verschiebung folgt für $d \neq 0$, dass gilt $\beta \neq \frac{\pi}{2}$. Wir bestimmen also zunächst β . Man sieht leicht, dass wenn man ein Lot vom Absorberrohr fällt, sich ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Spiegelmittelpunkt ergibt. Der Innenwinkel $\tilde{\beta}$ am Spiegelmittelpunkt lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\tilde{\beta} = \tan^{-1} \frac{h}{d}$$

Für β erhalten wir die Formel:

$$\beta = \begin{cases} \tilde{\beta} & \text{für } d < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } d = 0 \\ \pi - \tilde{\beta} & \text{für } d > 0 \end{cases}$$

Diese Fallunterscheidung ist sehr wichtig. Mit dem Wert für β können wir nun wieder die oben hergeleitete Formel für γ verwenden:

$$\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

Genauso können wir die Formel zur Bestimmung der am Spiegel anliegenden Leistung L_S weiter verwenden, da sich hier nichts verändert hat.

Anders sieht das für den am Sekundärreflektor ankommenden Anteil aus (siehe Abbildung ??). Hier können wir nicht mehr einfach die simple Formel $a = \min\left\{1, \frac{b}{e}\right\}$ annehmen, sondern müssen erneut einen Cosinuseffekt beachten. Wir betrachten hierzu das obere rechtwinklige Dreieck, das durch den Winkel σ , die Strahlenbündelbreite e und deren Projektion auf die Horizontale definiert ist. Wie in der Abbildung zu sehen ist, lässt sich β leicht als Wechsel-/Z-Winkel in diesem Dreieck finden. Für den Fall einer Linksverschiebung ($d < 0$) erhalten wir:

$$\sigma_t = \frac{\pi}{2} - \beta$$

Für den Fall einer Rechtsverschiebung ($d > 0$) erhalten wir:

$$\sigma_r = \beta - \frac{\pi}{2}$$

Wir können σ also schreiben als:

$$\sigma = \left| \beta - \frac{\pi}{2} \right|$$

Somit lässt sich die Länge der Projektion e_p bestimmen als:

$$e_p = \frac{e}{\cos(\sigma)}$$

Damit ist der Anteil des am Sekundärreflektor ankommenden Strahlenbündels:

$$a_p = \min\left\{1, \frac{b}{e_p}\right\}$$

Die Leistung \tilde{L}_R die am Absorberrohr ankommt beträgt also:

$$\tilde{L}_R = a_p L_S$$

Explizit sei noch erwähnt, dass der in der Mitte des Spiegels reflektierte Strahl auch durch den Mittelpunkt Projektion e_p verläuft (lässt sich leicht über Strahlensätze zeigen).

Sonnenwinkel α
 Reflexionswinkel β
 Normalenwinkel γ

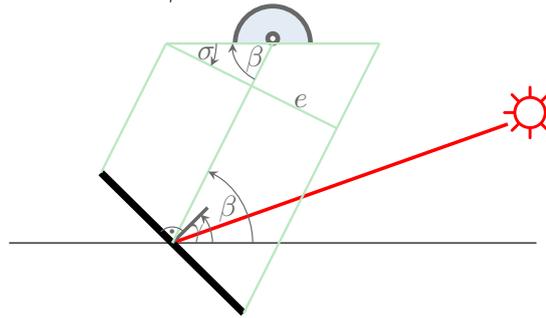


Abbildung 9: Strahlengang bei verschobenem Spiegel

2.4 Eingefangene Energie innerhalb eines Tages

Bisher haben wir ausschließlich betrachtet, welche Leistung zu einer bestimmten Zeit am Absorber anliegt. Für den Betrieb des Kraftwerks ist diese Information zwar wichtig, wichtiger ist allerdings, wie viel Energie im Laufe eines Tages, einer Woche oder eines Jahres aufgenommen werden kann. Wie bereits oben beschrieben, eignen sich besonders solarthermische Anlagen dafür, die erzeugte Energie in Form von Wärme zu speichern. Dies lässt sich z.B. alternativ auch bei Neubaugebieten in unseren Breiten nutzen [?] [?].

Die über einen Tag eingefangene Energie entspricht natürlich dem Integral über den Tag über die Leistung am Absorberrohr. Hier sehen wir drei Probleme:

1. Die meisten Schüler werden noch nicht mit dem Integralbegriff vertraut sein.
2. Falls eine analytische Form der Leistung angebar wäre, wäre diese zu komplex um sie zu integrieren.
3. Auf Grund der inhärenten Unsicherheiten in den Daten, würde eine analytisches Integral eine Genauigkeit vortäuschen, die die Daten nicht einlösen können.

Alle drei Punkte lassen sich durch numerische Integration lösen. Das System von Unter- und Obersummen lassen sich leicht verstehen und kann von den Schülern selber hergeleitet werden.

Wir nehmen nun an, dass wir den Tag in Zeitintervalle der Länge Δt einteilen, wobei $n = \frac{24h}{\Delta t}$ ganzzahlig sei. Sei $L(t)$ die Leistung zum Zeitpunkt t . Wir können nun die über den Tag eingefangene Energie E annähern durch:

$$E = \sum_{i=0}^{n-1} L(t) \Delta t$$

Implementiert wird dies natürlich durch eine Schleife, die über die Zeitschritte iteriert. Zu bedenken ist hier, dass der Zeitschritt nicht zu klein gewählt werden sollte. Einerseits sind die Daten nicht genau genug, um einen kleinen Zeitschritt zu rechtfertigen, andererseits verlängert dies (v.a. bei Betrachtung von Fehlern und bei der Optimierung) die Laufzeit der Simulation deutlich.

2.5 Modellierung von Störungen

Bisher haben wir angenommen, dass wir den genauen Sonnenwinkel α kennen und der Spiegel beliebig genau eingestellt werden kann. Beide Annahmen wollen wir nun ablegen. Wir modellieren die Fehler dadurch, dass wir auf den Normalenwinkel des Spiegels einen zufälligen Fehler addieren. Nun stellt sich die Frage, wie sich dieser Fehler auswirkt. Man sieht leicht, dass sich auf jeden Fall der Ausfallwinkel ändert und damit alle davon abhängenden Größen. Das bedeutet v.a., dass der Strahl, der im Mittelpunkt des Spiegels reflektiert wird, nicht mehr die Mitte des Absorbers treffen muss. Es müssen nun vier verschiedene Fälle unterschieden werden:

1. Der komplette Sekundärreflektor wird beschienen.
2. Die Breite der Projektion e_p ist kleiner als die Breite des Sekundärreflektors und alle Strahlen im Bündel treffen den Sekundärreflektor.
3. Es gehen Strahlen links am Sekundärreflektor vorbei, aber nicht rechts.
4. Es gehen Strahlen rechts am Sekundärreflektor vorbei, aber nicht links.

In Fällen 1. und 2. können wir die alten Formeln für den Anteil verwenden. Bei Fällen 3. und 4. muss nun die Breite des Teils der Projektion bestimmt werden, der den Sekundärreflektor trifft. Nehme eine Störung ϵ an. Den gestörten Normalenwinkel benennen wir mit $\gamma^* = \gamma + \epsilon$ und den zugehörigen Ausfallwinkel mit β^* . Wir nehmen an, dass $\beta^* < \frac{\pi}{2}$ und die Verschiebung $d < 0$ (siehe Abbildung ??). Zunächst werden wir berechnen, mit welchem Abstand der im Spiegelmittelpunkt reflektierte Strahl den Kollektor verfehlt. Wir können ein Lot von dem Punkt an dem der mittlere Strahl Höhe h erreicht auf den Horizont fallen. Somit ergibt sich ein rechtwinkliges Dreieck mit Winkel β^* , Gegenkathete h und Ankathete $d - f$. Somit erhalten wir:

$$\cot(\beta^*) = \frac{d - f}{h}$$

$$f = d - \cot(\beta^*)h$$

Wir betrachten nun die beiden Hälften des Sekundärreflektors getrennt. Für die rechte Hälfte finden wir den Anteil:

$$a_{rechts} = \max \left\{ \frac{e_p - f}{\frac{e_p}{2}}, 1 \right\}$$

- [3] Saisonaler Erdsonden-Wärmespeicher Crailsheim, M. Riegger, <http://www.solites.de/download/literatur/bbr.09.2008.Riegger.pdf>
- [4] Planungsoptimierung und Bau des solaren Nahwärmesystems mit saisonalem Kies-Wasser-Wärmespeicher in Eggenstein-Leopoldshafen, M. Riegger, D. Mangold, <http://www.solites.de/download/literatur/08-Otti-Riegger.pdf>

F. MATLAB Codes

F.1. MATLAB Einführung

```
clc
clear all

%% Einfuehrung in Matlab - Modul: Solar %%

% Einfache Operationen
% Hinweis: Wenn wir kein Semikolon hinter die Operation machen, dann
wird
% der Wert ausgegeben. Mit einem Semikolon unterdruecken wir die
Ausgabe.
2+3
2*4;

% Wir koennen Werte auch unter einem Namen speichern, um sie spaeter
% benutzen zu koennen
a = 2+3;
m = 2*4;

a
m

% Hier soll der Unterschied zwischen Grad- und Bogenmafl wieder
verdeutlicht
% werden. Schaeue dir dazu die unterschiedlichen Ausgaben an
% Rechnet man im Gradmafl muss man hinter den Trigonometrischen
Funktionen
% ein d fuer grad( englisch: degree) hinzufuegen (sind,cosd,tand)
sRad = sin(pi/2)
sDeg = sind(90)

%%
% Uebungsaufgabe 1
% Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Seitenlaengen 3m, 4m,
5m.
% gesucht ist der Winkel zwischen Hypothenuse und Ankathete.
% Berechne den Winkel mit allen moeglichen Varianten der
Trigonometrischen
% Funktionen (sin,cos,tan).

% Ersetze dazu NaN

% gegebene Seitenlaengen
a=3;
b=4;
c=5;

% Winkelfunktionen
CosAlpha=NaN;
SinAlpha=NaN;
TanAlpha=NaN;
```

F.2. MATLAB Code Bisher

```
% Setze MATLAB zurück
clc
clear all

#####
% Eingabewerte %
#####

% Uhrzeit
zeit = 10

% Position des Spiegels
x = 0

% Breite des Spiegels
breiteSpiegel = 1.4

% Höhe des Kollektors über dem Spiegel
hoeheKollektor = 2

% Breite des Sekundärreflektors
breiteKollektor = 0.8

% Maximaler Fehler des Spiegelwinkels
fehler = 0

#####
% Bestimmung der vorberechneten Werte %
#####

% vorberechnete Werte
% alphaInDeg - Sonnenwinkel [°]
% alphaInRad - Sonnenwinkel [rad]
% sonnenstrahlung - Sonnenstrahlung [W/m]
% errorInDeg - Zufälliger Störungswinkel [°]
% errorInRad - Zufälliger Störungswinkel [rad]
% gamma - gestörter Normalenwinkel [rad]
% Wm - Auf dem Spiegel ankommende Leistung [W]
% f - Anteil der am Rohr ankommenden Leistung an der
reflektierten Leistung [0..1]
% Wc - Am Rohr ankommende Leistung [W]
% Wh - Eingefangene Energie eines ganzen Tages [Wh]

[alphaInDeg alphaInRad sonnenstrahlung errorInDeg errorInRad gamma Wm f
Wc Wh] =
computation(zeit,x,breiteSpiegel,hoeheKollektor,breiteKollektor,fehler)
;

#####
% Formeln der Schüler %
```

```

#####
% Normalenwinkel gamma des Spiegels [rad]
normalWinkel = 0;

% Auf dem Spiegel ankommende Leistung [W]
leistungAufSpiegel = 0;

% Anteil der am Rohr ankommenden Leistung
% an der reflektierten Leistung [0..1]
anteil = 0;

% Am Rohr ankommende Leistung [W]
leistungAmRohr = 0;

% Eingefangene Energie eines ganzen Tages [Wh]
EnergieProTag = 0;

#####
% Ausgabe der Werte %
#####

fprintf( 'Normalenwinkel gamma des Spiegels [rad]\n' )
fprintf( 'Euer Wert:\t\t%f\n', normalWinkel )
fprintf( 'Vorberechneter Wert:\t%f\n', gamma )
fprintf( '\n\n' )
fprintf( 'Auf dem Spiegel ankommende Leistung [W]\n' )
fprintf( 'Euer Wert:\t\t%f\n', leistungAufSpiegel )
fprintf( 'Vorberechneter Wert:\t%f\n', Wm )
fprintf( '\n\n' )
fprintf( 'Anteil der am Rohr ankommenden Leistung an der reflektierten
Leistung [0..1]\n' )
fprintf( 'Euer Wert:\t\t%f\n', anteil )
fprintf( 'Vorberechneter Wert:\t%f\n', f )
fprintf( '\n\n' )
fprintf( 'Am Rohr ankommende Leistung [W]\n' )
fprintf( 'Euer Wert:\t\t%f\n', leistungAmRohr )
fprintf( 'Vorberechneter Wert:\t%f\n', Wc )
fprintf( '\n\n' )
fprintf( 'Eingefangene Energie eines ganzen Tages [Wh]\n' )
fprintf( 'Euer Wert:\t\t%f\n', EnergieProTag )
fprintf( 'Vorberechneter Wert:\t%f\n', Wh )

#####
% Graphische Ausgabe %
#####

graphics(x,hoeheKollektor,breiteSpiegel,breiteKollektor,alphaInRad,gamm
a,1)
title( 'Vorberechnete Lösung' )
graphics(x,hoeheKollektor,breiteSpiegel,breiteKollektor,alphaInRad,
normalWinkel,2);
title( 'Deine Lösung' )

```

F.3. MATLAB Code Mittelstufe

```
% Setze MATLAB zurueck
clc
clear all

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Eingabewerte %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Uhrzeit
zeit = 10

% Position des Spiegels
x = 0

% Breite des Spiegels
breiteSpiegel = 1.4

% Hoehe des Kollektors ueber dem Spiegel
hoeheKollektor = 2

% Breite des Sekundaerreflektors
breiteKollektor = 0.8

% Maximaler Fehler des Spiegelwinkels
fehler = 0

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Bestimmung der vorberechneten Werte %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% vorberechnete Werte

% SonnenwinkelInRad - Sonnenwinkel [rad]
% SonnenwinkelInDeg - Sonnenwinkel [Grad]
% sonnenstrahlung - Sonnenstrahlung [W/m]
% FehlerInRad - Zufaeelliger Stoerungswinkel [rad]
% FehlerInDeg - Zufaeelliger Stoerungswinkel [Grad]

[ SonnenwinkelInDeg, SonnenwinkelInRad, sonnenstrahlung, FehlerInDeg, FehlerInRad ] =
computation(zeit, x, breiteSpiegel, hoeheKollektor, breiteKollektor, fehler)
;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Formeln der Schueler %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Aufgabe 2
% Normalenwinkel gamma des Spiegels [rad]
normalWinkel = NaN;

%% Aufgabe 3
```

```

% Auf dem Spiegel ankommende Leistung [W]
leistungAufSpiegel = NaN;

%% Aufgabe 4
% Anteil der am Rohr ankommenden Leistung
% an der reflektierten Leistung [0..1]
anteil = NaN;

%% Aufgabe 5
% Am Rohr ankommende Leistung [W]
leistungAmRohr = NaN;

%% Zusatzaufgabe 6 Verschiebung des Spiegels

%% Zusatzaufgabe 7 Energie ueber den Tag
% Eingefangene Energie eines ganzen Tages [Wh]
EnergieProTag = NaN;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Ausgabe der Werte %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[SonnenwinkelInDeg, SonnenwinkelInRad, sonnenstrahlung, FehlerInDeg, Fehler
InRad, gamma, Wm, f, Wc, Wh] =
computation(zeit, x, breiteSpiegel, hoeheKollektor, breiteKollektor, fehler)
;
print(normalWinkel, gamma, leistungAufSpiegel, Wm, anteil, f, leistungAmRohr,
Wc, EnergieProTag, Wh, x, hoeheKollektor, breiteSpiegel, breiteKollektor, Sonn
enwinkelInRad);

```

G. Evaluationsbogen

CAMMP day
Wie funktioniert eigentlich ...,
und was hat das mit Mathe zu tun?



Evaluation

Freier CAMMP day – 23. Oktober 2015

Es besteht immer die Möglichkeit unsere Programme zu verbessern und wir würden gerne deine Meinung erfahren. Vielen Dank für deine Rückmeldung.

1. Persönliche Angaben:

Jahrgangsstufe: _____ Geschlecht: weiblich männlich

Leistungskurse: _____

2. Bewertung des Workshops

Brücken Google GPS JPEG mp3 Shazam Solarkraftwerk

	Trifft gar nicht zu (-)	Trifft eher nicht zu (-)	Trifft zum Teil zu (+)	Trifft voll zu (++)
Durch den Workshop habe ich mathematisches Modellieren besser begriffen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Der Vortrag über Modellierung war hilfreich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die Einführung in MATLAB war hilfreich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Der Umgang mit MATLAB fiel mir schwer.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die Aufgaben waren zu einfach.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die Aufgaben waren zu schwierig.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die Hilfekarten waren hilfreich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Das Hilfesystem in MATLAB war hilfreich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Kommentar:

Was würdest du am Workshop verändern bzw. verbessern wollen?

Bitte wenden...

1/2

Was hast du für dich persönlich durch die Teilnahme am Workshop gelernt?

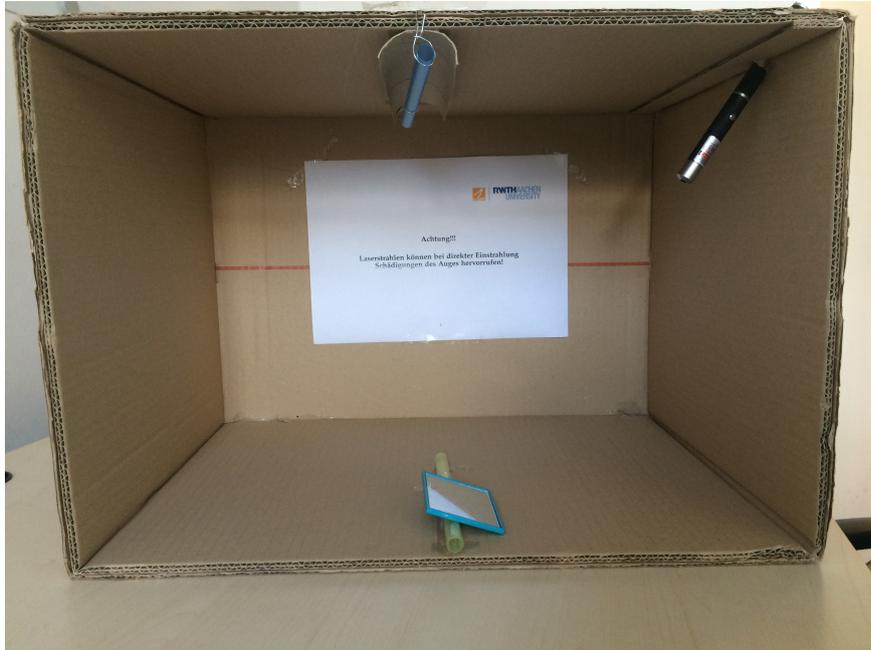
3. Weiterführende Fragen:

	Trifft gar nicht zu (-)	Trifft eher nicht zu (-)	Trifft zum Teil zu (+)	Trifft voll zu (**)
1. Der Workshop hat mein Interesse an den Naturwissenschaften und Technik gesteigert.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Die Anleitungen zu den Aufgaben waren zufriedenstellend und gut verständlich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Die Dozenten haben die Inhalte plausibel und klar dargestellt.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Die Betreuer haben das selbstständige Arbeiten gefördert.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Es wurden interessante Berufe und Studiengänge vorgestellt.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Ich kann mir gut vorstellen, später ein Studium oder eine Ausbildung im Bereich Technik oder Naturwissenschaften aufzunehmen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Ich würde einen solchen Workshop gerne noch einmal besuchen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Kommentar:

Abschließender persönlicher Kommentar (z.B. Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge):

H. Gegenständliches Modell



Eigenständigkeitserklärung

Ich versichere, dass ich die schriftliche Hausarbeit - einschließlich beigefügter Zeichnungen, Kartenskizzen und Darstellungen - selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen der Arbeit, die im Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, habe ich in jedem Fall unter Angabe der Quelle deutlich als Entlehnung kenntlich gemacht.

Aachen, den 14. Januar 2016

Carolin Krahforst

Literaturverzeichnis

- [1] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für das Gymnasium - Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen - Mathematik*, 2007 (letzter Aufruf am 15.10.2015). URL http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_g8/gym8_mathematik.pdf.
- [2] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen - Mathematik*, 2013 (letzter Aufruf am 15.10.2015). URL http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/GOSt_Mathematik_Endfassung.pdf.
- [3] Bernd Westermann. Anwendungen und Modellbildung. *Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II (Timo Leuders, Hg.)*. Cornelsen Scriptor, Berlin, (6. Auflage), 2011.
- [4] Werner Blum. Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht—Herausforderung für Schüler und Lehrer. *Realitätsnaher Mathematikunterricht—vom Fach aus und für die Praxis*, pages 8–23, 2006.
- [5] Katja Maaß. *Mathematisches Modellieren: Aufgaben für die Sekundarstufe I*. Cornelsen Scriptor, 2006.
- [6] Timo Leuders. *Mathematik-Didaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Cornelsen Scriptor, (6. Auflage), 2011.
- [7] Gustav Grüner. Die didaktische Reduktion als Kernstück der Didaktik. *Die Deutsche Schule*, 59(7/8):414–430, 1967.
- [8] Hans-Dietrich Zeuschner. *Die didaktische Reduktion*, 2004 (zuletzt besucht am 07.12.2015). URL <http://www.kfztech.de/gast/zeuschner/reduktion.htm>.
- [9] Jerome S Bruner, Arnold Harttung, Berlin Verlag Arno Spitz, and Verlag L Schwann. *Der Prozeß der Erziehung*. Berlin Verlag Berlin, 1970.

- [10] Jerome S Bruner. *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin-Verlag, 1974.
- [11] Bärbel Barzel, Andreas Büchter, and Timo Leuders. *Mathematik Methodik, Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. 11. Auflage Berlin: Cornelsen Verlag, (6. Auflage), 2011.
- [12] Gislinde Bovet and Volker Huwendiek. *Leitfaden Schulpraxis. Pädagogik und Psychologie für den Lehrberuf*. Berlin, (4. Auflage), 2006.
- [13] Wikimedia Foundation Inc. *Sonnenwärmekraftwerke*. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenwärmekraftwerk>.
- [14] Wolfgang Mattes. *Methoden für den Unterricht.[Hauptbd.]. Kompakte Übersichten für Lehrende und Lernende:[inklusive Schülerheft]*. Schöningh, 2011.
- [15] DESERTEC Foundation. *DESERTEC Foundation: Das weltgrößte Fresnel Solarthermie-Kraftwerk Puerto Errado 2 (PE2)*, 2012 (zuletzt besucht am 09.12.2015). URL <https://www.youtube.com/watch?v=2t5AjB0bGx4>.
- [16] Bernd Weidenmann. *Lernen mit Medien*. na, 2001.
- [17] Wolfgang Mattes. *Routiniert planen-effizient unterrichten: ein Ratgeber*. Schöningh, 2006.
- [18] Wolfgang Schnotz. *Pädagogische Psychologie kompakt*. (2. Auflage), 2011.
- [19] Meyer Hilbert. *Was ist guter unterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor, (7. Auflage), 2010.

Abbildungsverzeichnis

1.	Modellierungskreislauf nach Blum und Leiss (Abbildungsnachweis: [4], Blum, 2006, S. 9)	8
2.	Fresnelkraftwerk (Abbildungsnachweis: www.novatecsolar.com, Stand 04.01.2016)	19
3.	Modellierung der Strahlengänge in einem Fresnelkraftwerk	19
4.	Gesamtaufbau eines Fresnelkraftwerks	20
5.	Modellierter Querschnitt eines Fresnelkraftwerks	22
6.	Leistung am Spiegel	23
7.	Anteil am Sekundärreflektor	24
8.	Modellierung eines verschobenen Spiegels	26
9.	Modellierung von Störungen, die sich auf γ auswirken . .	28
10.	Modellierung eines Querschnitts des Fresnelkraftwerks . .	30
11.	Visualisierte Feedbackfunktion in MATLAB	31
12.	Kreislauf im Modellierungsvortrag für die Mittelstufe . .	42
13.	Foto des gegenständlichen Modells	43
14.	Modellierungskreislauf im Vortrag zur Einführung in die Problemstellung	46
15.	Bild zur ursprünglichen Aufgabe 1	51
16.	Bild zur Aufgabe 2 für die Mittelstufe	51
17.	Bild zur Hilfekarte 3	54